

المجلد ٥
العددان
١ ، ٢
١٩٨١



جامعة حلب ـ سورية
معهد التراث العلمي العربي

مجلة تاريخ العلوم العربية

المجلد الخامس | العددان الأول والثاني | ١٩٨١

محتويات العدد

القسم العربي

الابحاث :

ملخصات الابحاث المنشورة في القسم الاجنبي

ابن الهيثم وحجم المجسّم المكافئ

رشدي راشد

المقـــدمـــــة

لم يكتف أبو علي الحسن بن الهيثم بما ابتكره من ثوري وجديد في علم الطبيعة ، وخاصة في علم المناظر ، بل خرج إلى دراسات هامة ومبتكرة في الرياضيات ، شرعنا[1] في نشرها — تباعاً — محققة . وبما أن مقالاته في مساحة الحجوم — التي لم تزل مخطوطة — هي من أهم ما صُنّف في « حساب الصغائر » قبل تطوره — على أيدي ليبنتز ونيوتن — إلى حساب للتفاضل والتكامل ، رأينا تقديمها هنا محققة قبل نشرها بشكل مستقل مع ترجمتها الفرنسية كيما تعم الفائدة . وسنتبع في هذا ابن الهيثم نفسه ، فنبدأ بمقالته « في مساحة المجسّم المكافىء » ، ثم نعقب هذا — في عدد آخر من هذه المجلة — بمقالته « في مساحة الكرة » ، قبل أن ننتقل إلى أعماله في فروع الرياضيات الأخرى . فنحن نعرف من جمال الدين القفطي ومن ابن أبي أصيبعة أن مساهمة ابن الهيثم في مساحة الحجوم تقتصر على هاتين الرسالتين .

لم يكن ابن الهيثم أول من عالج المجسّم المكافىء ، أو بشكل أدق ، النوع الأول منه ، أي هذا المجسم الحادث من إدارة قطعة من القِطْع المكافىء حول قطرها : فلقد قام بهذا أرشميدس ثم ثابت بن قُرّة وأخيراً أبو سـهل القوهي . أما أرشميدس فلقد استخرج هذا الحجم بتطبيقه لمنهج الاستنفاذ المشهور واستعماله لمفهوم المجاميع التكاملية . ففي كتابه « في الكونويد والسـفيرويد »[2] استخرج أرشميدس حجم المجسّم المكافىء واسطة مجسّمات أسطوانية متساوية الارتفاع وبتطبيق منهج الاستنفاذ . واتبع أرشميدس هذا المنهج ولجأ إلى مفهوم المجاميع التكاملية في رسائل أخر : « تربيع القطع المكافىء »

١ — انظر مقالتنا : ابن الهيثم وعمل المسبع . مجلة تاريخ العلوم العربية . المجلد الثالث العدد الثاني ، تشرين ١٩٧٩ ، ص ٢١٨ — ٢٩٦ . وانظر أيضاً مقالتنا .
Ibn al-Haytham et le Théorème de Wilson, *Archive for History of Exact Sciences*, 22 (1980), 305-321.

٢ — *Archimède*, tome 1 , texte établi et traduit par Ch. Mugler. Les Belles Lettres, (Paris, 1970), p. 197 Sqq.

و « في الحلزون » — ففي كل هذه الرسائل كان هذا المنهج وهذا المفهوم هما الأصول التي بُني عليها حساب الصغائر عند أرشميدس .

وإذا رجعنا إلى الرياضيات العربية قبل ابن الهيثم، بل وبعده أيضاً ، نقصنا الدليل على معرفة الرياضيين برسائل أرشميدس هذه . فلم ينقل إلى العربية في هذا المجال إلا كتاب أرشميدس « في قياس الدائرة » وكتابه في « الكرة والأسطوانة » . أما عن الرسائل التي ذكرناها والتي تتضمن مفهوم المجاميع التكاملية فليس هناك — حتى اليوم — ما يرجح معرفة العلماء العرب بها . ويختلف الوضع اختلافاً كلياً فيما يخص منهج الاستنفاذ . فلقد عرفه الرياضيون من طريقين ، الأولى هي ما ذكرناه من ترجمات أرشميدس والثانية هي « أصول » أقليدس التي كانت في متناول كل مثقف .

فليس بمستغرب إذاً أن يبدأ ثابت بن قرة حسابه لحجم المجسّم المكافىء من جديد ، فلقد اضطر ، على ما يبدو ، إلى الكشف مرة أخرى عن مفهوم المجاميع التكاملية ، مما اضطره إلى مسلك وعر . فمجاميع ثابت تختلف عن تلك الأسطوانات ذات الارتفاع الواحد التي ذهب إليها أرشميدس ، فهي مخروط واحد ومخروطات ناقصة متصلة بقواعدها متناسبة في ارتفاعاتها كتناسب الأعداد المفردة المتوالية المبتدئة من الواحد . وبمثل هذه المجاميع التكاملية يطول البحث ويثقل . فلقد لزم ثابت بن قرة ما يقرب من أربعين مقدمة — من عددية وهندسية — لاستخراج حجم المجسم المكافىء . وبحث ثابت بن قرة وحده كافٍ للدلالة على عدم معرفته بعمل أرشميدس على هذا المجسم . ولقد عاب أبو سهل القوهي على ثابت طول عمله وتعقيده وحاول تفاديهما . ولإتمام هذا اخترع أبو سهل مرة أخرى مجاميع أرشميدس وإن اختلفت البراهين في بعض التفاصيل .

هذا ما تم قبل ابن الهيثم وما كان على معرفة به ، فهو يصرح في مقدمة مقالته عن المجسم المكافىء بعلمه بمقالة ثابت بن قرة وبمقالة القوهي وبتفضيله عمل القوهي . فهو لم يتردد أن يأخذ جملةً بطريق القوهي لاستخراج حجم النوع الأول من المجسم . ولكن خلافاً لمن سبقه من الرياضيين ، قام ابن الهيثم ولأول مرة في تاريخ الرياضيات بتحديد حجم النوع الثاني من المجسم المكافىء ، وهو أصعب تصوراً ومنالاً من النوع الأول ، أعني حجم المجسم الحادث من إدارة قطعة من القطع المكافىء حول خط ترتيبه . وسؤال ابن الهيثم عن حجم هذا المجسم أثار عقبات جمة واضطره إلى بحث واستقصاء ، لهما جلّ الأثر في تجديد مجال حساب الصغائر نفسه . فكان على ابن الهيثم أن :

١ — يحسب مجاميع أسس الأعداد الطبيعية إلى الأس الرابع على الأقل . ولهذا استطاع البرهان على طريقة عامة يمكن بواسطتها الوصول إلى مجاميع أسس الأعداد الطبيعية ، أي أس اتفق .

٢ — يقدم مفهوم المجاميع التكاملية لا كمفهوم هام فحسب بل كالمفهوم الأساسي الفعال الذي به يقوم حساب الصغائر .

٣ — يحاول شرح ما وراء برهان الخُلْف في هذا المجال ، وأن يبيّن بشكل ما مفهوم النهايات القصوى للمجاميع التكاملية .

هذا ما قام به ابن الهيثم فعلا ، وأيسر ما يستخلص من مقالته أنه قد قارب بصورة ما مفهوم التكامل ، وأنه انتهى إلى استخراج حجم النوع الثاني بدقة . وحتّى عهد قريب كان كثيراً ما ينسب هذا الاكتشاف — خطأ — لرياضيي القرن السابع عشر مثل كبلر وكڤاليري .

وإذا نظرنا إلى نص مقالته نجده يتضمن الفصول التالية :

١ — فاتحة ، يسرد فيها تاريخ المجسّم المكافىء ، يذكر فيه رسالة ثابت بن قرة ورسالة القوهي .

٢ — يعقب الفاتحة فصل يتضمن مقدمات عددية ، يبرهن فيها على مجاميع أسس الأعداد الطبيعية لـ ن = ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ؛ بل يعطي قانوناً عاماً للوصول إلى مجموع الأس ن للأعداد الطبيعية إذا ما عُرفت مجاميع الأسس من ١ إلى (ن — ١) . وينتهي هذا الفصل ببيان صحة هذه القوانين إن استبدلنا بالأعداد خطوطاً مستقيمة .

٣ — يعقب هذا فصل لاستخراج حجم المجسّم من النوع الأول .

٤ — ثم يتلوه فصل لحساب حجم المجسم من النوع الثاني .

٥ — وتنتهي الرسالة بمناقشة برهان الخلف وما يستره من مفاهيم وأفكار .

ولقد شرحنا خطوات ونتائج ابن الهيثم في المقدمة الفرنسية لهذه المقالة .

أما عن مقالة ابن الهيثم ، فهي مخطوطة المكتب الهندي رقم ١٢٧٠ ، انظر فهرس

Loth رقم 734/11 ، وهي تقع بين صفحتي ٥٦ ـ ظ ، ٦٩ ـ ظ وكل صفحة طولها ٢٧,٣ سنتمتراً وعرضها ١٢,٥ سنتمتراً ، وتحتوي على سبعة وثلاثين سطراً ، وكل سطر على أربع عشرة كلمة تقريباً . ومقالة ابن الهيثم هذه هي إحدى رسائل مجموعة من أهم المجموعات الرياضية ، ورغم هذا فلا نعرف شيئاً عن تاريخ هذه المخطوطة . وإن كانت مقالة ابن الهيثم لم تحقق من قبل ، إلا أن العالم هـ . سوتر قام بترجمة حرة لها إلى الألمانية . والمقصود بكلمة حرة التي استعملها سوتر نفسه ، هو عدم التقيد الصارم بنص ابن الهيثم . فكثيراً ما يسرد سوتر المعنى دون أن يتقيد بالترجمة فعلاً ، وكثيراً ما يهمل بعض الفقرات وخاصة تلك التي لايسهل نقلها إلى الألمانية[1] . وبالجملة فقد عبر عن المضمون بشكل دقيق إلا بعض الفقرات وإلا الجزء الأخير من المقالة . ثم قام قريباً الأستاذ جمال الدباغ بترجمة نفس المقالة إلى اللغة الروسية[2] . ولكننا غير قادرين على تقدير هذه الترجمة لجهلنا باللغة الروسية .

ولقد التزمنا عند تحقيق هذه المقالة بالقواعد المعروفة ، واستعملنا الرموز التالية :

[ ] نقترح حذف ما بينهما

< > ما بينهما كلامنا

/ انتهاء صفحة المخطوطة

ولقد قمنا بتنقيط النص عند اللزوم دون الإشارة إلا إذا تعددت الاحتمالات فاثبتنا نص المخطوطة في أسفل الصفحة .

١ – انظر حواشي المقدمة الفرنسية .
٢ – انظر كتاب يوشكفتش ص ١٧٤ المذكور في حواشي المقدمة الفرنسية .

ظ - ٥٦

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَٰنِ الرَّحِيمِ

العزة لله تعــالى

مقالة للحسن بن الحسن بن الهيثم في مساحة المجسّم المكافىء

كلُّ قول وكلُّ تأليفٍ فإن لقائله ومؤلفه محركاً ، هو الذي حرّكه لقول ما قاله وتأليفِ ما ألفه . وقد كنا نظرنا في كتاب لأبي الحسن ثابتِ بن قُرّة في مساحة المجسّم المكافىء ، فوجدناه قد سلك فيه مسلكاً متعسفاً ، وارتكب في تبيّنه طريقاً متكلفاً في الطول وفي الصعوبة معاً . ثم وقع إلينا من بعد ذلك مقالة لأبي سهل ويجن بن رستم الكوهي في مساحة المجسّم المكافىء ، فوجــدناها خفيفة مختصرة ، ووجدناه يذكر فيها أن السبب الذي حرّكه وبعثه على تأليف هذه المقالة هو نظرُه في كتاب أبي الحسن ثابت بن قرّة — في مساحة هذا المجسّم — واستصعابُه له واستبعادُه لطريقته . إلا أنا وجدنا مقالة أبي سهل ، وإن كانت مُتَسَهِّلَة مخففة ، فإنما بُيّن فيها مساحةُ أحدِ نوعي المجسّم المكافىء . وذلك أن المجسّم المكافىءَ ينقسم إلى نوعين سنجدهما فيما بعدُ : أحدُهما قريبٌ متيسّر ، والآخر صعبٌ متعسّر . ووجدنا أبا سهلٍ قد قَصَّرَ مقالته على مساحة النوع المتيسّر ، وأعرضَ < عن > ذكر النوع الثاني . فلما وجدنا هــذين القولين على الصفة التي شرحناها حركتنا هذه الحال على تأليف هذه المقالة . فاعتمدنا فيها أن نستوعب الكلامَ في مساحة نوعي هذا المجسّم ، ونستوفي جميع المعاني التي تتعلق بمساحتهما ؛ ونتحرّى مع ذلك — في جميع ما نذكره ونبيّنه — أختَصَرَ الطرق التي بها يتم — مــع الاستقصاء — بيانُه ، وأوجزَ المقاييس التي بها يتّضح — مع استيفاء المعاني — برهانُه .

وهذا حين ابتدأنا بالكلام فيه ، والله الموفق والمعين على ما يرضيه .

٤ — محركاً : محرك //   ٥ — ما : قد تقرأ " وما " //   ٦ — تبينه : مهملة //   ١١ — أنا : اذا // ١٧ — نستوعب : يستوعب ، فضلنا صيغة جمع المتكلم بدليل قوله بعد ذلك " ونتحرّى " . استوعب الكلام أي جعله شاملاً . / نستوفي : يستوفي ، فضلناها للسبب نفسه . //   ١٨ — تتعلق : يتعلق //   ٢٠ — استيفاء : غير مقروءة وتبدو هكذا من السياق //   ٢١ — ابتدأنا : لعل الصواب " ابتدائنا " ، ولكن الرسم في المخطوط لا يحتمل ذلك ولهذا أبقيناها على حالها . / بالكلام : الميم ناقصة . / والله : وبالله //

كلُّ شكلٍ مسطح ، نفرض في سطحه خطاً مستقيماً ، ونثبت الخط حتى لا يتغير وضعه ، ويُدار الشكل حول ذلك الخط إلى أن يعود إلى وضعه الذي كان عليه ، فإنه يحدث باستدارته جسماً مُصْمَتاً .

فكلُّ قطعة من قِطَع مكافىء إذا فُرض في سطحها خطٌّ مستقيم ، وأثبت الخط حتى لا يتغيرّ وضعُه ، وأديرت القطعةُ حول ذلك الخط إلى أن تعود إلى وضعها الذي كانت عليه ؛ فإنها تُحدث باستدارتها جسّماً مُصْمَتاً . والجسّم الذي يحدث على هذه الصفة يسمى المجسّمَ المكافىء .

وكلُّ خط يُفرض في سطح قِطْع مكافىء ، فإنه إما أن يكون موازياً لقطر القطعة ، التي يُفرض فيها ، أو القطرِ نفسه ، وإما أن يلْقى القُطرَ ، إما في الحال وإما إذا أُخرجا على استقامة . فإن كان موازياً للقطر فهو أيضاً قطرٌ ، وإن كان يلقى القطرَ فهو يلقى القِطْعَ على نقطتين ، وإذا كان يلقى القطع على نقطتين فهو خط ترتيب لقطر من أقطار القِطْع ، كما بيّن جميع ذلك أبلونيوسُ الفاضل في كتابه في المخروطات .

فجميعُ الخطوط المستقيمة — التي تُفرض في سطح قطعة من قطع مكافىء — تنقسم إلى نوعين ، هما الأقطار وخطــوطُ الترتيب . وإذا كان ذلك كذلك ، فجميع المجسّمات المكافئة — التي تحــدث من حركة القِطع المكافىء حول خطٍ من الخطوط المستقيمة التي تُفرض في سطحه — تنقسم إلى نوعين : أحدهما المجسّمات التي تحدث من حركة القِطْع حول أقطاره ، والآخر المجسّمات التي تحــدث من حركة القِطع حول خطوطِ ترتيبه . فلْنبحث الآن عن مساحة هذين النوعين ، ولنقدم لذلك مقدّمات .

أما أحدُ النوعين ،وهو الذي يحدث من حركة القطع حول أقطاره ، فليس يحتاج إلى شيء من المقدّمات ، وهذا النوع هو الذي ذكرنا في صدر المقالة أنه سهلٌ متيسّر . وأما النوع الآخر، وهو الذي يحدث من حركة القطع

١ – خطا مستقيما : خط مستقيم // ٦ – تعود : يعود / تحدث : يحدث //
١٢ – بيّن: تبيّن // ١٦ – تحدث: يحدث // ١٧ – تفرض: يفرض / تنقسم: ينقسم //
١٨ – تحدث : يحدث // ١٩ – تحدث : يحدث // ٢٠ – فلنبحث : فليبحث //

حول خطوط ترتيبه ، وهو أصعبُ النوعين ، فهو يحتاج إلى مقدّمات عددية .

فمنها أن الأعداد التي أولها الواحد ، ثم تتزّيد بواحد واحد ، إذا فُرِض منها أعداد كم كانت /وأُخذ نصفُ أعظمها ونصفُ الواحد – الذي ٥٧ - و هو أولها – وجُمعا ، وضُرب مجموعهما في العدد الأخير – الذي هو أعظمها – كان الذي يخرج هو مجموعَ جميع تلك الأعداد .

وأن الأعدادَ المتوالية ، إذا أُخذ ثلث أعظمها وثُلثُ الواحد وجُمعا ، وضُرب مجموعُهما في العدد الأخير الذي هو أعظمها ، ثم أضيفَ إلى العدد الأعظم نصفُ الواحد ، وضُرب ذلك في الذي كان خرج من الضرب الأول ؛ كان الذي يخرج من هذا الضرب هو مجموع مربعات تلك الأعداد .

وأن الأعداد المتوالية ، إذا أُخذ ربعُ أعظمها وأضيف إليه ربع الواحد ، ثم ضُرب ذلك في العدد الأعظم ، ثم زيد على العدد الأعظم واحد ، وضُرب ذلك في العدد الأعظم ، ثم ضُرب ما اجتمع من هذا الضرب فيما كان خرج من الضرب الأول ؛ فإن الذي يجتمع هو مجموعُ مكعبات الأعداد المتواليه .

وأن الأعداد المتوالية، إذا أُخذ خُمْسُ أعظمها وأضيف إليه خُمْسُ الواحد ،وضُرب مجموعُ ذلك في العدد الأعظم ، ثم أضيف إلى العدد الأعظم نصفُ الواحد ، وضرب ذلك فيما كان خرج من الضرب الأول ؛ فما خرج حُفظ ، ثم أضيف إلى العدد الأعظم واحد ، وضرب ذلك في العدد الأعظم ، فما خرج نقص منه ثلث واحد ، فما بقي ضُرب في الذي كان حُفظ ، فإن الذي يخرج من مجموع ذلك هو مجموع مربعات مربعات الأعداد المتوالية .

فلنبيّن أولاً جميع هذه المقدمات بالبرهان .

٢ – تتزّيد : بمعنى " زاد " و " تزايد " ويدل على الزيادة المتدرّجة حتى يبلغ منتهاه ، ورسمها في المخطوط : يتزيد // ٤ – مجموعهما : مجموعها // ١٢ – واحد : واحدا // ١٩ – واحد : واحدا //

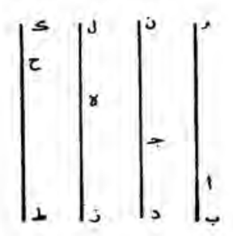
< آ >

فليكن أعداد اب جد هز ح ط أعداداً متوالية ، وليكن اب واحداً والباقية متزيّدة بواحد واحد ؛ فأقول إنه إذا أُخذ نصف ح ط ، وأضيف إليه نصفُ الواحد ، وضُرب الجميع في عدد ح ط ، فإن الذي يكون من ذلك هو مجموعُ أعداد اب جد هز ح ط .

برهان ذلك : أنا نضم إلى هذه الأعداد أعدادا أُخَرَ متوالية مبتدئة من الواحد ، متزيّدة بواحد واحد ، ونجعل ترتيبها بالعكس من ترتيب الأعداد الأولِ ؛ وليكن كح ل ه ن ج م ا ، وليكن كح واحداً ، والباقية متزيدّة بواحد واحد . فلأن ح ط يزيد على ه ز بواحد ، و كح واحد ، يكونُ ك ط يزيد على ه ز باثنين . و ل ه اثنين ، ف ل ز مثل ك ط . ولأن ح ط يزيد على ج د باثنين يكون ك ط يزيد على ج د بثلاثة . و ن ج ثلاثة ، ف ن د مثل ك ط . وكذلك يتبين أن م ب مثل ك ط . فجميع أعداد م ب ن د ل ز ك ط متساوية . والأعداد المتوالية المبتدئة من الواحد ، المتزيّدة بواحد واحد ، يكون عددها هو عِدّةَ ما في العدد الأخير منها من الآحاد ، فعدة أعداد اب جد هز ح ط هو عدة ما في ح ط من الآحاد ، وعدة أعداد اب جد هز ح ط هو عِدّةُ أعداد م ب ن د ل ز ك ط . فعدّة أعداد م ب ن د ل ز ك ط المتساوية هو عِدّة ما في ح ط من الآحـــاد . فإذا ضُرب عـــدد ك ط في آحاد ح ط كان الذي يخرج من الضرب هو مجموعَ أعداد م ب ن د ل ز ك ط . وأعداد اب جد هز ح ط متوالية مبتدئة من الواحد متزيّدة بواحد واحد . وأعداد كح ل ه ن ج م ا أيضاً متوالية مبتدئة من الواحد متزيّدة بواحد واحد ، وعِدّةُ هذه الأعداد كعدة الأعداد الأُوَل ، فهي مساوية لها . فمجموع الجميع هو ضعف < مجموع > أعداد اب جد هز ح ط . فهذه الأعداد < مجموعة > إذن هي نصفُ مجموع أعداد م ب ن د ل ز ك ط ؛ < و ك ط > في آحاد ح ط هو مجموعُ هذه الأعداد ، فضَرْبُ نصفِ ك ط في ح ط هو مجموعُ أعداد اب جد هز ح ط ؛ و ط ك هو عددُ ح ط – الذي هو آخرُ الأعداد المتوالية – و كح هو الواحد ؛ فنصف / ك ط هو نصف ح ط مع نصف الواحد . ٥٧ – ظ

٦ – أعدادا : أعداد // ١٢ – ل ز : ل ن //

وكذلك يتبين في جميع الأعداد المتوالية المبتدئة من الواحد كم كانت .



فالأعداد المتوالية المبتدئة من الواحد المتزيّدة بواحد واحد ، إذا أخذ نصفُ أعظمها ، وأضيف إليه نصفُ الواحد، وضُرب ذلك في العدد الأعظم، كان الذي يخرج من الضرب هو مجموعَ الأعداد المتوالية من الواحـــد ، وذلك ما أردنا أن نبيّن .

ويستبين من هذا البيان أن مجموع الأعداد المتوالية مساوٍ لنصف مربع العدد الأعظم ولنصف العدد نفسه ؛ وذلك أن ضرب العدد الأخير في نصفه هو نصفُ مربعه ، وضَرْبَهُ في نصف الواحد هو نصفُ العدد نفسه .

< ب >

وأيضاً ، فليكن الأعدادُ المتوالية اب ب ج ج د د ه على الوضع الذي في هذه الصورة – أعني صورةَ الشكل الثاني – ونجعلُ أعداد ب ز ج ح د ط ه ك أيضاً أعدادا متوالية مبتدئةً من الواحد ، فيكون اب مثل ب ز و ب ج مثل ج ح و ج د مثل [مثل] د ط و د ه مثل ه ك . ونضيف إلى كل واحد من أعداد ب ز ج ح د ط ه ك واحدا ؛ وليكن آحاد ف ز ن ح م ط ل ك . فضربُ اب في ب ف هو ضرب اب في ب ز وضرب اب في ز ف . وضرب اب في ب ز هو مربع ب ز ، وضرب اب في ز ف هو اب نفسُه، لأن ز ف واحد . وضرب اج في ج ن هو ضرب اج في ج ح وضرب اج في ح ن . فأما ضرب اج في ح ن فهو اج نفسه ، لأن ح ن واحد . وضرب اج في ج ح هو ضرب ب ج في ج ح وضرب اب في ج ح . وضرب ب ج في ج ح هو مربع

٦ – مساوٍ : مساوى // ١٢ – أعدادا : أعداد // ١٤ – ف ز : ف ن //

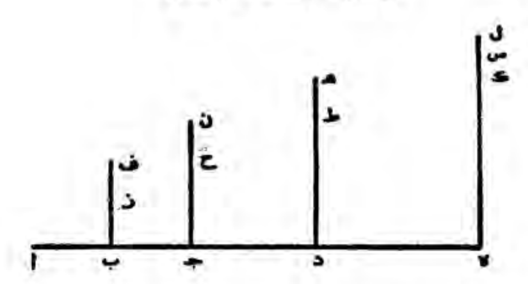
جح ، لأن ب ج مثل جح . فضرب اج في جن هو اج نفسه ومربع جح وضرب اب في جح . وضرب اب في جح هو اب في ب ف ، لأن ب ف مثل جح . وذلك أن ب ف مساوٍ لـ ب ج لأن ب ف يزيد على ب ز المساوي لـ ب ا واحداً و ب ج يزيد على اب واحداً ، و ب ج مساوٍ لـ جح ، فـ ب ف مساوٍ لـ جح .

وقد يتبين <أن ضرب> اب في ب ف هو مربع ب ز و اب نفسه . فضرب اج في جن هو مربع ب ز ومربع جح و اب نفسه و اج نفسه .

وأيضاً فإن ضرب اد في دم هو ضرب اد في دط و اد في طم . و اد في طم هو اد نفسه ، لأن طم واحد . و اد في دط هو جد في دط و اج في دط . و جد في دط هو مربع دط . و اج في دط هو اج في جن ، لأن دط مثل جن ، وذلك أن جن يزيد على جح المساوي لـ جب واحدا ، فهو مساوٍ لـ جد . و جد مساوٍ لـ دط . فـ ن ج مساوٍ لـ دط . فضرب اد في دم هو اد نفسه ومربع دط وضرب اج في جن . وقد تبين أن ضرب اج في جن هو مربع ح ج ومربع ب ز و اج نفسه و اب نفسه . فضرب اد في دم هو مربع دط ومربع جح ومربع ب ز و اد نفسه و اج نفسه و اب نفسه .

وبمثـــل ذلك يتبيّن أن ضرب اه في ه ل هو اه نفسه ومربع ه ك وضرب اد في دم . وقد تبيّن أن ضرب اد في دم هو مربع دط ومربع جح ومربع ب ز و اد نفسه و اج نفسه و اب نفسه . فضرب اه في ه ل هو مربع ه ك ومربع دط ومربع جح ومربع ب ز و اه نفسه و اد نفسه و اج نفسه و اب نفسه . و اه نفسه هو مجموع الأعداد المتوالية المبتدئة من الواحـــد المتزيّدة بواحد واحد التي آخرها ده المساوي لـ ه ك . فـ اه هو نصف مربع ك ه ونصف ك ه كما تبين في عقيب الشكل الأول . وكذلك اد هو نصف مربع دط ونصف دط . وكذلك / اج هو نصف مربع جح ونصف جح . ٥٨-و

٣ – مساوٍ : مساوى // ٤ – مساوٍ : مساوى // ٥ – مساوٍ : مساوى //
١٢ – مساوٍ : مساوى (الأولى والثانية والثالثة) // ١٨ – تبين : يتبين //



وكذلك اب هو نصف مربع ب ز ونصف ب ز . فضرب ا ه في ه ل هو مجموعُ مربعات ه ك د ط ج ح ب ز وأيضاً أنصافُ مربعاتها وأنصافُها أنفسها . < ومجموع > أنصاف أعداد ه ك د ط ج ح ب ز هو نصف ا ه ، لأن ا ه هو مجموع هذه الأعداد . فضرب ا ه في ه ل هو مربعات الأعداد المتوالية التي آخرها ك ه ، وأنصاف مربعاتها ، ونصف ا ه .

ونقسم ل ك بنصفين على نقطة س ، فيكون ضَرْبُ ا ه في ه ل هو ا ه في ه س و ا ه في س ل . وضَرْبُ ا ه في س ل هو نصف ا ه ، لأن س ل هو نصف واحد . وقد كان ضربُ ا ه في ه ل هــو مربعاتِ الأعداد المتوالية وأنصافَ مربعاتها ونصفَ ا ه . فيبقى ضربُ ا ه في ه س هــو مربعاتِ الأعداد المتوالية التي آخرها ك ه وأنصافَ مربعاتها . فضربُ ثلثي ا ه في ه س هو مجموعُ مربعات الأعداد المتوالية التي آخرها ك ه . وقــد تبين في الشكل الأول أن ضربَ نصفِ ل ه — الذي هو العددُ الأخيرُ مع الواحد — في ك ه ، هو جميعُ ا ه . فضرب ثلثي نصف ل ه — الذي هو ثلث ل ه — في ك ه هو ثلثا ا ه . فإذا أُخذ ثلثُ ل ه ، الذي هو ثلث ك ه — الذي هو العدد الأعظم — وثلث الواحد، وضُرب ذلك في ك ه — الذي هو العدد الأعظم — ثم ضُرب ما اجتمع في ه س — الذي هو العدد الأعظم مع نصف الواحد — كان الذي يخرج من الضرب هو مجموع مربعاتِ ه ك د ط ج ح ب ز ، التي هي الأعداد المتوالية المبتدئة من الواحد المتزيّدة بواحدٍ واحد ، وذلك ما أردنا أن نبيّن .

٢ – أنصاف مربعاتها : ف مربعاتها // ٤ – أنصاف: وأنصاف // ١٠ – وأنصاف: ونصاف // ١٤ – ثلثا : ثلثي / ل ه : ا ه // ١٥ – ثم ضرب : ثم ضربت //

ويستبين من هذا البرهان أن مجموع مربعات الأعداد المتوالية هو ثلث مكعب أعظمها ونصفُ مربعه وسدسُ العدد نفسه :

وذلك أن ضرب ثلث ل ه في ه ك هو ثُلثُ مربع ه ك وثلث ه ك . فإذا ضُرب ذلك في ه س كان ضرب ثلث مربع ه ك في ه س ثلثَ مكعب ه ك وسدسَ مربع ه ك ، لأن ك س نصف واحد . وثلث ه ك في ه س هو ثلث مربع ه ك وسدس ه ك نفسه . فضرب ثلث ل ه في ه ك ثم ما خرج في س ه ، هو ثلث مكعب ه ك ونصف مربعه وسدس ه ك نفسه .

ج

وأيضاً فإنا نجعل أعداد ا ب ب ج ج د د ه هي الأعدادَ المربعاتِ المتوالية ؛ فيكون ا ب هو الواحدَ — الذي هو مربعُ الواحد — و ب ج هو مربعَ الاثنين و ج د هو مربعَ الثلاثة و د ه مربعُ الأربعة . ونجعل أعداد ب ز ج ح د ط ه ك هي الأعدادَ المتوالية أنفسَها . فيكون ب ز واحداً و ج ح اثنين و د ط ثلاثة و ه ك أربعة . فيكون ضربُ د ه في ه ك هو مكعبَ ه ك ، وضرب ج د في د ط هو مكعب د ط ، وكذلك الباقية . ونضيف إلى كل واحد من الأعداد المتوالية الآحاد كما في الصورة . فيكون ضرب ا ه في ه ل هو ضرب ا ه في ه ك و ا ه في ك ل . و ا ه في ك ل هو ا ه نفسه ، لأن ك ل واحد . وضرب ا ه في ه ك هو ضرب د ه في ه ك و ا د في ه ك . وضرب د ه في ه ك هو مكعب ه ك ، لأن د ه هو مربع ه ك . وضرب ا د في < ه ك هو ضرب ا د في > د م ، لأن د م مثل ه ك كما تبين من قبل . فضرب ا ه في ه ل هو ا ه نفسه ومكعب ه ك وضرب ا د في د م . وبمثل هذا البيان يتبين أن ضرب ا د في د م هو ا د نفسُه ومكعب د ط وضرب ا ج في ج ن ؛ وضرب ا ج في ج ن هو ا ج نفسه ومكعب ج ح وضرب ا ب في ب ف . < وضرب ا ب في ب ف > هو ا ب نفسه ومكعب ب ز . فضرب ا ه في ه ل هو مكعب ه ك ومكعب د ط ومكعب ج ح ومكعب ب ز و ا ه نفسه و ا د نفسه و ا ج نفسه و ا ب نفسه . لكن ا ه هو هو مجموع المربعات المتوالية ،

٢١ — ا د : د م // ٢٥ — ج ح : الجيم مطموسة / هو (الثانية) : فوق السطر . //

فهو ثلثُ مكعب ه ک ونصفُ مربعه وسدسُ ه ک نفسه ، كما تبيّن فيما مضى . وكذلك د هـو ثلثُ مكعب د ط ونصفُ مربعه وسـدسُ د ط نفسه . وكذلك ا ج هو ثلثُ مكعب ج ح ونصفُ مربعـه وسدسُ ج ح / نفسه . ٥٨-ظ وكذلك ا ب هو ثلث مكعب ب ز ونصفُ مربعـه وسدسُ ب ز نفسه ، لأن الواحد بهذه الصفة . فضربُ ا ه في ه ل هو مجموع مكعبات الأعـداد المتوالية – التي آخرها ه ک – وأثلاث مكعباتها وأنصاف مربعاتها وأسداس الأعداد أنفسها .

وضرب ا ه في ه ل هو ضرب ا ه في ه س ، و ا ه في س ل . لكن ا ه في س ل هو نصف ا ه ، لأن س ل نصف واحد . ونصف ا ه هـو أنصاف مربعات جميع الأعداد المتوالية التي آخرها ه ک . ويبقى ضرب ا ه في ه س هو مكعباتُ جميع هـذه الأعداد وأثلاثُ مكعباتها وأسداسُ الأعداد أنفسها . ولكن ا ه هو الذي يجتمع من ضربِ ثلثِ ل ه في ه ک ثم ما اجتمع في ه س . فضرب ثلاثة أرباع ثلث ل ه – الذي هو ربع ل ه – في ه ک ثم ما اجتمع في ه س هـو ثلاثة أرباع ا ه . وثلاثة أرباع ا ه إذا ضرب في ه س ، كان مجموع مكعبات الأعداد المتوالية وأثمان الأعداد أنفسها ؛ لأن جميع ا ه إذا ضُرب في ه س كان منه مجموعُ مكعبات هذه الأعداد وأثلاث مكعباتها وأسداس الأعداد أنفسها . فإذا أخذ ربع ل ه – الذي هو ربعُ ه ک وربع الواحد – وضُرب ذلك في ه ک ، ثم ضُرب ما خرج في ه س ، ثم ضُرب ما اجتمع في ه س أيضاً ؛ كان الذي يجتمع هو مجموعَ مكعبات أعداد ه ک د ط ج ح ب ز < و > ثمن مجموع هذه الأعداد . ولكنّ ضَرْبَ ربع ل ه في ه ک ، ثم ما اجتمـع في ه س ، ثم ما اجتمع في ه س ، هو ضربُ ربع ل ه في ه ک ، ثم ما اجتمع في مربع ه س ؛ لأنه إذا كانت ثلاثةُ أعداد فإن ضرب الأول في الثاني ثم ما اجتمع في الثالث هو مثل ضرب الثالث في الثاني ثم ما اجتمع في الأول . والذي يخرج من ضرب ربع ل ه في ه ک هو عدد ما ، و ه س عدد ثان ، و ه س أيضاً عدد ثالث . فإذا ضُرب ربع ل ه في ه ک ، ثم ما خرج في مربع ه س ، كان الذي يخرج

١ – مضى : أي الشكل الثاني // ٢٠ – ب ز : ب د // ٢٥ – ثان : ثاني

هو مجموعَ مكعبات أعداد ه ك د ط ج ح ب ز مــع ثُمن مجموع هذه الأعداد . وقد تبيّن أن ضرب نصف ل ه في ه ك هو مجموعُ هذه الأعداد . فضربُ ربع ل ه في ه ك هو نصفُ مجموع هــذه الأعداد . وضرب هــذا النصف في ربع واحد هو ثُمُن مجموع الأعداد . وإذا كان ضرب ربع ل ه في ه ك ، الذي هو نصفُ مجموع الأعداد ، إذا ضُرِب في مربع ه س ، كان الذي يخرج هو مجموع مكعبات الأعداد المتوالية مع ثمن مجموعها . فإنه إذا نُقِص من مربع ه س ربع واحد وضُرِب الباقي في الذي يخرج من ضرب ربع ل ه في ه ك ، الذي هو نصف مجموع الأعــداد ؛ كان الذي يجتمع من ذلك هو مجموعَ مكعبات الأعداد المتوالية فقط . ولكن مربع ه س هــو ضربُ ل ه في ه ك مع مربع ك س ؛ لأن ذلك يتبيّن من تضعيف هــذه الأعداد بعضِها ببعضٍ . ومربع ك س هــو ربع واحد ، لأن ك س هو نصف واحد . فإذا نقص من مربع ه س ربع واحد ، كان الذي يبقى هو ضرب ل ه في ه ك . فإذا ضرب ربع ل ه في ه ك ثم ضرب ما خرج في مضروب ل ه في ه ك ، كان الذي يجتمع من ذلك هو مجموع مكعبات ه ك د ط ج ح ب ز .

فالأعداد المتوالية المبتدئة من الواحد المتزيدة بواحد واحــد — كم كانت — إذا أُخذ ربعُ أعظمِها ، وأضيف إليه ربُع واحد ، وضرب ذلك في العدد الأعظم ، ثم ضرب ما خرج في مضروب العدد الأعظم في العدد الذي يزيد عليه بواحد ، كان الذي يجتمع من جميع ذلك هو مجموعَ مكعبات الأعداد المتوالية المبتدئة من الواحد ، وذلك ما أردنا أن نبيّن .

ويستبين من هذا البيان أن مجموع مكعبات الأعــداد المتوالية هو ربعُ مربعِ مربعِ أعظمِها ونصفُ مكعبه وربعُ مربعه .

وذلك أن ضرب ربع ل ه في ه ك هو ربع مربع ه ك وربع ه ك نفسه ؛ لأن ربع ل ه هو ربعُ ه ك وربعُ الواحد . وضرب ربع ه ك في ه ك هو ربع مربع ه ك ؛ وربع الواحــد في ه ك هو ربع ه ك نفسه . وضــرب ل ه / في ٥٩ - و

٥ – ه س : ه ز // ١١ – ببعض : المقصود ه س = ه ك + ك س ؛ ومنه ه س٢ = ه ك (ه ك + ٢ ك س) + ك س٢ ، ومنه ه س٢ = ه ل . ه ك + ك س٢ // ١٨ – يزيد: تزيد //

ه ك هو مربع ه ك و ه ك نفسه . وضرب مربع ه ك في ربع مربع ه ك هو ربع مربع < مربع > ه ك . وضرب ه ك نفسه في ربع مربع ه ك هو ربع مكعب ه ك . وضرب مربع ه ك أيضاً في ربع ه ك نفسه هو ربع مكعب ه ك . وضرب ه ك نفسه في ربع ه ك هو ربع مربع ه ك . فالذي يجتمع من ضرب ربع مربع ه ك وربع ه ك نفسه في مضروب ل ه في ه ك هو ربع مربع مربع ه ك ونصف مكعب ه ك وربع مربع ه ك . فمجموع مكعبات الأعداد المتوالية هو ربعُ مربعِ مربعِ أعظمِها ونصفُ مكعبِه وربعُ مربعِه .

< د >

وأيضاً فإنا نجعل أعداد اب بج جد ده هي الأعدادَ المكعباتِ المتواليةَ ، ونجعل أعداد بز جح دط ه ك هي الأعدادَ المتوالية أنفسَها ، فيكون ضرب ده في ه ك هو مربعَ مربعِ ه ك ، ويكون ضرب جد في دط هو مربعَ مربعِ دط ، ويكون ضرب ب ج في جح هو مربعَ مربعِ جح ، ويكون ضرب اب — الذي هو الواحدُ — في ب ز — الذي هو الواحدُ أيضاً — هو مربعُ مربعِ الواحد . ونضيف إلى كل واحد من هذه الأعداد المبتدئة < من الواحد > واحداً ، كما في الصورة . فيكون ضرب اه في ه ل هو ضربَ اه في ه ك و اه في ك ل . و اه في ك ل هو اه نفسُه . و اه في ه ك هو ضربُ ده في ه ك و اد في ه ك . وضرب ده في ه ك هو مربعُ مربعِ ه ك — لأن ده هو مكعبُ ه ك . و اد في ه ك هو اد في دم ، < لأن دم > مثل ه ك . فضرب اه في ه ل هو اه نفسه ومربعُ مربعِ ه ك وضربُ اد في دم . وضرب اد في دم هو اد نفسه ومربعُ مربعِ دط و اج في جن . وكذلك الباقيةُ ، لأنه يتبيّن كما تبيّن . فضرب اه في ه ل هو مربعاتُ مربعاتِ أعدادِ ه ك دط جح ب ز وأعداد اه اد اج اب أنفسها . وقد تبيّن أن اه هو ربعُ مربعِ < مربعِ > ه ك ونصفُ مكعب ه ك وربعُ مربع ه ك ، لأن اه هو مجموعُ مكعبات الأعداد المتوالية التي أعظمُها ه ك . وكذلك اد هو ربعُ مربعِ مربعِ دط ونصفُ مكعبه وربعُ مربعه . وكذلك اج هو ربعُ مربعِ مربعِ جح ونصفُ مكعبه وربعُ مربعه .

٦ – وربع : وبع // ٢٠ – اد : دط //

وكذلك اب – الذي هو الواحد – هو ربعُ مربع مربع ب ز ونصف مكعبه وربع مربعه. فضرب ا ه في ه ل هو مربعاتُ مربعات جميع الأعداد المتوالية – التي أعظمها ه ك – وأرباع مربعات مربعاتها وأنصاف مكعباتها وأرباع مربعاتها. فإذا ضُرب أربعة أخماس ا ه في ه ل ، كان الذي يخرج هو مربعاتِ مربعاتِ الأعدادِ المتوالية وخمسي مكعباتها وخمسَ مربعاتها. وضرب أربعة أخماس ا ه في س ل – الذي هو نصف واحد – هو خمسا ا ه – الذي هو مجموع مكعبات هذه الأعداد المتوالية. فيبقى مضروب أربعة أخماس ا ه في ه س هو مربعات مربعات الأعداد المتوالية وخمس مربعاتها. و ا ه هو الذي يجتمع من ضرب ربع ل ه في ه ك ، ثم ما خرج في مضروب ل ه في ه ك . فإذا ضرب أربعة أخماس ربع ل ه – الذي هو خمس ل ه – في ه ك ، ثم ضرب ما خرج في مضروب ل ه في ه ك ، كان الذي يخرج هو أربعةَ أخماسِ ا ه . فإذا ضرب ذلك في ه س ، كان الذي يخرج هو مجموعَ مربعاتِ مربعات الأعداد المتوالية وخُمسَ مربعاتها. فإذا ضرب خُمُس ل ه في ه ك ، ثم ما خرج في مضروب ل ه في ه ك ، ثم ما خرج في ه س ، كان الذي يجتمع هو مربعاتِ مربعاتِ الأعداد المتوالية وخُمس مربعاتها. وضَرْبُ الأعداد بالتقديم والتأخير واحدٌ. فإذا ضرب خمس ل ه في ه ك ، ثم ما اجتمع في ه س ، ثم ما اجتمع في مضروب ل ه في ه ك ، كان الذي يخرج هو مربعاتِ مربعات الأعداد المتوالية وخُمسُ مربعاتها. لكنّ ضَرْبَ ثُلثِ ل ه في ه ك ، ثم ما خرج في ه س هو مجموعُ مربعاتِ الأعداد المتوالية التي أعظمُها / ه ك . فضرب خمس ل ه في ه ك ، ٥٩ - ظ
ثم ما خرج في ه س هو ثلاثة أخماس مربعات هذه الأعداد المتوالية، لأن الخُمسَ هو ثلاثة أخماس الثلث. فضرب ثلاثة أخماس مربعات الأعداد المتوالية – التي آخرها ه ك – في مضروب ل ه في ه ك هو مربعاتُ مربعاتِ الأعداد المتوالية مع خُمسِ مربعاتها. لكن ضرب ثلثِ واحد في ثلاثة أخماس مربعاتها هو خُمُس مربعاتها. فإذا نقص من مضروب ل ه في ه ك ثلث واحد، ثم ضرب الباقي في ثلاثة أخماس مربعات هذه الأعداد المتوالية، كان الذي يخرج هو مربعات مربعات هذه الأعداد فقط.

٣ – وأنصاف : واصاف // ٨ – وخمس : وخمسى // ٢٠ – خمس : خمسى //

فضربُ خمس ل ه في ه ك ، ثم ما خرج في ه س ، ثم ما خرج في مضروب ل ه في ه ك منقوصاً منه ثلثُ واحد ؛ هو مجموع مربعات < مربعات > هذه الأعداد .

فالأعداد المتوالية المبتدئة من الواحد المتزّيدة بواحد واحد ، إذا أخذ خمس أعظمها وخمس الواحد [وضرب ذلك في العـــدد الأعظم وخمس الواحد] وضرب ذلك في العـــدد الأعظم ، ثم ضرب ما خرج في العـــدد الأعظم مزيداً عليه نصفُ واحد ، وحُفظ ذلك ، ثم زيد على العدد الأعظم واحدٌ ، وضُرب ذلك في العدد الأعظم ، ونُقص مما خرج ثلثُ واحد فقط ، وضرب الباقي فيما كان حُفظ ، فإن الذي يجتمع من ذلك هـــو مجموعُ مربعاتِ مربعاتِ الأعداد المتوالية ، وذلك ما أردنا أن نبيّن .

< ه >

وأيضاً ، فليكن أعدادُ اب جد هز حط كل مربعات الأعـــداد المتوالية ، على توالیها . ونجعل كلَّ واحـــد من مب ند فز عط مساوياً لـ كل . فأقول : إن مجموع مربعات ام جن هف حع أقلُّ من ثلثِ وخُمْسِ مجموع مربعاتِ مب ند فز عط < كل ، وأكثرُ من ثُلثِ وخمس مجموع مربعات مب ند فز عط > ، وإن < مجموع > مربعات ام جن هف حع كل أكثرُ من ثُلثِ وخُمْسِ مربعات مب ند فز عط كل .

برهان ذلك : أنّا نجعل سب ضعف مب و سد ضعفَ ند و سز ضعفَ فز و سط ضعفَ عط ؛ فيكون ضربُ سح في حط مع مربع حع مساوياً لمربع عط ، وضربُ سه في هز مع مربع هف مساوياً لمربع فز ، وكذلك الباقيةُ . فإذا نُقص من مربع عط ضَرْبُ سح في حط كان الباقي هو مربعَ حع ، وكذلك الباقيةُ . لكنه إذا نقص من ضرب سط في طح مربعُ حط ، كان الباقي هـــو ضربَ سح في حط . وكذلك إذا نقص من ضرب سز في زه مربعُ زه ، كان الباقي هو ضربَ سه في هز . وإذا نقص

٢ – منقوصا : منقوص // ٨ – واحد : واحدا // ١٨ – سد : سه //
٢٢ – حع : حط // ٢٠ – مساوياً : مساوی //

من ضربِ س د في د ج مربعُ د ج ، كان الباقي هو ضربَ س ج في ج د . وإذا نقصَ من ضرب س ب في ا ب المربع ب ا ، كان الباقي هو ضربَ س ا في ا ب . لكنّ ضربَ س ط في ط ح و س ز في ز ه و س د في د ج و س ب في ب ا هو ضربُ س ط في مجموع ط ح ز ه د ج ب ا ، الذي هو مجموعُ مربعات الأعداد المتوالية . ومربع ط ح ومربع ز ه ومربعُ د ج ومربعُ ب ا هي مربعاتُ مربعاتِ الأعداد المتوالية . فإذا ضُرِب ضعف ع ط ، أعني ضعفَ ك ل ، في مجموع مربعات الأعداد المتوالية التي آخرُها عددُ ح ط المربعُ ، ثم نقصَ مما يجتمع مربعاتُ مربعات الأعداد المتوالية التي آخرُها ح ط ، كان الباقي هو مجموعَ ضربِ س ح في ح ط و س ه في ه ز و س ج في ج د وس ا في ا ب . فإذا نقص هذا الباقي من مجموع مربعات ع ط ف ز ن د م ب المتساوية ، كان الذي يبقى هو مربعاتِ ح ع ه ف ج ن ا م مجموعةً .

ونجعل ص ق هو ضلعَ مربع ك ل ، ونجعل ص ي واحداً ؛ فيكون ي ق هو ضلعَ مربع ح ط . ونقسم ص ي بنصفين على نقطة ش ؛ فلأن ي ق هو ضلعُ مربع ح ط ، يكون ي ق هو آخرَ الأعداد المتوالية التي مربعاتُها ا ب ج د ه ز ح ط . و ي ص واحد . فضربُ ثلثِ ص ق في ق ي ، ثم ما خرج في ق ش ، هو مجموع ا ب ج د ه ز ح ط ، التي هي المربعات المتوالية . فإذا ضُرب ثلثُ ص ق في ق ي ، ثم ما خرج في ق ش ، ثم ما خرج في ضعف ك ل ، كان الذي / يجتمع هـو مضروبَ ضعفِ ك ل في مجموع ا ب ج د ه ز ح ط . ٦٠-و
وضربُ ثلثِ ص ق في ق ي ثم ما خرج في ق ش ثم ما خرج في ضعف ك ل مساوٍ لضرب ص ق في ق ي ثم ما خرج في ق ش ثم ما خرج في ثلث ضعف ك ل – الذي هو ثلثا ك ل . فضرب ص ق < في ق ي > ثم ما خرج في ق ش ثم ماخرج في ثلثي ك ل ، هو ضربُ ضعفِ ك ل في مجموع ا ب ج د ه ز ح ط – التي هي المربعاتُ المتوالية . وقد تبيّن فيما تقـدم أن ضربَ خُمسِ ص ق في ق ش ثم ما خرج في ق ي ثم ما خرج في مضروب ص ق في ق ي منقوصاً منه ثلثُ واحدٍ ، هو مربعاتُ مربعات الأعداد المتوالية . فهو < مجموع >

٢ – ا ب : ت / ب ا : ت ا // ١٠ – ع ط : ع ز / ف ز : ف ط //
٢٠ – مساوٍ : مساوى // ٢١ – ثلثا : ثلثي / ق ش : ق ى //

مربعات اب جد هز حط التي هي مربعات الأعداد المتوالية . ونجعل ل خ هو مضروبَ ص ق في ق ي . ونجعل خ ذ ثلثَ واحد . فيكون ضرب خُمس ص ق في ق ش ثم ما خرج في ق ي ثم ما خرج في ل ذ هو مجموعَ مربعات اب جد هز حط . وضربُ الأعداد بعضها في بعض بالتقديم والتأخير واحدٌ . فضرب ص ق في ق ش ثم ما خرج في ق ي ثم ما خرج في خمس ل ذ ، هو مجموعُ مربعات اب جد هز حط . فإذا نقص مضروبُ ص ق في ق ش ثم ما خرج في ق ي ثم ما خرج في خمس ل ذ من مضروب ص ق في ق ش ثم ما خرج في ق ي ثم ما خرج في ثلثي ك ل ، كان الباقي هو ضربَ س ح في حط و س ه في هز و س ج في جد و س ا في اب . لكنه إذا نقص مضروبُ ص ق في ق ش ثم ما خرج في ق ي ثم ما خرج في خمس ل ذ من مضروب ص ق في ق ش ثم ما خرج في ق ي ثم ما خرج في ثلثي ك ل ، كان الذي يبقى هو مضروبَ ص ق في ق ش ثم ما خرج في ق ي ثم ما خرج في خُمس وسُدس وعُشر ل ذ وفي ثلثي ك ذ .

ونجعل ل ت هو مضروبَ ص ق في ق ش . فيبقى ت ك مساوياً لنصف ص ق ، لأن ك ل هو مربعُ ص ق ، فهو مضروبُ ص ق في ق ش و ص ق في ص ش . و ص ق في ص ش هو نصفُ ص ق ، لأن ص ش هو نصفُ واحد . فيكون ت خ هو أيضاً مساوياً لـ ت ك ، لأن خ ك هو مثل ص ق ، لأن ت ك هو مضروبُ ص ق في ص ي الذي هو واحدٌ . فمضروبُ ص ق في ق ش ثم ما خرج في ق ي ثم ما خرج في خُمس وسُدس وعُشر ل ذ وفي ثلثي ك ذ ، هو مضروب ل ت في خُمس وسُدس وعُشر ل ذ وفي ثلثي ك ذ ثم ما خرج في ق ي . لأن ل ت هو مضروب ص ق في ق ش ، وثلثا ك ذ هو خمس وسدس وعشر ك ذ وخُمسه أيضاً ، فمضروبُ ل ت في خمس وسدس وعشر ل ذ وخمس وسدس وعشر ك ذ ، اللذين هما خمس وسدس وعشر ل ك — وفي خمس ك ذ ، ثم ما اجتمع في ق ي ، هو مضروبُ س ح في حط و س ه في هز و س ج في جد و س ا في اب . وضرب ل ت في خمس وسدس وعشر ل ك

٥ – ق ش : ق س // ٧ – ق ش : ق س // ١٠ – ق ش : ق س //
٢١ – وثلثا : وثلثي // ٢٣ – اللذين : اللذان // ٢٤ – س ح : السين ممحوة //

هو ضرب ل ك في خمس وسدس وعشر ل ت . وضرب ل ت في خمس ك ذ هو ضربُ ل ت في خمسي ك ت وفي خمسي سُدسِ واحدٍ ، لأن ك ت نصفُ ك خ والسدسَ نصفُ خ ذ . فمضروب ك ل في خمس وسدس وعشر ل ت مع مضروب ل ت في خمسي ك ت وفي خُمسي سدس واحد — الذي هو ثلثا عُشرِ واحدٍ — ثم ما اجتمع في ق ي ، هو مجموعُ ضرب س ح في ح ط و س ه في ه ز و س ج في ج د و س ا في ا ب ، ولأن أعداد ا ب ج د ه ز ح ط ك ل هي مربعاتُ الأعداد المتوالية ، و ص ق ضلع ك ل ، يكون ص ق آخرَ الأعداد المتوالية التي هذه مربعاتُها . فيكون في ص ق من الآحاد مثل عدد تلك الأعداد . وعدد تلك الأعداد المتوالية هو عدد مربعاتها . فعدة ا ب ج د ه ز ح ط ك ل هي عدةُ ما في ص ق من الآحاد . و ص ي واحد . ففي ق ي من الآحاد مثل عدة ا ب ج د ه ز ح ط . وعدة هذه الأعداد هي عدة م ب ن د ف ز ع ط المتساوية والمساوية لـ ك ل . / فإذا ضُرب مربـــع ك ل في آحاد ٦٠-ظ ق ي كان الذي يخرج هو مجموعَ مربعات أعداد ع ط ف ز ن د م ب . وقد تبيّن أنه إذا ضرب ك ل في خمس وسدس وعُشر ل ت ، وأضيف إليـــه مضروب ل ت في خُمسي ك ت وثُلُثي عُشر الواحد ، ثم ضرب ما يجتمع من ذلك في ق ي ، كان الذي يخرج هو مجموعَ ضرب س ح في ح ط و س ه في ه ز و س ج في ج د و س ا في ا ب . فإذا نُقص ضرب ك ل في خمس وسدس وعشر ل ت و ل ت في خمسي ك ت وفي ثلثي عُشر واحـــد من مربع ك ل وضرب الباقي في ق ي ، كان الذي يخرج هو بقية مربعات ع ط ف ز ن د م ب التي هي مربعات م ا ن ج ف ه ع ح . لكن مربع ك ل إذا نُقص منه مضروب ك ل في خمس وسدس وعشر ل ت ومضروبُ ل ت في خمسي ك ت وثلثي عشر واحـــد ، كان الذي يبقى هـــو مضروب ك ل في ثلث وخمس ل ت ومضروب ك ل في جميع ك ت ، منقوصـــاً من الجميع مضروبُ ل ت في خمسي ك ت وثلثي عشر واحد . وجميع ك ت هو ثلثُ وخمسُ ك ت وخمس

٢ – ك ت (الثانية) : ك ب // ٥ – ثلثا : ثلثى // ١٠ – هي : هو //
١١ – هي : هو // ١٢ – والمساوية : والمتساوية // ١٣ – ف ز : ك ز //
١٧ – ه ز : ص ز / ج د : ج ز // ١٨ – ل ت : ل ب / مربع : ربع //
٢٠ – ن ج : ن ح // ٢١ – ل ت (الأولى والثانية) : ل ب //
٢٣ – ك ت : ك ب / منقوصا : منقوص // ٢٤ – ك ت : ك ب //

وسدسُ وعشرُ كت ، فالذي يبقى من مربع كل هو مضروبُ كل في ثلث وخمس كل وخمسُ وسدسُ وعشرُ كت ، منقوصاً من الجميع مضروبُ لت في خمسي كت وفي ثلثي عشر واحد . فإذا ضُرب كل في ثلث وخمس كل وفي خمس وسدس وعشر كت ، ونقص منه مضروب لت في خمسي كت وفي ثلثي عشر واحد ، وضرب الباقي في قي ، كان الذي يخرج هو مجموعَ مربعات ما ان جف هع ح .

ونجعل نسبة لك إلى كت كنسبة تك إلى كغ ، فيكون نسبة كل إلى لت كنسبة كت إلى تغ . فضرب لت في تك هو ضرب كل في تغ . وضرب لت في خمسي كت هو ضرب كل في خمسي غت . ولأن نسبة لك إلى كت كنسبة تك إلى كغ ، يكون ضرب لك في كغ مثل مربع كت . و كت هو نصف صق كما تبيّن من قبل ، فمربعه هو ربع مربع صق . و كل هو مربع صق . فمربع كت هو ربع كل . فضرب كل في كغ هو ربع كل . فـ كغ هو ربع واحد .

فنجعل غذ سدس واحد ، فيكون ضربُ لت في ثلثي عُشر واحد هو ضربَ لت في خمسي غذ . ونجعل نسبة غذ إلى ذض كنسبة تك إلى كغ ، التي هي نسبةُ لك إلى كت . فيكون نسبة كل إلى لت كنسبة ذغ إلى غض . فضرب لت في [خمس] غذ هو ضربُ كل في ضغ ؛ وضرب لت في خمسي غذ هو ضربُ كل في خمسي ضغ . فيكون ضرب لت في خمسي كت وفي ثلثي عُشر واحد هو ضربَ كل في خمسي ضت .

ونجعل تظ ستة أسباع تض ، فيكون نسبة ضت إلى تظ كنسبة خمسٍ وسدسٍ وعشرٍ التي هي ١٤ من ٣٠ – إلى خُمسَيْن ، التي هي

٢ – منقوصا : منقوص // ٥ – ثلثي : ثلثا // ٦ – عح : ع ه //
٧ – كغ : كع // ٨ – تغ : كع // ٩ – غت : مطموسة //
١٠ – كت : كب // ١٣ – هو : هي // ١٥ – تك : التاء مهملة //
١٦ – كغ : كع // ١٧ – لت : التاء مهملة // ١٨ – لت : لب //
٢١ – تظ : ث ظ / ضت : إلى ت ظ الحروف مهملة // ٢٢ – خمسين : خمسى //

١٢ من ٣٠ . فيكون ضرب كل في خمسَي ض ت هو ضربَ كل في خُمس وسدس وعشر ت ظ . فيكون ضرب ل ت في خمسَي ك ت وفي ثلثَي عشرٍ واحدٍ هو ضربَ كل في خُمس وسدس وعشر ت ظ . وإذا نُقِص من ضربِ كل في خمس وسدس وعشر ك ت ضربُ كل في خمس وسدس وعشر ت ظ ، كان الذي يبقى هو ضربَ كل في خمس وسدس وعشر ك ظ . فالذي يبقى من مربع كل – بعد أن ينقص منه مضروب كل في خمس وسدس وعشر ل ت ومضروب ل ت في خمسي ك ت وفي ثلثَي عُشر واحد – هو مضروب كل في ثلث وخمس كل وفي خمس وسدس وعشر ك ظ . فإذا ضرب هذا في ق ي ، كان الذي يخرج هو مجموعَ مربعات م ا ن ج ف ه ع ح . ومضروبُ كل في ثلث وخمس كل هو ثلثُ وخمسُ مربع كل . فإذا ضرب ذلك في ق ي ، كان الذي يخرج هو ثلثَ وخمسَ مجموعِ مربعات ع ط ف ز ن د م ب ، لأن عدة آحاد ق ي هي عدة هذه الأعداد . فمربعات م ا ن ج ف ه ع ح هو ثلثُ / وخمسُ ٦١ـو مربعات م ب ن د ف ز ع ط ، مع مضروب كل في خمس وسدس وعشر ك ظ ثم ما خرج في ق ي . ومضروبُ كل في خُمس وسدس وعشر ك ظ ثم ما خرج في ق ي هو مضروب خُمسِ وسُدسِ وعُشرِ ك ظ في ق ي ثم ما خرج في كل . وخمس وسدس وعشر ك ظ هو خمس وسدس وعشر ظ ض وخمسُ وسدس وعشر ض ذ وخمسُ وسدس وعشر ذ ك . ف ظ ض هو سُبع ض ت ، لأن ت ظ ستةُ أسباع ض ت . وخمس وسدس وعشر السبع هو سبع الخمس والسدس والعشر ، الذي هو أربعةَ عشرَ جزءاً من ٣٠ جزءاً ؛ فسُبعه اثنان < من ثلاثين > ، وهو ثلثا عُشرٍ . فخمس وسدس وعشر ظ ض هو ثلثا عُشر ت ض . ونأخذ من ك ض ثلثَي عُشرِه ، فنضيفه إلى هذا ؛ فيبقى من خمس وسدس وعشر ك ض

٣ – ت ظ : ت ط // ٥ – ت ظ : ب ط // ٦ – ك ظ : ك ط / مربع : ربع //
٩ – ك ظ : ك ط // ١٢ – هي : هو // ١٣ – هو : أي المجموع //
١٥ – ك ظ : ك ط // ١٦ – ك ظ : ك ط // ١٧ – ك ظ : ك ط (الأولى والثانية) / ق ي : القاف ممحوة // ١٨ – ظ ض : ط ص / ض ذ : ص د // ١٩ – ذ ك : د ك / ظ ض : ط ص / ت ظ : مهملة / ض ت : ص ت // ٢٢ – ظ ض : مهملة / ت ض : ب ص / ك ض : ك ص // ٢٣ – ثلثي عشره : ثلثا عشرة / ك ض : ك ص //

خمساه . ويصير ثلثا عُشر ت ض وثلثا عشر ك ض هــو ثلثي عُشر ك ت . فيكون خمس وسدس وعشر ك ظ هــو ثلثي عشر ك ت وخمسيْ ك ض . وثلثا عشر ك ت هــو ثلث عشر ص ق ، لأن ك ت نصف ص ق . وإذا ضُرب ثلث عُشرِ ص ق في ق ي ، كان الذي يخرج هو ثُلثَ عُشرِ ل خ ، لأن ضرب ص ق في ق ي هو ل خ . فضرب خمس وسدس وعشر ك ظ في ق ي هو ثلث عشر ل خ مــع مضروب خمسي ك ض في ق ي . و ك ذ هو نصف سدس واحد ؛ لأن ك غ ربع واحد و غ ذ سدس واحد . فخمسا ك ذ هو ثلث عشر واحد . فإذا ضُرب في ق ي ؛ كان الذي يخرج هــو ثُلثَ عُشرِ ق ي ، الــذي ينقص عن ك خ بواحــد ، لأن ك خ مثل ص ق . فإذا أُضيف ثلثُ عُشرِ ق ي إلى ثلث عشر ل خ ، كان الذي يجتمع هو ثلثَ عشر ك ل إلا ثلثَ عشر واحــد . فمضروب خمس وسدس وعشر ك ظ في ق ي هو ثُلثُ عُشرِ ك ل ، إلا ثُلثَ عُشر واحد ، مع مضروب خمسي ذ ض في ق ي . وإذا ضرب ثُلثُ عُشر ك ل إلا ثلث عشر واحد في ك ل ، كان الذي يخرج هو ثلثُ عشر مربع ك ل إلا ثلثَ عشر ك ل ، لأن ضرب ثلث عشر واحد في ك ل هو ثلث عُشر ك ل . فيكون مضروب ك ل في خمس وسدس وعشر ك ظ ، ثم ما خرج في ق ي ، هو ثلثُ عُشر مربع ك ل ، إلا ثلثَ عشر ك ل ، مع مضروب ك ل في خمسي ذ ض ، ثم ما خرج في ق ي . وقــد كان فُرض نســبة غ ذ إلى ذ ض كنسبة ت ك إلى ك غ ، التي هي نسبة ل ك إلى ك ت . فنســبة ك ل إلى ك ت كنســبة غ ذ إلى ذ ض . فضرب ل ك في ذ ض هو ضربُ ك ت في غ ذ . وضرب ك ت في غ ذ هو سدسُ ك ت ، لأن غ ذ سدس واحد . فضربُ ك ل في ذ ض هو سدسُ ك ت . فضرب ك ل في خمسي ذ ض هو خمسا سدس ك ت ، الذي هو ثُلثا عُشر ك ت ، الذي هو ثُلثُ عُشر ص ق ، لأن ك ت نصف ص ق . وإذا ضرب ثُلثُ عُشر ص ق

١ – ك ض : ك ص / ثلثي عشر : ثلثا عشر ، وهو جائز ولكن النصب أفصح // ٢ – ك ظ : ك ط / ثلثي عشر : ثلثا عشر / وخمسي : وخمسا // ٥ – ك ظ : ك ط // ٦ – خمسي : خمس / ك ض : ك ص // ٧ – ك غ : ك ع / غ ذ : ع د // ٨ – ك ذ : ك د // ١٠ – ل خ : ل ح // ١١ – ك ظ : ك ط // ١٦ – ك ظ : ك ط // ١٧ – ذ ض : د ص // ١٨ – ذ ض : د ص / ت ك : ب ك // ١٩ – غ ذ : ع ذ / ذ ض : د ض // ٢٠ – ذ ض : د ص / غ ذ : (الثانية) : ع د // ٢١ – ذ ض : د ص // ٢٢ – ذ ض : د ص //

في ق ي ، كان الذي يخرج هــو ثُلث عُشرِ ل خ ، لأن ضَرْب ص ق في ق ي هــو ل خ . فمضروب كل في خمسي ذ ض ، ثم ما خرج في ق ي ، هو ثلث عُشر ل خ . فمضروب كل في خمس وسدس وعشر ك ظ ، ثم ما خرج في ق ي هو ثُلثُ عُشر مربع كل ، وثُلث عُشر ل خ ، إلا ثلث عُشر كل . وثلث عشر كل هو ثلثُ عُشرِ ل خ وثلثُ عُشر ك خ . فيسقط الزائدُ من الناقص ، فيبقى من ثُلثِ عُشرِ كل ثلثُ عُشرِ ك خ ، الذي هو مساوٍ لـ ص ق . فمضروب كل في خمس وسدس وعشر ك ظ ثم ما خرج في ق ي ، هو ثُلثُ عُشر مربع كل إلا ثلث عشر ص ق ، الذي هو ضلعه . و ص ق هو آحادُ صحاحٍ ، لأنه آخر الأعداد المتوالية . و كل هو مربع ص ق ؛ فـ كل أعظمُ من ص ق ، فثلث عُشر ص ق أقل من ثلث عشر مربع كل ، وأقل أيضاً من ثلث عشر كل نفسه ، لأن كل أيضاً آحادُ صحاحٍ فهو أضعاف ص ق .

وقد كان تبيّن أن مجموع مربعات م ا ن ج ف ه ع ح هو ثلث وخمس مجموع مربعات م ب ن د ف ز ع ط ، مع مضروب كل في خمس وسدس وعشر ك ظ ثم / ما خرج في ق ي . فمجمــوع مربعــات م ا ن ج ف ه ع ح ٦١-ظ هو ثلثُ وخمسُ مجموعِ مربعات م ب ن د ف ز ع ط مــع ثلث عشر مربع كل إلا ثلثَ عُشر ضلع كل . وثلث عشر مربع كل إلا ثلث عشر ضلعه ينقص عن ثلث وخمس مربعه بنصف مربعه وثلث عشر ضلعه ، لأن الثلث والخمس إذا نقص منـــه ثلث عشر كان الباقي نصفاً . فمربعات م ا ن ج ف ه ع ح أقل من ثلث وخمس مجموع مربعات م ب ن د ف ز ع ط كل بنصف مربع كل وثلث عُشر ضلعــه . فإذا زيد على مربعات م ا ن ج ف ه ع ح نصفُ مربع كل وثلثُ عشر ضلع كل ، كان الذي يجتمع هو ثلثَ وخُمسَ مربعات ب م ن د ف ز ع ط كل . وإذا زيد على مربعات م ا ن ج ف ه ع ح

١ – ل خ : ل ح // ٢ – ل خ : ل ح / ذ ض : د ص // ٣ – ل خ : ل ح / ك ظ : ك ط // ٤ – ل خ : ل ح // ٥ – ك خ : ك ح // ٦ – ك خ : ك ح // ٧ – مساو : مساوى / ص ق : ض ق / ك ظ : ك ط // ٨ – ضلعه : أي ص ق ضلع ك ل // ٩ – آخر : اخذ // ١٠ – ص ق : ض ق // ١٣ – وخمس : وعشر // ١٥ – ك ظ : ك ط // ١٩ – نصفاً : نصف // ٢٠ – ف ز : ف ر // ٢١ – زيد : ازيد //

جميعُ مربع كل ، كان الذي يجتمع يزيد على ثلث وخمس مربعات مب ند ف ز ع ط كل إلا ثلث عشر ضلعه .

< ولكنّ نصف مربع كل أكثرُ من ثلث عُشر صق فمجموع مربعات ما نج ف ه ع ح كل أكثر من ثلث وخمس مربعات مب ند ف ز ه ع كل >

فقد تبيّن من جميع ما ذكرنا أن مجموع مربعات ما نج ف ه ع ح أقلُّ من ثلث وخمس مربعات مب ند ف ز ع ط كل وأكثرُ من ثلث وخمس مربعات مب ند < ف ز > ع ط ؛ وأن مربعات ما نج ف ه ع ح كل أكثرُ من ثلث وخمس مربعات مب ند ف ز ع ط كل ، وذلك ما أردنا أن نبيّن .

ويستبين من هذا البيان أنه إذا كانت خطوط مستقيمة متساوية – كم كانت – ثم فُرضت أعداد مربعة متوالية مبتدئة من الواحد ، وجُعل عِدّة الأعداد المربعة كعدة الخطوط ، وقُسم من الخط الأول مقدارٌ يكون نسبةُ جميع الخط إليه كنسبة أعظم المربعات إلى الواحد ، التي هي بمنزلة نسبة مب إلى با ؛ وقُسم من الخط الذي يليه مقدارٌ يكون نسبةُ الخط إليه كنسبة المربع الأعظم إلى المربع الذي يلي الواحدَ ، التي هي بمنزلة نسبة ند إلى دج وقُسم من الخط الذي يليه مقدارٌ يكون نسبةُ الخط إليه كنسبة المربع

١٣ – التي هي : الذي هو //

الأعظم إلى المربع الثالث ، التي هي بمنزلة نسبة ف ز إلى ز ه ؛ وفُعل مثل ذلك بجميع الخطوط المتساوية ، إلى أن يبقى الخط الواحد النظير للمربع الأعظم غير منقسم ؛ فإن مجموع مربعات الخطوط التي تبقى من الخطوط المقسومة بعد انقسام < الخطوط > النظائر للمربعات ، يكون أصغرَ من ثلث وخمس مجموع مربعات الخطوط المقسومة مع مربع الخط الغير مقسوم . ويكون مجموع مربعات الخطوط التي تبقى من الخطوط المقسومة مع مربع الخط الغير مقسوم أعظمَ من ثلث وخمس مربعات الخطوط المقسومة مع مربع الخط الغير مقسوم .

وذلك لأن الخطوط المستقيمة المقسومة إذا كانت نسبتُها إلى أقسامها كنسبة أعداد م ب ن د ف ز ع ط إلى أعداد ب ا د ج ز ه ح ط ، كانت نسبة الخطوط المستقيمة المقسومة إلى ما يبقى منها كنسبة أعداد ب م د ن ز ف ط ع إلى أعداد م ا ن ج ف ه ع ح . فيكون نسبة مربعات الأقسام الباقية من الخطوط إلى مربعات الخطوط أنفسها كنسبة مربعات الأعداد النظائر لأعداد م ا ن ج ف ه ع ح إلى مربعات الأعداد النظائر لأعداد م ب ن د ف ز ع ط ك ل. فالخطوط المستقيمة المتساوية إذا قسم منها أقسامٌ متوالية ، وبقي منها خطٌ غير مقسوم ، وكان الخط الغيرُ مقسوم مع الأقسام التي قسمت من الخطوط المقسومة على نسبة الأعداد المربعة المتوالية المبتدئة من الواحد ، فإن < مجموع > مربعات الفضلات الباقية من الخطوط المقسومة هو أصغرُ من / ثلث وخمس ٦٢-و مجموع مربعات الخطوط المتساوية المقسومة مع مربع الخط الذي لم يُقسم . وإن مجموع مربعات الفضلات الباقية ، مع مربع الخط الذي لم يُقسم ، أعظمُ من ثلث وخمس مجموع مربعات الخطوط المستقيمة المقسومة مع مربع الخط الذي لم يقسم . وذلك ما أردنا أن نبيّن .

وإذْ قد تبينت هذه المقدمات ، فلنشرع الآن في مساحة المجسم المكافىء .

وليكن قطعة من قِطَعِ مكافىء عليها ا ب ، وليكن قطرها ا ج ورأسها ا

١ – ف ز : و ز // ٤ – انقسام : الانقسام // ٦ – تبقى : يبقى //
١٥ – أقسام : أقساما

وخط الترتيب – الذي يخرج من طرفيها – خطُّ ب ج . وليكن زاوية ا ج ب – من الصورة الأولى – قائمةً ، ومن الصورة الثانية حادّةً ، ومن الصورة الثالثة منفرجةً . ولنثبت قطر ا ج على وضعه حتّى لايتغير . ولنُدِرْ قِطعَ ا ب ج حول قطر ا ج حتّى يعود إلى وضعه ، وليحدُث من استدارته مجسّمُ ا ب د . فأقول : إن مجسّمَ ا ب د مساوٍ لنصف الأسطوانة القائمة التي نصفُ قطر قاعدتِها العمودُ الواقعُ من نقطة ب على قطر ا ج ، وارتفاعُها قطر ا ج .

ونخرج من نقطة ب عموداً على قطر ا ج . أما في الصورة الأولى فهو خط ب ج الذي هو خط الترتيب ، لأن زاوية ا ج ب قائمة بالفرض . وأما في الصورتين الباقيتين : فليكن العمود ب ک ، ونخرج من نقطة ب خطاً في سطح قطعة ا ب ج موازياً لقطر ا ج عليه ب ح . ونجعل ب ح مثلَ ج ا ، ونصل ا ح ، فيكون موازياً لخط ب ج . ونخرج من نقطة ح – في الصورتين الثانية والثالثة – عمودَ ح ل . ونتوهم سطح ا ج ب ح – من الصورة الأولى – دائراً حول خط ا ج إلى أن يعود إلى وضعه ، فيحدث من حركته أسطوانةٌ قائمة ، ويحدث من خطي ب ج ح ا دائرتان متوازيتان ، هما قاعدتا الأسطوانة . ويكون خط ا ج سهم الأسطوانة . ونتوهم – من الصورة الثانية – سطح ح ل ج ب دائراً حول خط ل ج ، فيحدث من سطح ح ل ک ب أسطوانة قائمة ، ومن مثلثي ب ک ج ح ا ل مخروطان قائمان . ونتوهم – من الصورة الثالثة – سطح ح ا ک ب دائراً حول خط ا ک ، فيحدث من سطح ح ل ک ب أسطوانة قائمة ، ومن مثلثي ب ک ج ح ا ل مخروطان قائمان . وليكن الأسطوانة القائمة من الصور الثلاث هي التي عليها ب ح ط د .

فأقول : إن مجسم ا ب د – من كل واحد من الصور الثلاث – نصفُ أسطوانةِ ب ح ط د .

برهان ذلك : أنه إن لم يكن هذا المجسمُ نصفَ الأسطوانة فهو إما أعظمُ من نصفها أو أصغرُ من النصف .

فلنفرض أولاً أن المجسم المكافىء أعظمُ من نصف أسطوانة ب ح ط د .

٥ – مساوٍ : مساوى // ١٧ – مخروطان قائمان : مخروطين قائمين // ١٨ – ب ک ج : ب ک // ١٨ ، ١٩ – مخروطان قائمان : مخروطين قائمين / الصور : الصورة //

وليكنْ يزيدُ على نصفها بمجسّمِ ز . ويُقسم قطر ا ج – من الصورة الأولى – بنصفين على نقطة م . ونخرج م ه على الترتيب ونُنفذه على استقامة حتى يلقى خط ح ب . وليلْقَه على نقطة ص . ونجيز على نقطة ه خطاً موازياً لخط ا ج عليه س ه ع . فلأن ا م مثل م ج ، يكون س ه مثل ه غ ، ويكون سطح ح ه مثل سطح ه ب ، ويكون سطح ا ه مثل سطح ه ج . فإذا دار سطح ا ح ب ج حول خط ا ج ، وحدثت أسطوانةُ ح ب د ط ، فإنه يحدث من سطح س ج أسطوانة ، ويحدث من سطح ح غ جسمٌ مستديرٌ محيطٌ بالأسطوانة التي تحدث من سطح س ج ، ويحدث من خط م ص دائرة تقطع الأسطوانة – التي تحدث من سطح س ج – بنصفين وتقطع الجسم المستدير – الذي يحدث من سطح ح غ – أيضا بنصفين ؛ فيكون الجسم الذي يحدث من استدارة سطح ح ه والأسطوانة التي تحدث من استدارة سطح ه ج ، بمجموعهما ، مساويين لنصف الأسطوانة العظمى التي حدثت من استدارة سطح ح ج .

وأيضاً فإنا نقسم خط ا م بنصفين على نقطة ل ، ونخرج من نقطة ل خطاً على الترتيب ، عليه ل ه ، ونُنفذه حتى / يلقى خط ح ب ، ونجيز على نقطة ه ٦٢-ظ
من خط ه ل أيضاً خطاً موازياً لقطر ا م ، وليكن ت خ . فيكون الجسمان اللذان يحدثان من استدارة سطحي س ه م ه ، نصفَ الأسطوانة التي تحدث من استدارة سطح س م .

وأيضاً فإنا نقسم خط م ج بنصفين على نقطة ك ، ونخرج من نقطة ك خطاً على الترتيب ، عليه ك ه ، وننفذه حتى يلقى خط ب ح ، ونجيز على نقطة ه من خط ه ك خطاً موازياً لخط م ج ، عليه و ه ش ، فيكون الجسم الذي يحدث من استدارة سطحي ص ه ه غ نصفَ الجسم المستدير الذي يحدث من استدارة سطح ص غ ، لأن سطح ص ه نصفُ سطح و ب وسطحَ ه غ نصفُ سطح و غ ؛ فيكون المجسمات الأربعة – التي تحدث من استدارة سطوح ص ه ه غ س ه ه م ، بمجموعها –

٢ – وننفذه : وينفذه // ٤ – ه غ : ه ع // ٧ – ح غ : ح ع / جسم مستدير محيط : جسما مستديرا محيطا / تحدث : يحدث // ٨ – تقطع : يقطع / تحدث : يحدث //
٩ – وتقطع : ويقطع / ح غ : ح ع // ١٠ – تحدث : يحدث // ١١ – مساويين : مساويان //
١٣ – ونخرج : ويخرج // ١٤ – وننفذه : وينفذه // ١٥ – ت خ : ت ه ح // ١٦ – تحدث : يحدث //
٢٠ – و ه ش : و ه س // ٢١ – ه غ : ه ع // ٢٢ – ه غ : ه ع // ٢٣ – بمجموعها : بمجموعهما //

نصفَ المجسمين اللذين يحدثان من استدارة سطحي ب ه ه ا . وهذان الجسمان هما اللذان بقيا من الأسطوانة بعد نقصان الجسمين اللذين حدثا من استدارة سطحي ح ه ه ج .

وأيضاً فإنا نقسم كلّاً واحد من خطوط ا ل ل ه ه ك ك ج بنصفين على نقط ع ف ن ي ونخرج منها خطوطاً على الترتيب ، عليها ع ه ف ه ن ه ي ه ، وننفذها حتى تلقى خط ح ب ، ونجيز على نقطة ه خطوطاً موازية للقطر . فنقسم ما يبقى من السطوح بنصفين نصفين ، ويكون المجسمات التي تحدث باستدارتها نصف ما يبقى من الأسطوانة بعد القسمين الأوَّلَيْن . وإذا فُعل ذلك يكون قد قُسم من الأسطوانة العظمى نصفُها ، ومما يبقى نصفُه ، ومما يبقى نصفُه . وإذا فُعل ذلك فإنه يبقى من الأسطوانة العظمى مقدارٌ هو أصغرُ من مقدار ز ؛ وذلك أن كل مقدار يُقسم منه نصفُه ، ومما يبقى نصفُه ، ونفعل ذلك مرتين ، يكون قد قسم من المقدار أعظمُ من نصفه . فإذا قسم مما يبقى أيضاً نصفُه ؛ ومما يبقى نصفُه ، مرتين أيضاً ، يكون قد قسم من الباقي أعظمُ من نصفه . وإذا قسم من مقدار نصفه ، ومما يبقى نصفه ، وفُعل ذلك دائماً ، فإنه يكون قد قسم من ذلك المقدار أعظمُ من نصفه ، ومما يبقى أعظمُ من نصفه ، لأن كل دفعتين من القَسْم يكون المقسومان < فيهما > أعظمَ من النصف . والأسطوانة أعظم من مقدار ز . فإذا قسم من الأسطوانة نصفها ، ومما يبقى نصفه – على الصفة التي في الصورة – وفعل ذلك دائماً ، فإنه لا بدّ أن يبقى مقدار هو أصغر من مقدار ز . فلينته القسمةُ إلى ذلك الحد ، والذي يبقى من هذه الأسطوانة – إذا قسمت على الوجه الذي بيناه – هو المدوّرات التي يمرّ سطح المجسّم المكافىء بأوساطها ، ويكون نُقَطُ ه على زواياها . فيكون المدوّرات التي على زواياها ه ، بمجموعها ، أصغرَ من مقدار ز ، فيكون ما يقع في داخل المجسم المكافىء من هذه المدوّرات أصغرَ بكثير من مقدار ز .

وإذا كان ذلك كذلك ، كان الذي يبقى من المجسم المكافىء بعد < إلقاء >

٢ – حدثا : حدثان // ٦ – تلقى : يلقى // ٧ – المجسمات : المجسمان / باستدارتّها : الضمير يعود على أنصاف السطوح // ٨ – الأولين : الأولتين // ٩ – العظمى : العظم/نصفه(الثانية) : نقطه// ١٠ – ز : حرف بين النون والزاي // ١٦ – المقسومان : أضفنا « فيهما » ليعود الضمير إلى كلمة « دفعتين » ويترابط الكلام // ٢٠ – يمر : تمر //

الذي في داخله من أجزاء المدوّرات أعظمَ من نصف أسطوانةَ ب ح ط د، لأن هذا المجسم المكافىء كان يزيد على نصف هذه الأسطوانة بمقدار ز. والذي يبقى من المجسم المكافىء بعد < إلقاء > الذي في داخله من أجزاء المدوّرات هو المنشورُ الذي يقسم الدوائر التي تحدث من استدارة خطوط الترتيب، وهو الذي قاعدتُه الدائرةُ التي نصف قطرها ض ج ورأسه الدائرة التي نصف قطرها ع ه وزواياه المستديرة تحدّها الدوائرُ التي تحدث عند الاستدارة من نقطة ه. فهذا المنشورُ أعظمُ من نصف أسطوانة ب ح ط د.

لكن قِطْع ا ب قِطعٌ مكافىء. فنسبة ج ا إلى ا م كنسبة مربع ب ج إلى مربع ه م، و ج ا ضعف ا م، فمربع ب ج ضعف مربع ه م، و ب ج مثل ص م، فمربع ص م ضعف مربع م ه. وأيضاً فإن نسبة مربع ب ج إلى مربع ه ي كنسبة ج ا إلى ا ي، وبالتفضيل يكون نسبة فضل مربع ب ج على مربع ه ي إلى مربع ه ي هي نسبةَ ج ي إلى ي ا، ونسبةُ مربع ه ع إلى مربع ه ي هي نسبة ع ا إلى ا ي و ع ا مثل ج ي، فنسبة مربع / ه ع إلى مربع ه ي هي نسبة فضل مربع ب ج على ٦٣-و مربع ه ي إلى مربع ه ي. ففضل مربع ب ج على مربع ه ي مساوٍ لمربع ه ع؛ فمربع ه ي مع مربع ه ع مساويان لمربع ب ج؛ فهما بمجموعهما ضعفُ مربع ه م. وأيضاً فإن نسبة مربع ب ج إلى مربع ه ک هي نسبة ج ا إلى ا ک؛ وبالتفضيل: نسبة فضل مربع ب ج على مربع ه ک إلى مربع ه ک هي نسبة ج ک إلى ک ا. ونسبة مربع ه ل إلى مربع ه ک هي نسبة ا ل المساوي لـ ج ک إلى ا ک؛ ففضل مربع ب ج على مربع ه ک هو مربع ه ل؛ فمربع ه ک مع مربع ه ل هما ضعف مربع ه م. وكذلك يتبيّن في مربعي ه ن ه ف.

فمجموع مربعات خطوط ه ي ه ک ه ن ه ف ه ل ه ع هي أضعافٌ لمربع ه م، عِدّتها كعِدّة هذه الخطوط، لأن كل اثنين منها هما ضعفُ مربع ه م. ومربع ه م هو نصف مربع ب ج؛ فمجموع مربعات هذه الخطوط مساوية لنصف مجموع مربعات الخطوط المــارة بنقط ع ل ف ن ک ي القاطعة لسطح ح ج،

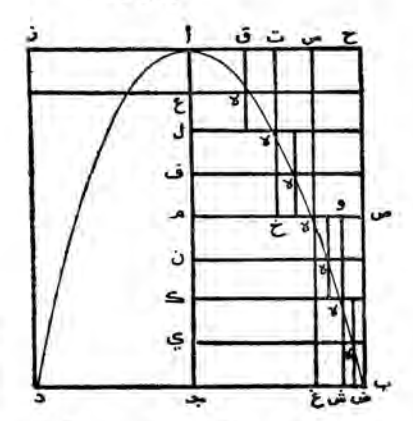
٤ – تحدث: يحدث // ٥ – ض ج: ص ج / وزواياه: وزاواياه // ٦ – تحدث: يحدث //
٩ – و ب ج: ز ج // ١١ – ا ي: ا ث // ١٢ – هي: هو //
١٤ – مساوٍ: مساوى // ١٧ – هي: هو // ١٨ – هي: هو //

المساوي كل واحد منها لخط ب ج ؛ ومربع ه م أيضاً نصف مربع ص م ، فمربعات خطوط ه ع ه ل ه ف ه م ه ن ه ك ه ي مجموعةً مساويةٌ لنصف مربعات الخطوط المساوية لخط ب ج المارة بنقط ع ل ف م ن ك ي . وكذلك أضعافها القاطعة لسطح ب ط ، أعني أن الخطوط القاطعة للقِطْع – التي هي أضعاف خطوط ه ع ه ل ه ف ه م ه ن ه ك ه ي – مجموعُ مربعاتها مساوٍ لنصف مجموع مربعات الخطوط القاطعة / لسطح ب ط – المتوازي الأضلاع – المارّة بنقط ع ل ف م ن ك ي ٦٣ - ظ المساوي كلٌّ واحدٍ منها لخط ب ج . وكذلك الدوائر التي أقطارُها مارّة بهذه النقط . وإذا جعلنا أحد أقسام قطر ا ج المتساوية ارتفاعاً مشتركاً – أعني خطَّ ا ع – كانت الأساطينُ ، التي قواعدُها الدوائر – القاطعة للمجسم المكافىء التي أقطـــارُها خطوطُ الترتيب – وارتفاعُها خط ا ع ، بمجموعها ، نصفَ الأساطين التي قواعدُها الدوائر القاطعة للأسطوانة العظمى وارتفاعها خط ا ع . والأساطين التي ارتفاعها خط ا ع هي بعينها الأساطين التي ارتفاعاتها خطوط ع ل ل ف ف م م ن ن ك ك ي ي ج، لأن هذه الخطوط متساوية . والأساطين التي ارتفاعاتها هذه الخطوط وقواعدها الدوائر القاطعة للمجسم المكافىء، بمجموعها، هي المنشور الذي قاعدته الدائرة – التي نصف قطرها خط ض ج – ورأسه الدائرة التي نصف قطرها ه ع . والأساطين التي ارتفاعاتها خطوط ع ل ل ف ف م م ن ن ك ك ي ي ج وقواعدها الدوائر القاطعة للأسطوانة العظمى ، هي الأسطوانةُ التي قاعدتها الدائرة – التي نصفُ قطرهـــا ب ج – وارتفاعُها خط ع ج . فالمنشور الذي في داخل المجسم المكافىء هو نصفُ الأسطوانة التي ارتفاعها خط ع ج وقاعدتها قاعدة الأسطوانة العظمى ، فهو أصغر من نصف أسطوانة ب ح ط د العظمى . وقد كان تبين أن هذا المنشورَ أعظمُ من نصف هذه الأسطوانة ، وهذا مُحال .

وهذا المُحال إنما عَرَض من فرْضنا المجسّمَ المكافىءَ أعظمَ من نصف الأسطوانة ، فليس المجسّمُ المكافىءُ أعظمَ من نصف الأسطوانة .

وأقول : إنه ليس بأصغرَ من نصف الأسطوانة أيضاً .

٥ – مساوٍ : مساوية // ٨ – المتساوية : المساوية // ١٥ – ض ج : ص ج //
٢١ – هذا : هذ //



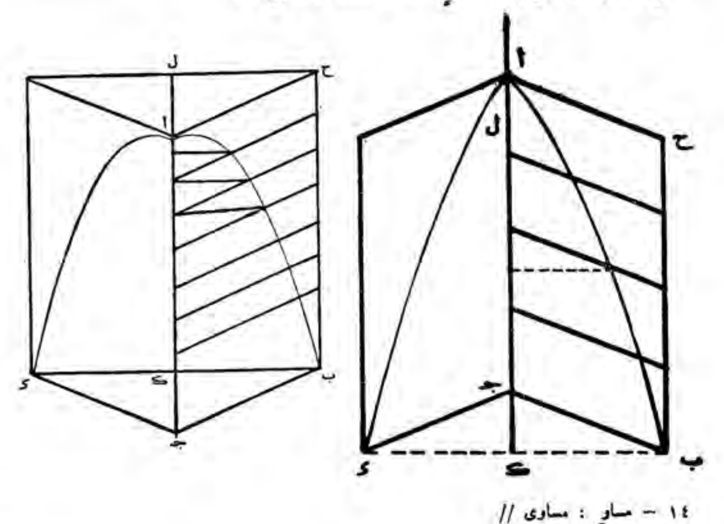
فإن أمكن ، فليكن أصغرَ من نصف الأسطوانة ، وليكن نقصانُه عن نصف الأسطوانة بمقدار مجسّم ز . ونقسم من الأسطوانة نصفها ، ومما يبقى نصفَه ، بالوجه الذي تقدم ، حتى يبقى من المدورات – التي يمرُّ سطحُ المجسم المكافىء بأوساطها – أصغرُ من مجسم ز ؛ فيكون ما يقع خارجَ المجسم المكافىء من هذه المدورات أصغرَ بكثير من مقدار ز . والمجسّم المكافىء مع مقدار ز هو نصفُ أسطوانة ب ح ط د . فالمجسّم المكافىء مـــع ما يقع خارجاً منه من أجزاء المدورات أصغر من نصف الأسطوانة . لكن المجسّم المكافىء مع ما يقع خارجاً منه من المدورات هو المنشورُ الذي قاعدته قاعدة الأسطوانة ورأسُه الدائرةُ التي نصف قطرها ق ا ، فالمنشور الذي قاعدته قاعدة الأسطوانة ورأسه الدائرة التي نصف قطرها ق ا أصغرُ من نصف الأسطوانة .

وقـــد تبيّن أن المنشور الذي في داخل المجسم المكافىء هـــو نصفُ الأسطوانة التي ارتفاعها ج ع وقاعدتُها الدائرةُ التي نصفُ قطرها ب ج . لكن المنشور ، الذي في داخل المجسم المكافىء ، مساوٍ للمنشور المحيط بالمجسم المكافىء الذي قاعدته الدائرة – التي نصف قطرها خط ه ي – ورأسه الدائرةُ التي نصف قطرها ق ا ، لأن ه ي مثل ض ج وق ا مثل ه ع وارتفاع ا ي مثل ارتفاع ج ع . والأسطوانة التي ارتفاعها ج ع مساويةٌ للأسطوانة التي ارتفاعها ا ي ؛ فيكون

٣ – يمر : تمر // ٦ – مع ما : معما // ٧ – مع ما : معما // ١٠ – ق ا : ق //
١٢ – ج ع : ج ح // ١٣ – مساوٍ : مساوى // ١٥ – ض ج : ص ج //

المنشور المحيط بالمجسم المكافىء – الذي قاعدته الدائرة التي نصف قطرها ه ي – نصفَ الأسطوانة التي ارتفاعها ا ي. فإذا أضيف إلى هذا المنشور نصفُ الأسطوانة التي قاعدتها الدائرة – التي نصف قطرها ب ج – وارتفاعها ي ج ، فإن الجميع يكون نصفَ أسطوانة ب ح ط د . فإذا أضيف إلى المنشور المحيط بالمجسم المكافىء الذي قاعدتُه الدائرة التي نصفُ قطرها ه ي – جميعُ الأسطوانة التي ارتفاعها ي ج وقاعدتُها الدائرة التي نصف قطرها ب ج ، كان الجميع أعظمَ من نصف أسطوانة ب ح ط د . لكن المنشور / المحيط بالمجسم المكافىء – الذي قاعدته ٦٤-و الدائرة التي نصف قطرها ه ي وارتفاعه ا ي – إذا أضيف إليه الأسطوانة التي قاعدتها الدائرة التي نصف قطرها ب ج وارتفاعها خط ج ي ، كان ذلك هو المنشور المحيطَ بالمجسم المكافىء الذي قاعدته قاعدة الأسطوانة العظمى – أعني أسطوانة ب ح ط د – ورأسُه الدائرة التي نصفُ قطرها ق ا . فهذا المنشور هو إذاً أعظم من نصف أسطوانة ب ح ط د . وقد كان تبين أن هذا المنشور أصغرُ من نصف هذه الأسطوانة ، وهذا مُحال .

فليس المجسّمُ المكافىءُ أصغرَ من نصف أسطوانة ب ح ط د ولا أعظمَ من نصفها ، فهو إذن مساوٍ لنصف هذه الأسطوانة .



١٤ – مساوٍ : مساوى //

فأما الصورةُ الثانية ، فإن المجسم المكافىء الذي فيها ، يكون قاعدتُه منخرطةً ، ويكون الأسطوانة المحيطة به منخرطة ، إلا أن المخروط الذي يحدث من مثلث ب جـ د هو مساوٍ للمخروط الذي يحدث من مثلث ح ل ا . فإذا نقص المخروطُ الذي رأسه نقطةُ جـ من الأسطوانة المنخرطة ، وزيد المخروطُ الذي رأسُه نقطةُ ا ، صارت الأسطوانة القائمة مساوية الأسطوانة المنخرطة . فإذا فرض المجسمُ المكافىء أعظمَ من نصف الأسطوانة ، ثم قُسمت الأسطوانة المنخرطة على الوجه الذي يتبين في الصورة الأولى، كان الذي يُقسم منها نصفَها ، ومما يبقى نصفه، ومما يبقى نصفه؛ فيبقى المنشور الذي في داخل المجسم المكافىء أعظمَ من نصف الأسطوانة كما تبين في الصورة الأولى، ويكون هذا المنشور منخرطاً . ويتبين كما تبين في الصورة الأولى أن هذا المنشور أصغرُ من نصف الأسطوانة المنخرطة؛ وذلك أنه إذا أخرجت من رؤوس خطوط الترتيب أعمدةٌ على القطر ، كانت نسبة هذه الأعمدة بعضها إلى بعض كنسبة خطوط الترتيب بعضِها إلى بعضٍ . ونسبة خطوط الترتيب التي في هذه الصورة بعضها إلى بعضٍ هي نسبُ خطوط الترتيب التي في الصورة الأولى بعضِها إلى بعضٍ . فيكون نسب الأعمدة – التي تخرج في هذه الصورة من رؤوس خطوط الترتيب إلى القطر – بعضِها إلى بعضٍ ، هي نسبَ خطوط الترتيب التي في الصورة الأولى بعضها إلى بعضٍ . وإذا أُخرجت هذه الأعمدة < حتى > تلقى خطَّ ب ح ، كانت نسبة الأعمدة – التي في داخل القِطْع – إلى ما ينتهى منها إلى خط ب ح كنسب خطوط الترتيب إلى ما ينتهى منها إلى خط ب ح . ونسب خطوط الترتيب التي في الصورة الثانية إلى ما ينتهى منها إلى خط ب ح ، هي نسبُ خطوط الترتيب التي في الصورة الأولى إلى ما ينتهى منها إلى خط ب ح من الصورة الأولى . فنسب الأعمدة التي في داخل القِطْع في الصورة الثانية إلى ما ينتهى منها إلى خط ب ح ، هي نسب خطوط الترتيب التي في الصورة الأولى إلى ما ينتهى منها إلى خط ب ح . فيكون نسب الدوائر – التي أنصافُ أقطارها الأعمدةُ التي في داخل القِطْع من الصورة الثانية – بعضِها إلى بعضٍ ، هي نسبَ الدوائر – التي أنصافُ أقطارها خطوطُ الترتيب من الصورة الأولى – بعضها إلى بعض . فيكون نسب المدورات القائمة – التي في الصورة الثانية – إلى الأسطوانة القائمة – التي في هذه الصورة – هي نسبَ

٣ – مساوٍ : مساوى // ١٥ – تخرج : يخرج // ١٧ – تلقى : يلقى //

المدورات التي في الصورة الأولى إلى أسطوانتها . فيكون نسبةُ المنشور القائم – الذي في داخل الصورة الثانية – إلى الأسطوانة القائمة ، هي نسبة المنشور – الذي في الصورة الأولى – إلى أسطوانتها . والمنشور الذي في الصورة الأولى أصغرُ من نصف الأسطوانة . فالمنشور القائم الذي في الصورة الثانية أصغرُ من نصف الأسطوانة القائمة . والأسطوانة القائمة مساوية الأسطوانة المنخرطة . والمنشور القائم مساوٍ للمنشور المنخرط ، لأن كل واحدة / من المدوّرات القائمة مساوية لنظيرتها ٦٤ - ظ من المدورات المنخرطة لأن ذلك يتبين كما تبين في الأسطوانة القائمة والأسطوانة المنخرطة . فيلزم من ذلك أن يكون المنشور المنخرط أصغر من نصف الأسطوانة المنخرطة .

وكذلك إذا فُرض المجسّم المكافىء أصغرَ من نصف الأسطوانة ، يكون المنشور المحيط به أصغرَ من نصف الأسطوانة المنخرطة . ويتبين ، مثلَ ما تبين من قبل ، أن المنشور المحيط بالمجسم المكافىء أعظمُ من نصف الأسطوانة المنخرطة . فيلزم بمثل هذا البرهان ، الذي تبين في الصورة الأولى ، أن المجسم المكافىء الذي في الصورة الثانية نصف الأسطوانة المنخرطة . والأسطوانة المنخرطة مساويةٌ الأسطوانة القائمة ، فيكون المجسم المكافىء الذي في الصورة الثانية نصفَ الأسطوانة القائمة .

وبمثل هذا البيان بعينه يتبين في الصورة الثالثة ، لأن المخروطين والأعمدة – التي تقع في الصورة الثالثة – حالُها مساويةٌ لحال المخروطين والأعمدة التي في الصورة الثانية .

فالمجسم المكافىء الذي يحدث من استدارة قِطْع $\overline{\text{ا ب ج}}$ حول قطر $\overline{\text{ا ج}}$ من الصور الثلاث ، هو نصفُ الأسطوانة التي قاعدتها الدائرةُ التي نصفُ قطرها العمودُ الواقع من نقطة $\overline{\text{ب}}$ على قطر $\overline{\text{ا ج}}$ وارتفاعها مساوٍ لقطر $\overline{\text{ا ج}}$ ، وذلك ما أردنا أن نبين .

وكل قِطع مكافىء يكون قطره يحيط ، مع خطوط ترتيبه ، بزاويتين

١ – الذي : التي // ٣ – أسطوانتها : الضمير يعود على الصورة الأولى ، والمقصود الأسطوانة في هذه الحال // ٥ – مساوٍ : مساوى // ١٨ – تقع : يقع // ٢٢ – مساوٍ : مساوى //

مختلفتين ، فإن المجسم المكافىء – الذي يحدث من القسم الحادّ الزاوية – مساوٍ للمجسم الذي يحدث من القسم المنفرج الزاوية .

وذلك أن أسطوانتيهما القائمتين تكونان متساويتين ؛ لأن كل واحدة من الأسطوانتين يكون سهمها مساوياً لقطر القِطْع ، ونصفُ قطر قاعدة كل واحدة منهما مساوٍ للعمود الواقع من طرف خط الترتيب على القطر . والعمودان الخارجان من طرفي خط الترتيب على القطر متساويان ، لأن خط الترتيب ينقسم بالقطر بنصفين . فالأسطوانتان القائمتان متساويتان ، وكل واحـــد من المجسمين نصف أسطوانته . فيكون المجسمان المكافئان اللذان من قسمي القطع متساويين.

وكذلك القِطْع المكافىء الذي يكون قطره سهماً ؛ ويكون هذا السهم مساوياً لقطر قطع آخرَ مختلفِ الزاويتين ، ويكون خط ترتيب السهم – الذي هو قاعدة القطع – مساويا لكل [لكل] واحـــد من العمودين الخارجين من طرفي خطي الترتيب < في القطع > المختلف الزاويتين ؛ فإن المجسم المكافىء – الذي يكون من إدارة هذا القطع حول سهمه – مساوٍ لكل واحد من المجسمين اللذين يحدثان من إدارة كل واحد من قطعي القطع المختلف الزاويتين حول قطره .

ويتبين من جميع ما ذكرناه أن نسبة كل مجسم مكافىء إلى كل مجسم مكافىء ، إذا كانت قواعـــد أسطوانتيهما متساويتين ، كنسبة ارتفاعه إلى ارتفاعه ، لأن نسبة المجسم إلى المجسم كنسبة أسطوانته إلى أسطوانته .

وإن كانت قواعد أسطوانتيهما مختلفتين وارتفاعاهما متساويين ، فإن نسبة أحدهما إلى الآخر كنسبة القاعدة إلى القاعدة .

وإن اختلفت ارتفاعاتها وقواعدها معاً ، فإن نسبة أحدهما إلى الآخر مؤلفةٌ من نسبة الارتفاع إلى الارتفاع ومن نسبة القاعدة إلى القاعدة . وارتفاعات جميع المجسمات المكافئة – التي من هذا النوع – هي أقطارُ القطوع التي منها حدثت هذه المجسمات .

١ – مساوٍ : مساوى // ٣ – تكونان : يكونان // ٤ – سهمها : سهمهما //
٥ – مساوٍ : مساوى // ٧ – فالأسطوانتان القائمتان متساويتان : فالأسطوانتين القائمتين متساويتين //
١٣ – مساوٍ : مساوى // ١٨ – مختلفتين وارتفاعاهما : مختلفين وارتفاعهما //

ويستبيّن مما تقدم من البرهان أن المدوَّرات التي يمرّ سطح المجسم المكافىء بأوساطها ، مساويةٌ للأسطوانة التي قاعدتها قاعدة الأسطوانة العظمى وارتفاعها خط ج ي .

وذلك أنه قد تبيّن أن المدوَّرتين / اللتين تحدثان من استدارة سطحي ٦٥-و س ه م ب ص ه هما نصفُ الأسطوانة العظمى . والأسطوانة التي تحدث من استدارة سطح ب م هي نصف الأسطوانة العظمى . فالمدورتان إذن مساويتان بمجموعهما الأسطوانةَ التي تحدث من استدارة سطح ب م . والمدورتان اللتان تحدثان من استدارة سطحي ت ه ل ه خ ه هما نصفُ المدوَّرة التي تحدث من استدارة سطح س ه م . والمدورتان اللتان تحدثان من استدارة سطحي ه و ه ب ش ه هما نصف المدورة التي تحدث من استدارة سطح ص غ . فالمدورات الأربع التي تحدث من استدارة سطوح ت ه ل ه خ ه ه و ه ب ش ه هي <نصف> نصف الأسطوانة العظمى. والأسطوانة التي تحدث من استدارة سطح ب ک هي نصف <نصف> الأسطوانة العظمى . فالمدوَّراتُ الأربعُ التي حددناها هي مساوية للأسطوانة التي تحدث من استدارة سطح ب ک .

وكذلك أيضاً يتبين أن المدوَّرات الأربعَ التي حددناها ينقسم كلٌ واحدة منها بالمدورتينَ اللتين في داخلها ، اللتين يمرّ سطح المجسم المكافىء بأوساطها ، بنصفين نصفين . فيكون جميعُ المدورات الصغار – التي يمرّ سطح المجسم المكافىء بأوساطها – نصفَ المدورات الأربع التي حددناها . والأسطوانة التي تحدث من استدارة سطح ب ي هي نصفُ الأسطوانة التي تحدث من استدارة سطح ب ک ، التي قد تبيّن أنها مساويةٌ للمدورات الأربع . فالمدورات الصغائر الأخيرة – التي يمرّ سطح المجسم المكافىء بأوساطها – مساويةٌ للأسطوانة التي قاعدتها قاعدة الأسطوانة العظمى ، وارتفاعها خط ج ي .

١ – تقدم : يقدم / يمر : تمر // ٤ – تحدثان : يحدثان // ٦ – فالمدورتان : فالمدويان / مساويتان : مساويتان // ٨ – تحدثان : يحدثان / تحدث : يحدث // ٩ – تحدثان : يحدثان / سطحي : سطى // ١٠ – تحدث : يحدث // ١٢ – تحدث : يحدث // ١٦ – يمر : تمر // ١٧ – يمر : تمر // ١٨ – تحدث : يحدث // ١٩ – تحدث : يحدث // ٢١ – يمر : تمر //

وكذلك يتبين <أنه> إنْ قُسمت الأسطوانة إلى مدوَّرات أصغرَ من هذه المدورات إلى غير نهاية ، فإن مجموعها مساوٍ للأسطوانة الصغرى ، التي قاعدتها قاعدةُ الأسطوانة العظمى ، وارتفاعُها قسم واحـــد من أقسام القطر ، وذلك ما أردنا أن نبيّن .

وأيضاً فإنه قد تبيّن أن المنشور الذي في داخل المجسم المكافىء — الذي قاعدته الدائرة التي نصف قطرها ض ج ، ورأسه الدائرة التي نصف قطرها ه ع — هو نصف الأسطوانة التي قاعدتها قاعدة الأسطوانة العظمى وارتفاعُها خط ج ع المساوي لخط ي ا . وقد تبيّن أن المجسم المكافىء هو نصفُ الأسطوانة العظمى ، فزيادة المجسم المكافىء على المنشور الذي في داخله ، هو نصفُ الأسطوانة التي قاعدتها قاعدة الأسطوانة العظمى وارتفاعُها خط ج ي . وزيادة المجسم المكافىء على المنشور الذي في داخله هو ما يقع في داخـــل المجسم المكافىء من أجزاء المدورات الصغار التي يمرّ سطح المجسم المكافىء بأوساطها . والذي يقع من هذه المدورات في داخل المجسم المكافىء هو مساوٍ لنصف الأسطوانة التي قاعدتها قاعدةُ الأسطوانة العظمى وارتفاعُها خط ج ي . وقد تبيّن أن هذه المدورات بمجموعها مساويةٌ للأسطوانة التي قاعدتها قاعدة الأسطوانة العظمى ، وارتفاعها خط ج ي . فسطح المجسّم المكافىء يقسمُ جميعَ المدوَّرات الصغار التي يمرّ في أوساطها بنصفين ، وذلك ما أردنا أن نبيّن .

ويلزم هذا المعنى بعينه في المجسم الذي قاعدته الدائرة التي نصف قطرها خط ه ي ، وفي المجسم الذي نصف قطره ه ك ، وفي جميع المجسمات الباقية .

فيتبيّن من ذلك أن سطح المجسّم المكافىء يقسمُ كلَّ واحدة من المدورات الصغار بنصفين نصفين .

وهذا الذي بيّناه ، هو مساحة أحد نوعي المجسّم المكافىء ، وهو الذي يحدث من استدارة القِطْع حول قطره .

٢ — مساوٍ : مساوى // ١٢ — يمر : تمر // ١٣ — مساوٍ : مساوى //
١٦ — يمر : تمر //

فأما النوع الثاني ، وهو الذي يحدث من حركة القِطْع حول خطّ ترتيبه فإنا نبيّنه الآن :

فليكن قِطعٌ مكافىء عليه ا ب ج / وليكن قطره ب ج وخط ترتيبه ا ج ، وليكن زاوية ا ج ب قائمةً ، ولنخرج من نقطة ب خطاً موازياً لخط ا ج وهو ب ه ، ونخرج خط ا ه موازيا لخط ج ب ، ونثبت خط ا ج حتى لا يتغير وضعه ؛ ونُدير سطح ا ج ب ه المتوازي الأضلاع حول خط ا ج ، فيحدث من استدارة سطح ا ب أسطوانة مستديرة نصفُ قطرِ قاعدتها خط ب ج وهي التي عليها ب ز ؛ ويحدث من قطع ب ا ج مجسّم مكافىء قاعدته الدائرة التي نصف قطرها خط ب ج ، وهو الذي عليه ب ا د ، فأقول : إن مجسّم ب ا د ثلثُ وخُمسُ أسطوانة ه د . ٦٥ - ظ

برهان ذلك : أنه إن لم يكن ثلثَ وخُمسَ الأسطوانة فهو أعظم من ثلث وخمس الأسطوانة أو أصغرُ من ثلثها وخمسها .

فليكن أولاً أعظمَ من ثلثها وخمسها ، وليكن زيادتُه على ثلث وخمس الأسطوانة مجسّمَ ي . ونقسم ا ج بنصفين على نقطة ح ، ونُخرج خطّ ح م س موازيا لخط ب ج ؛ ونُجيز على نقطة م خط ق م ع موازياً لخطي ب ه ا ج . فلأن خط ق م مساوٍ لخط م ع - من أجل أن ا ح مساوٍ لـ ح ج - يكون سطح ه م مساوياً لسطح م ب ويكون سطح ا م مساويا لسطح م ج . فإذا أدير سطح ب ا حول خط ا ج حتى يعود إلى وضعه ، فإن المدوّرتين اللتين تحدثان من استدارة سطحي ا م م ج تكونان متساريتين والمدوّرتين اللتين تحدثان من استدارة سطحي ه م م ب تكونان أيضاً متساويتين . فيكون المدورتان اللتان تحدثان من استدارة سطحي م ه م ج بمجموعهما نصفَ أسطوانة ب ز .

ونقسم أيضاً خط ا ح بنصفين على نقطة ك ، ونُخرج من نقطة ك خطاً موازياً لخطي ح س ا ه ، وهو خط ك ل ر ؛ ونُجيز على نقطة ل خطاً موازياً لخطي ا ج ه ب ، وهو خط ص ل ت ش . ونقسم أيضاً خطّ ح ج بنصفين على نقطة ط ،

٤ - ولنخرج : وليخرج // ٥ - يتغير : يتعين // ١١ - الأسطوانة: والأسطوانة //
١٥ - مساوٍ (الأولى والثانية) : مساوى // ١٨ - تكونان: يكونان / تحدثان: يحدثان //
١٩ - تكونان : يكونان // ٢٠ - بمجموعهما : لمجموعهما //

ونخرج من نقطة ط خطاً موازياً لخطي جـ ب ح س ، وهو خط ط ن ض ؛ ونجيز على نقطة ن خط ث ن ف موازيا لخطي ت ش ر س . فيتبيّن – كما تبيّن من قبل – أن المدورتين ، اللتين تحدثان من استدارة سطحي ق ل ل ح ، هما نصفُ المدوّرة التي تحدث من استدارة سطح ا م . وكذلك يتبيّن أن المدورتين اللتين تحدثان من استدارة سطحي س ن ن ع هما نصفُ المدورة التي تحدث من استدارة سطح س ع . فيكون المدوّرات الأربعُ التي تحدث من استدارة سطوح س ن ن ع ق ل ل ح مجموعةً نصفَ المدورتين اللتين تحدثان من استدارة سطحي ب م م ا . ولكنه إذا نُقص من جميع أسطوانة ب ز المدورتان اللتان تحدثان من استدارة سطحي ه م م جـ – اللتان هما نصف الأسطوانة – كان الذي يبقى هما المدورتان اللتان تحدثان من استدارة سطحي ب م م ا . وإذا نُقصت المدورات الأربع التي تحدث من استدارة سطوح ق ل ل ح س ن ن ع – من المدورتين اللتين تحدثان من استدارة سطحي ب م م ا – اللواتي هي نصفُ هاتين المدورتين ، كان الذي يبقى هي المدورات ، التي تحدث من استدارة سطوح ب ن ن م م ل ل ا . وإذا قسم كلُّ قسم من أقسام خط ا جـ بنصفين ، وأخرج من مواضع القسمة خطوطٌ موازية لخط ب جـ وأجيز على مواضع التقاطع – التي تقع بينها وبين قطع ا ب – خطوطٌ موازية لخط ا جـ ، كانت المدوّرات التي تكون من استدارة السطوح ، والتي يحدث كلُّ مدورتين منها نصفَ المدورة التي فيها ، كما تبين من قبل .

وإذا كان مقداران مختلفان ، وفُصل من أحدهما نصفُه ، ومما يبقى نصفُه ، وفُعل ذلك دائما ، فلا بدّ أن يبقى مقدارٌ أصغرُ من المقدار الأصغر ، كما تبين في / الشكل الذي قبل هذا . فإذا قُسمت أسطوانة ب ز ، على الصفة ٦٦-و التي بيّناها ، فلا بدّ أن يبقى مقدار هو أصغر من مقدار ي . فلينته القسمةُ إلى ذلك ؛ وليكن الذي يبقى من أسطوانة ب ز هي المدورات التي تحدث من استدارة

١ – ط ن ض : ط ن ص // ٢ – ت ش : ث ش // ٣ – تحدثان : يحدثان // ٤ – تحدث : يحدث //
٥ – تحدثان : يحدثان / تحدث : يحدث // ٦ – تحدث : يحدث // ٧ – تحدثان : يحدثان //
٨ – المدورتان اللتان : المدورتين اللتين / تحدثان : يحدثان // ١٠ – تحدثان : يحدثان / تحدث : يحدث //
١١ – تحدثان : يحدثان // ١٣ – تحدث : يحدث // ١٤ – خطوط : خطوطا //
١٥ – تقع : يقع / خطوط : خطوطا // ١٦ – تكون : يكون / والتي : التي // ١٨ – أحدهما : لعلها " أعظمهما " أو " أكبرهما " ثم نقلها الناسخ " أحدهما " وهذا هو المقصود هنا . //
٢١ – فلينته : فلنيتيه ، نسخت هكذا // ٢٢ – الذي : الذين (هكذا) / تحدث : يحدث //

سطوح ب ن ن م م ل ل ا . فهذه المدوّرات أصغر من مقدار ي . والذي يقع في داخل المجسم المكافىء من هذه المدورات هو أقلُّ من هذه المدورات . فالذي يقع في داخل المجسم المكافىء من هذه المدورات هو أصغرُ بكثير من مجسم ي . وإذا كان مجسّم ب ا د المكافىء أعظم من ثُلث وخمس أسطوانة ب ز بمجسم ي ، وكان الذي في داخل المجسم المكافىء من أقسام المدورات الصغار هو أقلّ من مجسم ي ، فالذي يبقى من المجسم المكافىء بعد هذه الأقسام التي هي في داخله هو أعظم من ثلث وخمس الأسطوانة . والذي يبقى من المجسم المكافىء بعد الذي في داخله من أقسام المدورات الصغار ، هو المنشور الذي قاعدتُه الدائرة – التي نصفُ قطرها ف ج – ورأسُه الدائرة التي نصف قطرها ل ك . فهذا المنشور إذن أعظمُ من ثلث وخمس أسطوانة ب ز .

ولأن قطع ا ب ج قطعٌ مكافىء وقطره ب ج وخط ا ج على الترتيب ، يكون مربع خط ا ج مساوياً لضرب ب ج في الضلع القائم . ولأن خطوط ل ش م ع ن ف موازيةٌ لخط ا ج ، يكون هذه الخطوط على الترتيب . فيكون مربع ل ش مثل ضرب ب ش في الضلع القائم ، ويكون مربع م ع مثل ضرب ب ع في الضلع القائم ، ويكون مربع ن ف مثل ضرب ب ف في الضلع القائم . فنسبة مربع ا ج إلى مربع ل ش كنسبة ج ب إلى ب ش ، ونسبة مربع ل ش إلى مربع م ع كنسبة ش ب إلى ب ع ، ونسبة مربع م ع إلى مربع ن ف كنسبة ع ب إلى ب ف . فخطوط ب ج ب ش ب ع ب ف نسبةُ بعضِها إلى بعض كنسبة مربعات خطوط ا ج ل ش م ع ن ف بعضها إلى بعض . ولأن خط ن ف مثلُ خط ج ط وخطّ م ع مثلُ خط ج ح وخطّ ح ج ضعفُ خط ج ط ، يكون م ع ضعفَ خط ن ف . ولأن أقسام ا ك ك ح ح ط ط ج متساوية ، يكون ك ج ثلاثةَ أمثال ج ط . فخط ل ش ثلاثةُ أمثال ن ف . وكذلك ا ج أربعة أمثال ج ط ، فا ج أربعة أمثال ن ف . فبالمقدار الذي به خط ن ف واحد ، يكون م ع اثنين ويكون ل ش ثلاثة ويكون ا ج أربعة . فنسب خطوط ن ف م ع ل ش ا ج بعضِها إلى بعض كنسب الأعداد المتوالية المبتدئة من الواحد، المتزيّدة بواحدٍ واحدٍ ، بعضها إلى بعضٍ . وكذلك لو كانت الخطوط

٢ – فالذي : والذي // ١٤ – ويكون : فيكون // ٢١ – ل ش : ل ن //
٢٣ – ل ش : ل س // ٢٤ – ل ش : ل س //

أكثر عدداً من هذه لكانت [يكون] كلّها على نسب الأعداد المتوالية . فيكون من أجل هذه الحال نِسَبُ مربعات خطوط ن ف م ع ل ش ا ج بعضها إلى بعض كنسب مربعات الأعداد المتوالية بعضها إلى بعض . ونسب مربعات خطوط ن ف م ع ل ش ا ج بعضها إلى بعض كنسب خطوط ب ف ب ع ب ش ب ج بعضها إلى بعض . فنسب خطوط ب ف ب ع ب ش ب ج بعضها إلى بعض كنسب ، < مربعات > الأعداد المتوالية المبتدئة من الواحد المتزيِّدة بواحد واحد ، بعضها إلى بعض . وخطُّ ب ف مثل ض ن ، و ب ع مثلُ س م ، و ب ش مثلُ ر ل ، وب ج مثل ه ا . فخطوط ض ن س م ر ل ه ا على نسبة الأعداد المربعات المتوالية المبتدئة من الواحد ، بعضها إلى بعض . وخطوط ض ط س ح ر ك ه ا متساوية .

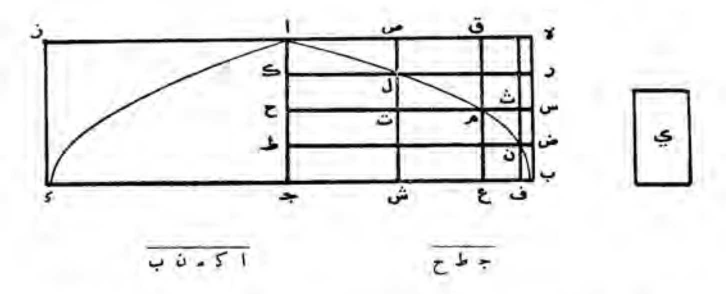
وقد تبين في المقدمات التي قدمناها أنه إذا كانت خطوط مستقيمة متساوية وفُصل منها خطوط ، وبقي منها خط لم يُقسم ، وكانت نسب الخطوط التي قُسمت مع الخط الذي لم يقسم متواليةً على نسب الأعداد المربعات المتوالية المبتدئة من الواحد ، فإن مربعات الفضلات التي بقيت من الخطوط مجموعةً أقلُّ من ثلث وخمس مجموع مربعات جميع الخطوط المتساوية المساوية لأعظم الخطوط ؛ وإن مربعات الفضلات مجموعةً مع مربع الخط الذي لم يقسم ؛ أعظمُ من ثلث وخمس مجموع مربعات / جميع الخطوط المتساوية . فمربعات خطوط ن ط ٦٦ - ظ م ح ل ك أقلُّ من ثلث وخمس مربعات خطوط ض ط س ح ر ك ا ه ؛ ومربعات خطوط ن ط م ح ل ك ا ه أعظمُ من ثلث وخمس مربعات < خطوط > ض ط س ح ر ك ا ه .

ونسبة مربعات الخطوط بعضها إلى بعض كنسبة الدوائر التي أنصافُ أقطارها تلك الخطوطُ ، بعضها إلى بعض . فالدوائر التي أنصافُ أقطارها خطوطُ ن ط م ح ل ك أقلُّ من ثلث وخمس الدوائر التي أنصافُ أقطارها ض ط س ح ر ك ا ه . والدوائر التي أنصاف أقطارها ن ط م ح ل ك ه ا أعظم من ثلث وخمس

٢ – ل ش : ل س // ٤ – ل ش : ل س / ب ش : ب ش // ٥ – ب ش : ب س // ٧ – ب ش : ب س / ر ل : ز ل // ٨ – ر ل : ز ل // ٩ – خطوط : صححها عليها / ض ط : ص ط / ر ك : ز ك // ١١ – نسب : نسبة // ١٣ – الفضلات : الفصلات // ١٥ – الفضلات : الفصلات // ١٧ – ر ك : ز ك // ١٩ – ر ك : ز ك // ٢٢ – ر ك : ز ك //

الدوائر التي أنصاف أقطارها خطوط ض ط س ح ر ك ه ا . ونجعل خط ا ك ارتفاعاً مشتركاً ، فيكون الأساطين الصغار التي قواعدها الدوائر – التي أنصافُ أقطارها خطوطُ ن ط م ح ل ك – وارتفاعها مساوٍ لخط ا ك أقلَّ من ثلث وخمس الأساطين التي قواعدُها الدوائر ، التي أنصاف أقطارها خطوط ض ط س ح ر ك ه ا وارتفاعها مساوٍ لخط ا ك . والأساطين التي قواعدها الدوائر – التي أنصاف أقطارها خطوط ن ط م ح ل ك – وارتفاعها مساوٍ لخط ا ك هو المنشور الذي قاعدته الدائرة – التي نصف قطرها خط ج ف المساوي لخط ن ط – ورأسُه الدائرة التي نصف قطرها خط ل ك ، لأن ارتفاعات ك ح ح ط ط ج كلٌّ واحد منها مساوٍ لخط ا ك . والأساطين التي قواعدها الدوائرُ – التي أنصاف أقطارها خطوط ض ط س ح ر ك ه ا – وارتفاعُها مساوٍ لخط ا ك ، هي الأسطوانة التي قاعدتها الدائرة – التي نصف قطرها خطُ ه ا – وارتفاعها خط ا ج ، وهي أسطوانة ب ز . فالمنشور الذي قاعدته الدائرة – التي نصف قطرها خط ف ج – ورأسه الدائرة التي نصف قطرها ل ك ، أقل من ثلث وخمس أسطوانة ب ز .

وهذا المنشور هو المنشورُ الذي في داخل المجسم المكافىء ، الذي تبين أنه أعظمُ من ثلث وخمس أسطوانة ب ز ؛ وهذا خُلْفٌ . فليس المجسم المكافىء بأعظمَ من ثلثِ وخمسِ الأسطوانة . وأقول : إنه ليس بأصغرَ من ثُلثها وخُمسها أيضاً .



١ – ر ك : ز ك // ٣ – مساوٍ : مساوى // ٤ – ر ك : ز ك // ٥ – مساوٍ : مساوى / أنصاف أقطارها : انصافها قطارها // ٦ – مساوٍ : مساوى // ٨ – مساوٍ : مساوى // ١٠ – ر ك : ز ك / مساوٍ : مساوى //

فإن أمكن ، فليكن هذا المجسّم أصغرَ من ثلث وخمس الأسطوانة ، وليكن أصغرَ من ثلثها وخمسها بمقدار مجسم ي . ونقسم الأسطوانةَ بالمدوّرات كما عملنا من قبل ، فيبقى المدورات التي تحدث من استدارة سطوح ب ن ن م م ل ل ا أصغرَ من مجسم ي . فيكون أقسام هذه المدوّرات الخارجة عن المجسم المكافئ المحيطة به أصغر بكثيرٍ من مجسم ي .

فالمجسّم المكافئ مع هذه الأقسام أصغرُ من ثلث وخمس الأسطوانة . والمجسّم المكافئ مع هذه الأقسام هو المنشور الذي قاعدته الدائرة — التي نصف قطرها خط ب ج — ورأسه الدائرة التي نصف قطرها خط ا ص . فهذا المنشور أقلُ من ثلث وخمس أسطوانة ب ز .

وقد تبين أن الدوائر التي أنصافُ أقطارها خطوطُ ن ط م ح ل ك ه ا أعظمُ من ثلث وخمس الدوائر التي أنصافُ أقطارها / خطوط ض ط س ح ر ك ه ا . ٦٧ - و
ونجعل ا ك ارتفاعاً مشتركاً ، ونأخذ ب ج بدل ه ا لأنه مساوٍ له . فالأساطينُ الصغار التي قواعدُها الدوائر — التي أنصافُ أقطارها خطوطُ ب ج ن ط م ح ل ك — وارتفاعاتها مساويةٌ لخط ا ك أعظمُ من ثلث وخمس الأساطين التي قواعدها الدوائر — التي أنصاف أقطارها خطوط ب ج ض ط س ح ر ك — وارتفاعاتها مساوية لخط ا ك . والأساطين التي قواعدها الدوائر — التي أنصاف أقطارها خطوط ب ج ن ط م ح ل ك — وارتفاعاتها مساوية لخط ا ك ، هي الأساطين التي تحدث من استدارة سطوح ب ط ن ح م ك ل ا . والأساطين التي تحدث من استدارة هذه السطوح مجموعُها هو المنشورُ الذي قاعدتُه الدائرة — التي نصف قطرها ب ج — ورأسُه الدائرة التي نصف قطرها ص ا . والأساطين التي قواعدها الدوائر — التي أنصاف أقطارها خطوطُ ب ج ض ط س ح ر ك — وارتفاعاتها مساويةٌ لخط ا ك ، هي الأساطين التي تحدث من استدارة سطوح ب ط ض ح س ك ر ا . وهذه الأساطين بمجموعها هي الأسطوانةُ التي تحدث من استدارة سطح ب ا ، لأن مجموع السطوح التي ذكرناها هو سطحُ ب ا ، التي هي أسطوانة ب ز . فالمنشور الذي قاعدته

٣ — تحدث : يحدث // ١١ — ض ط : ص ط / ر ك : د ك // ١٢ — مساوٍ : مساوى //
١٥ — ض ط : ص ط / ر ك : ز ك // ٢١ — ض ط : ص ط / ر ك : ز ك //
٢٢ — تحدث : يحدث / ض ح : ص ح / ر ا : ز ا // ٢٣ — تحدث : يحدث //

الدائرة – التي نصف قطرها خط ب ج – ورأسه الدائرة – التي نصف قطرها ص ا – أعظمُ من ثلث وخمس أسطوانة ب ز .

وقد كان تبين أن هذا المنشور أقلُّ من ثلث وخمس أسطوانة ب ز ، وهذا خُلْفٌ لا يمكن . فليس مجسّم ب ا د المكافىء بأصغرَ من ثلثِ وخمسِ أسطوانة ب ز .

وقد تبين أنه ليس بأعظمَ من ثلثها وخمسها . فمجسم ب ا د المكافىءُ ثلثُ وخمسُ أسطوانةِ ب ز ، وذلك ما أردنا أن نبين .

وإذا كانت زاوية ا ج ب حادةً أو منفرجةً ، عملنا في القِطْع كما عملنا في الصورة الثانية والثالثة من الشكل الذي قبل هذا . فيتبين – كما تبين من ذلك الشكل – أن المجسّم المكافىءَ ثلثُ وخمسُ الأسطوانة القائمـــة التي قاعدتُها الدائرة – التي نصفُ قطرها العمودُ الواقعُ من طرف القطر على خط الترتيب – وارتفاعُها مساوٍ لخط الترتيب ، وذلك ما أردنا أن نبين .

ويتبين – كما تبيّن في الشكل الذي قبلَ هذا – أن المدوَّراتِ الصغارَ التي يمرّ سطح المجسم المكافىء بأوساطها مساويةٌ بمجموعها للمدوّرة التي تحدث من استدارة سطح ب ط .

لأن المدورات الصغارَ نسبتُها إلى الأسطوانة نسبةُ النصف ونصفِ النصف ؛ وكذلك المدوّرةُ التي تحدث من استدارة سطح ب ط . وكلما قُسمت المدورات التي يمرّ سطح المجسم المكافىء بأوساطها ، انقسمت المدورةُ – التي تكون من استدارة سطح ب ط – بنصفين . فالمدورات التي يمرّ سطح المجسم المكافىء بأوساطها مساويةٌ للمدورة التي تكون من استدارة سطح ب ط .

ونجعل ا ب هو العددَ المربع النظير لخط ه ا ، لأن خطوط ض ن س م ر ل ه ا على نسبة الأعداد المربعات المتوالية المبتدئة من الواحد . ونقسم ا ب بنصفين

٨ – عملنا (الثانية) : طمست فكتبها الناسخ فوقها // ١٢ – مساوٍ : مساوى // ١٤ – يمر : تمر / تحدث : يحدث // ١٧ – تحدث : يحدث // ١٨ – يمر : تمر / تكون : يكون // ١٩ – يمر : تمر // ٢٠ – تكون : يكون // ٢١ – ض ن : ص ن // ٢٢ – ر ل : ذ ل //

على نقطة ن ، ونجعل ن ك ثُلث عُشر اب ؛ فيكون ب ك ثُلثَ وخُمسَ اب . وليكن جح ضلعَ عدد اب المربع ؛ ونجعل ح ط ثُلث عُشر واحد، ونجعل نسبة ح ط إلى ن م كنسبة اب إلى جح ؛ فيكون ضرب اب في ن م مثلَ ضرب جح في ح ط ، وضربُ جح في ح ط هو ثُلثُ عُشر جح ، لأن ح ط ثلثُ عشرِ واحد . فضربُ اب في م ن ثلثُ عشر جح ، وضربُ اب في ك ن ثلثُ عشر مربع اب . فضربُ اب في ك م هو ثلثُ عشر مربع اب إلا ثلثَ عشر ضلع اب . وقد تبين في المقدّمات العددية التي قدمناها أن مربعات الأعداد النظيرة لخطوط ل ك م ح ن ط مجموعةً تزيد على ثلث وخمس مربعات الأعداد النظائر لخطوط ر ك / س ح ض ط بثُلث عُشر مربع العدد النظير لخط ا ه إلا ثُلث عُشر ضلع هذا ٦٧ - ظ العدد . فمربعات الأعداد النظائر لخطوط ل ك م ح ن ط تزيد على ثلث وخمس مربعات الأعداد النظائر لخطوط ر ك س ح ض ط بضرب اب في ك م . وضرب اب في ب ك هو ثلث وخمس مربع اب . فمربعات الأعداد النظائر لخطوط ل ك م ح ن ط مع ضرب اب في ب م هو ثلثُ وخمس مربعات الأعداد النظائر لخطوط ر ك س ح ض ط ب ج .

ونجعل نسبة مربع ب ج < إلى مربع جي > كنسبة اب إلى ب م . ونسبةُ اب إلى ب م كنسبة مربع اب إلى ضرب اب في ب م . فنسبة مربع ب ج إلى مربع ج ي كنسبة مربع اب إلى ضرب اب في ب م . فمربع ج ي مساوٍ لضرب اب في ب م . ونخرج خط يلا موازياً لخط ط ج . فلأنّ ضرْبَ اب في ب م مع مربعات الأعداد النظائر لخطوط ل ك م ح ن ط هو ثلثُ وخمسُ مربعات الأعداد النظائر لخطوط ر ك س ح ض ط ب ج ، يكون مربعات خطوط ل ك م ح ن ط ي ج هي ثلث وخمسَ مربعات خطوط ر ك س ح ض ط ب ج . والدوائر أيضاً ، التي أنصاف أقطارها هذه الخطوط ، هي أيضاً في هذه النسبة . والمدورات أيضاً ، التي قواعدها هذه الدوائر وارتفاعاتُها خطوط ا ك ك ح ح ط ط ج ، هي أيضاً في هذه النسبة . فالمنشور الذي في داخل المجسم المكافىء — وهو الذي رأسُه الدائرة ، التي نصفُ قطرها ل ك ، وقاعدته الدائرة التي نصف قطرها ف ج —

٤ – ثلث عشر واحد : ثلث وعشر واحد // ٥ – ثلث عشر : (الأولى) ثلث وعشر //
٨ – تزيد : زيد / ر ك : ز ك // ٩ – ض ط : ص ط // ١٠ – تزيد : يزيد //
١١ – ر ك : ن ك / ض ط : ص ط // ١٤ – ض ط : ص ط // ١٧ – مساو : مساوى //
٢٠ – ر ك : ز ك / ض ط : ص ط // ٢١ – ر ك : ز ك / ض ط : ص ط //

مع المدوّرة التي تحدث من استدارة سطح ي ط ، هو ثلثُ وخمس المدوّرات التي قواعدَها الدوائر – التي أنصاف أقطارها خطوط ر ك س ح ض ط ب ج – وارتفاعاتُها خطوط ا ك ك ح ح ط ط ج . وهذه المدورات هي أسطوانة ب ز . فالمنشور الذي في داخل المجسم المكافىء مع المدوّرة التي تحدث من استدارة سطح ي ط هو ثلث وخمس أسطوانة ب ز . لكن المجسّم المكافىء هو ثلث وخمس أسطوانة ب ز . فالمنشور الذي في داخل المجسم المكافىء مع المدورة التي تحدث من استدارة سطح ي ط مساوٍ للمجسّم المكافىء . فالمدوّرة التي تحـــدث من استدارة سطح ي ط مساويةٌ لأجزاء المدوّرات الصغار التي يمرّ سطح المجسم المكافىء بأوساطها التي هي في داخل المجسم المكافىء .

وقد كان تبين أن جميع المدوّرات الصغار مساويةٌ [مساوية] لجميع المدوّرة التي تحدث من استدارة سطح ب ط . فأجزاءُ المدوّرات الصغار التي يمرّ سطح المجسم المكافىء بأوساطها – التي هي خارجةٌ عن المجسم المكافىء ومحيطةٌ به – مساويةٌ للمدوّرة التي تحدث من استدارة سطح ب لا . ونسبة الأجزاء الخارجة من هذه المدورات إلى الأجزاء الداخلة منها كنسبة المدوّرة التي تحدث من استدارة سطح ب لا إلى المدوّرة التي تحدث من استدارة سطح ي ط . ونسبة هاتين المدوّرتين – إحداهما إلى الأخرى – كنسبة قاعدتيْهما ، إحداهما إلى الأخرى . ونسبة قاعدتيهما – إحداهما إلى الأخرى – كنسبة فضْل مربع ب ج على مربع ج ي إلى مربع ج ي . ونسبة فضْل مربع ب ج على مربع ج ي إلى مربع ج ي كنسبة ا م إلى م ب ، لأن نسبة مربع ب ج إلى مربع ج ي كنسبة ا ب إلى ب م . فنسبة أجزاء المدورات الصغار ، الخارجـــة عن المجسم المكافىء ، إلى أجزائها الداخلة في المجسم المكافىء كنسبة عدد ا م إلى عدد م ب .

ويلزم هذه النسبةُ في كلّ واحدة من الـمدَوّرات كما تبيّن في الشكل الذي قبل هذا . ويلزم من هذه النسبة أن يكونَ الـمدَوَّرات الصغار ، كلما صغُرت ،

١ – تحدث : يحدث / هو : هي // ٢ – ر ك : ز ك // ٣ – وارتفاعاتها : وارتفاعها // ٤ – تحدث : يحدث // ٦ – تحدث : يحدث // ٧ – مساوٍ : مساوية / فالمدورة : فالمدور / تحدث : يحدث // ٨ – يمر : تمر // ١١ – يمر : تمر // ١٣، ١٤ – الأجزاء الخارجة : اجزا الخارجة //

كانت نسبة الأجزاء الخارجة منها إلى الأجزاء الداخلة أعظمَ من نسبة الأجزاء الخارجة من المدورات ، التي هي أعظمُ منها ، إلى أجزائها الداخلة . وذلك أن المدوَّرات الصغارَ / [٦٨ - و] ، كلما صغُرت ، كثُرت الخطوطُ النظائر لخطوط ل ك م ح ن ط ج ب ؛ فيكثر الخطوطُ النظائر لخطوط ض ن س م ر ل ه ا ؛ فيكون العدد المربعُ النظيرُ لخط ا ه أعظمَ من عدد ا ب ؛ فيكون نسبته إلى ضلعه أعظمَ من نسبة ا ب إلى ج ح ؛ لأن الأعداد المربعة المتوالية ، كلٌّ ما كان منها أبعدَ عن الواحد ، كانت نسبتُه إلى ضلعه أعظمَ . فيكون ثُلث عشر الواحد – الذي هو مثلُ ح ط – إلى العدد النظير لعدد ن م أعظمَ من نسبة ح ط إلى ن م . فيكون العدد النظير لعدد ن م أصغرَ من ن م ، ويكون نصف العدد المربع النظير لعدد ن ب أعظمَ من ن ب ؛ فيكون نسبة م ن إلى ن ب أعظم من نسبة العدد النظير لـ ن م إلى العدد النظير لـ ن ب من المربع الأعظم النظير لعدد ا ب . وبالتركيب يكون نسبة م ب إلى ب ا أعظمَ من نسبة العدد النظير لـ ن م إلى العدد النظير لـ ن ب [إلى العدد النظير لـ ن ب] . ونسبة ن ب إلى ب ا كنسبة نصف ذلك العدد إلى جميع ذلك العدد . فيكون نسبة م ب إلى ب ا أعظمَ من نسبة العدد النظير لعدد م ب من المربع الأعظم إلى ذلك المربع الأعظم . وبالعكس يكون نسبة ذلك العدد المربع الأعظم إلى الجزء منه النظير لعدد ب م أعظمَ من نسبة ا ب إلى ب م . وبالتفضيل يكون نسبة العدد النظير لعدد ا م إلى العدد النظير لعدد م ب أعظمَ من نسبة ا م إلى م ب ؛ فيكون نسبة الأجزاء الخارجة من المدوَّرات التي هي أصغرُ إلى أجزائها الداخلة أعظمَ من نسبة الأجزاء الخارجة من المدورات التي هي أعظمُ منها إلى أجزائها الداخلة ؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن .

ويلزم في هذا النوع أيضاً أن كلَّ قطعٍ مكافىء يكون خطُّ ترتيبه يحيط مع قطره بزاويتين مختلفين ، فإن المجسم الذي يحدث من القسم الحادّ الزاوية مساوٍ للمجسم الذي يحدث من القسم المنفرج الزاوية ، لأن أسطوانتيهما تكونان متساويتين ، لأن ارتفاعي الأسطوانتين مساويان لخطي الترتيب ، وخطّا الترتيب متساويان ، ونصف قطر قاعدة كلٍّ واحدة من الأسطوانتين هو العمودُ الواقع

٤ – ج ب : ا ب / ض ن : ص ن / ر ل : ز ل / العدد : عدد // ٥ – نسبته : نسبة //
٦ – كل ما : كلما // ٢٣ – تكونان : يكونان // ٢٤ – مساويان : مساويين //

من طرف القطر على خط الترتيب، وهو عمود واحد . فالمجسمان اللذان يكونان من القسمين ، يكونان متساويين .

وكذلك المجسّمُ – الذي يكون من القِطْع الذي قطرُه مساوٍ للعمـــود الواقع من طرف القطر على خط الترتيب ، وخط ترتيبه مساوٍ لخط ترتيب القِطْع المختلف الزاويتين – يكون مساوياً لكل واحد من المجسّمين الحادثين من القطعين المختلفي الزاويتين .

ويكون نسب المجسمات المكافئة التي من هذا النوع ، بعضها إلى بعضٍ ، على مثل ما تبين في النوع الأول .

ولأنه قد يشْكُل على كثير من الناس برهانُ الخُلْفِ إذا كان على صفة برهان هذين الشكلين – وذلك أنه ربما ظن قوم ، لم يُنعموا النظر ، أنه لو فرض المجسم المكافىء جزءاً من الأسطوانة غيرَ الثلث والخمس في هذا النوع ، وغيرَ النصف في النوع الأول ، لقد كان يطرّد فيه برهانٌ مثل البرهان الذي ذُكر في هذين الشكلين – وجب من أجل هذه الحال أن نكشف العلة التي بها تم هذا البرهان ، والتي أنتجت المطلوب ، وهذا المعنى الذي من أجله صار المجسّم المكافىء – الذي يحدث من إدارة القطع حول خط ترتيبه – ثلثاً وخمساً ، وصار المجسم المكافىء الذي يحدث من إدارة القطع حول قطره – نصفاً .

فنقول : إن العلة التي بها يتبيّن أن المجسم المكافىء – الذي يحدث من إدارة القطع حول ترتيبه – ثُلث وخمس ، هي أن كلّ منشور يقع في داخل المجسم المكافىء – على الصفة التي شرحناها في البرهان – هو أقلُّ / من ثلث ٦٨ - ظ وخمس الأسطوانة وكلّ منشورٍ يحيط بالمجسم المكافىء – على الصفة التي شرحناها أيضاً في البرهان – هو أعظمُ من ثلث وخمس الأسطوانة ؛ وأن كلّ جزء يُفرض غير الثلث والخمس ، فقد يوجد في داخل المجسم المكافىء منشوراتٌ كثيرة على هذه الصفة التي تقدمت ، ومحيطاً به منشورات كثيرة ، يكون الداخلةُ

٣ – مساوٍ : مساوى // ٤ – مساوٍ : مساوى // ٩ – يشكل : تشكل //
١٤ – والتي : والذي // ١٨ – ثلث وخمس : ثلثا وخمسا //

والخارجةُ معاً إما أعظمَ من ذلك الجزء وإما أصغرَ من ذلك الجزء ؛ ولا يوجد جزءٌ يكون كلُّ منشورٍ يقع في داخل المجسم المكافىء أصغرَ منه ؛ وكلُّ منشور يحيط بالمجسم المكافىء أعظمُ منه غيرَ الثلث والخمس فقط ؛ وإن هذا المعنى هو الذي أنتج البرهان . وأعني بالجزء فيما مضى من قولي ، وفيما يأتي من بعدُ ، البعضَ فقد بقي أن نبيّن هذا الذي ذكرناه بالبرهان .

ولنفرض جزءاً ما أقلَ من ثلثٍ وخمس الأسطوانة ، فأقول : إنه قد يوجد في داخل المجسم المكافىء منشوراتٌ كثيرة ، كلُّ واحد منها أعظمُ من ذلك الجزء . وذلك أن الجزءُ المفروض الذي هــو أقلُّ من ثلث وخمس الأسطوانة يكون الفضل الذي بينه وبين ثلث وخمس الأسطوانة مقداراً ما . فإذا قُسمت الأسطوانة بالمدوَّرات بنصفين ، ونصفُها بنصفين ، وفُعل ذلك دائماً ؛ فلا بد أن يبقى من الأسطوانة مقدارٌ هو أصغرُ من تلك الفَضْلة . والذي يبقى من الأسطوانة إذا قُسمت < هي > المدوَّراتُ الصغار التي يمرّ سطح المجسم المكافىء بأوساطها ، وتلك المدوَّراتُ مساويةٌ للمدوَّرة النظيرة للمدوَّرة التي تحدث من استدارة سطح ب ط . فيكون المدوَّرة النظيرة للمدوَّرة التي تحدث من استدارة سطح ب ط أصغرَ من تلك الفَضْلة . فيكون المدوَّرة التي تحدث من استدارة السطح النظير لسطح ي ط أصغرَ بكثيرٍ من تلك الفَضْلة . فيكون الجزء الذي فُرض مع المدوَّرة التي تحدث من استدارة السطح النظير لسطح ي ط أصغرَ من الثلث والخمس . وقد تبين أن المنشور الذي يقع في داخل المجسم المكافىء مع المدوَّرة التي تحدث من استدارة السطح النظير لسطح ي ط هــو ثلثُ وخمس الأسطوانة . فيكون المنشور مع المدورة التي تحدث من استدارة السطح النظير لسطح ي ط أعظمَ من ذلك الجزء مع هذه المدوَّرة بعينها . فيكون المنشور الذي يقع في داخل المجسم المكافىء أعظمَ من ذلك الجزء . وإذا قُسمت المدوَّرات الصغار أيضاً < من بعد > هذه الحال ، بالتنصيف مرةً بعد مرة ، كانت البقايا التي تبقى من الأسطوانة ، كلُّ بقيةٍ منها أصغرُ من البقيــة التي قبلها . فيكون المنشورات التي تحدث في داخل المجسم المكافىء ، كلُّ واحدٍ منها أعظم بكثير

٢ – منه : مطموسة // ٩ – مقداراً : مقدار // ١١ – الفضلة : الفصلة //
١٢ – المدورات : بالمدورات / يمر : تمر // ١٤ – تحدث : يحدث //
٢٣ – بالتنصيف : مالتنصيف //

من ذلك الجزء . فتبين من هذا البيان أن كلَّ مقدار يفرض أقــلَّ من الثلث والخمس ، فإنه يوجد في داخل المجسم المكافىء منشوراتٌ كثيرةٌ ، كلُّ واحد منها أعظمُ من الجزء .

وأيضاً فإنا نفرض جزءاً ما أعظمَ من الثلث والخمس ، فيكون بينه وبين الثلث والخمس فَضْلةٌ ، فإذا قُسمت الأسطوانة بالمدوَّرات بنصفين ، ونصفها بنصفين ، وفُعل ذلك دائما ، فيبقى منها بقيةٌ هي أقلُّ من الفضلة . والبقيةُ التي تبقى من الأسطوانة هي المدوَّرات الصغارُ التي يمرّ سطح المجسم المكافىء بأوساطها وهي مساويةٌ للمدوَّرة النظيرة للمدوَّرة التي تحدث من استدارة سطح ب ط . فيكون المدوَّرة التي تحدث من استدارة السطح النظير لسطح ب ط أصغرَ من تلك الفضلة . فيكون ثلث وخمس الأسطوانة مع المدورة التي تحــدث من استدارة السطح النظير لسطح ب ط أصغر من ذلك الجزء . فيكون الثلث والخمس مع المدوَّرة التي تحدث من استدارة السطح النظير لسطح ب لا أصغرَ بكثيرٍ من ذلك الجزء . لكنَّ الثلث والخمس مع المدوَّرة التي تحدث من استدارة السطح النظير لسطح ب لا هو المنشورُ المحيط بالمجسّم المكافىء ، لأن المنشور المحيطَ بالمجسّم المكافىء يزيد على الثلث والخمس بالمدوَّرة التي تحدث من استدارة السطح النظير / ٦٩ - و لسطح ب لا . فيكون المنشور المحيط بالمجسّم المكافىء أصغرَ من ذلك الجزء المفروض ، الذي هو أعظمُ من الثلث والخمس . وإن قُسمت المدوَّرات الصغار من بعد هذه الحال أيضاً بالتنصيف كانت المنشورات التي تحدث ، المحيطة بالمجسّم المكافىء ، كلُّ واحد منها أصغرُ بكثير من ذلك الجزء . وكلُّ جزء يُفرض ويكون أصغر من ثلث وخمس الأسطوانة فقد يُوجد منشورات كثيرة في داخل المجسّم المكافىء كلُّ واحد منها أعظمُ من ذلك الجزء . ويكون المنشورات المحيطة بالمجسّم المكافىء المقترنة بتلك المنشورات كلُّ واحد منها أيضاً أعظمُ من ذلك الجزء ، لأنه أعظم من المنشور الذي في داخل المجسّم . وكلُّ جزء يفرض يكون أعظمَ من ثلث وخمس الأسطوانة . فقد يُوجد منشورات كثيرة محيطة بالمجسم المكافىء كلُّ واحد منها أصغرُ من ذلك الجزء ، ويكون المنشورات التي في داخل المجسّم المكافىء ، المقترنة بتلك المنشورات ، كلُّ واحد منها أيضاً أصغرُ من

٧ – يمر : تمر // ٨ – للمدورة : المدورة / تحدث : يحدث // ٩ – تحدث: يحدث //
١٢ – تحدث : يحدث // ٢٢ – المقترنة : المعرنة // ٢٦ – المقترنة : المقرنة //

ذلك الجزء ، لأنه أصغرُ من المنشور المحيط بالمجسّم .

وكلُّ جزء يُفرض غير الثلث والخمس فقد يُوجد منشورات كثيرة في داخل المجسم المكافىء ومنشوراتٌ كثيرة محيطة بالمجسم المكافىء ، يكون الداخلة والخارجة معاً إما أعظمَ من ذلك الجزء وإما أصغرَ من ذلك الجزء .

وقد تبين من قبلُ أن كلَّ منشورٍ يقع في داخل المجسّم المكافىء فهو أصغرُ من ثلث وخمس الأسطوانة ، وكلَّ منشور يحيط بالمجسّم المكافىء فهو أعظمُ من ثلث وخمس الأسطوانة . فيستبين من هـــذا البيّان أنه لا جزءَ من أجزاء الأسطوانة — أعني : لا مقدارَ هو بعضُ الأسطوانة — يكون كلُّ منشور يقع في داخل المجسّم المكافىء أصغرَ منه ، وكلُّ منشور يحيط بالمجسّم المكافىء أعظم منه غيرُ الثلث والخمس . والمجسّم المكافىء هو بعض الأسطوانة ، وكلُّ منشور يقع في داخله فهو أصغرُ منه ، وكلُّ منشور يحيط به فهو أعظمُ منه . فإذا كان المجسّم المكافىء بعضَ الأسطوانة ، وكان كلُّ منشور يقع في داخله أصغرَ منه ، وكلُّ منشور يحيط به فهو أعظمُ منه ، وكان لا بعضَ من أبعاض الأسطوانة يكون كلُّ منشور يقع في داخل هذا المجسم أصغرَ منه وكلُّ منشور يحيط بهذا المجسم أعظم منه إلا الثلثَ والخمسَ ، وجب أن يكون المجسّم المكافىء هو الثلث والخمس . فقد انكشفت العلّة التي من أجلها وجب أن يكون المجسّم المكافىء الذي يحدث من استدارة القِطْع حول خط ترتيبه ثلثَ وخمسَ الأسطوانة ، ومن أجلها لا يصحّ أن يكون هذا المجسّم المكافىء غيرَ الثلث والخمس ، وهي أن كلَّ منشور يقع في داخل المجسّم المكافىء فهو أصغرُ من ثلث وخمس الأسطوانة ، وكلَّ منشور يحيط بالمجسّم المكافىء فهو أعظمُ من ثلث وخمس الأسطوانة .

وعلى مثل هذه الطريقة بعينها يتبيّن في النوع الأول أن العلة — التي من أجلها لزم أن يكون المجسّمُ المكافىءُ ، الذي يحدث من استدارة القطع حول قطره ، هو نصفَ الأسطوانة — هي أن كلَّ منشورٍ يقع في داخل ذلك المجسم المكافىء هو أصغرُ من نصف الأسطوانة ، وكلَّ منشور يحيط بذلك المجسّم المكافىء فهو أعظمُ من نصف الأسطوانة ، وهي العلة التي أنتجت البرهان .

٢٦ — أنتجت : بنحت //

والطريق في تبيّن ذلك هو الطريق بعينه الذي يتبيّن في النوع الثاني ، وإنما بيّناه في النوع الثاني لأن برهان النوع الثاني أصعبُ وأغمضُ ؛ فمن أجل صعوبته وغموضه وجب أن نبيّنه ونكشفَ علّته ، ونقيسَ الأول عليه .

وكلُّ معنى يتبين ببرهان الخُلْف – بأن نَقسم من المقدار نصفَه ونصفَ نصفه أو أعظمَ من نصفه ، ومما يبقى أعظمَ من نصفه إلى أن يلزم منه المحال – فإن علّته / المنتجةَ للبرهان هي شبيهةٌ بالعلة التي بيناها في هذا الشكل . ٦٩ - ظ

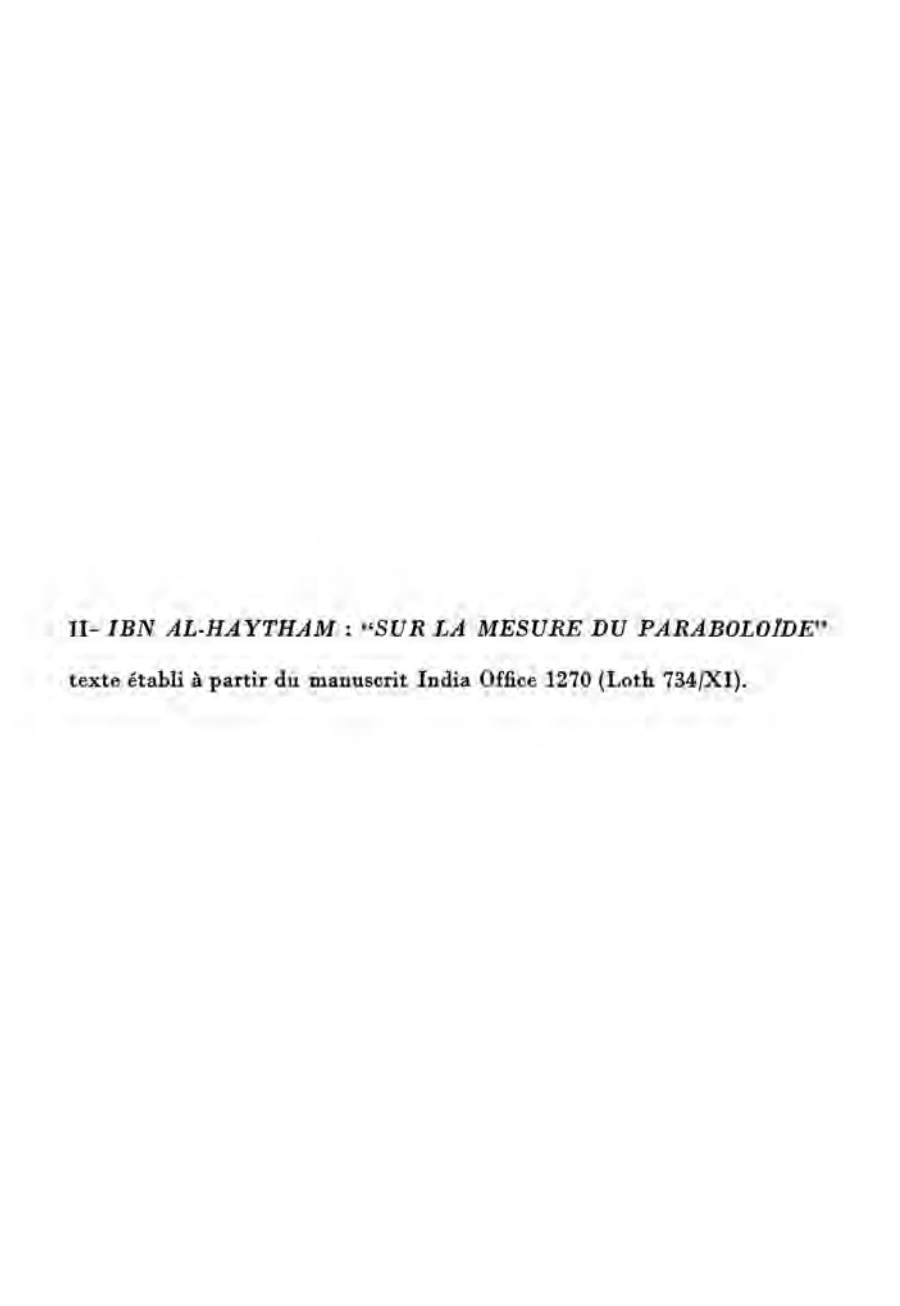
فقد أتينا على تبيين مساحة نوعي المجسّم المكافىء ، وكشفنا علّةَ براهينه واستوفينا الكلامَ عليه . وهذا حين نختم القولَ فيه .

تم الكتاب والحمد لله رب العالمين والصلاة على النبي محمد وآله أجمعين وسلّم

٣ – ونكشف : ويكشف // ١٠ – والصلاة : والصلوة //

India Office SM 734, f. 56*v*.

Reproduit avec nos remerciments à The India Office Libray and Records, British Library, qui nous a envoyé une photographie de cette page et aussi de f. 66*v*, dont une partie apparaît sur la couverture de cette revue.



II- *IBN AL-HAYTHAM* : *"SUR LA MESURE DU PARABOLOÏDE"*

texte établi à partir du manuscrit India Office 1270 (Loth 734/XI).

$$I_n = \Sigma \underline{f}_i(x_{i+1} - x_i) \quad \text{et} \quad C_n = \Sigma \overline{f}_i(x_{i+1} - x_i)$$

avec $(I_n)_{n \geqslant 1}$ une suite monotone croissante, $(C_n)_{n \geqslant 1}$ une suite monotone décroissante.

2° On montre, à l'aide des propriétés arithmétiques des deux suites, qu'il existe une grandeur A telle que pour tout n, $I_n < A < C_n$.

3° On montre également que

$$(C_n - I_n) = \Sigma\,(\overline{f}_i - \underline{f}_i)\,(x_{i+1} - x_i)$$

tend vers zéro pour une suite donnée de subdivisions de l'intervalle en sous-intervalles de plus en plus petits; et par conséquent $\lim_{n \to \infty} C_n = \lim_{n \to \infty} I_n = L$, puisque ce sont deux suites adjacentes.

4° On montre par réduction à l'absurde que $A = L$, démonstration qui sous entend les propriétés discutées ci-dessus. Encore ne faut-il pas oublier que tout ceci est fait seulement dans le cas particulier des fonctions continues monotones; ce qui exclut toute interprétation anachronique de la méthode d'Ibn al-Haytham, et notamment des sommes intégrales utilisées.

Tels sont donc en fait les résultats et la méthode d'Ibn al-Haytham dans le *Traité sur la Mesure du Paraboloïde*. Un acte simple, mais jamais accompli auparavant, celui de faire tourner la parabole autour de l'ordonnée, a non seulement soulevé un problème jusque là impensé, mais a exigé la refonte de la structure théorique elle-même; c'est ainsi qu'il faut comprendre la réflexion d'Ibn al-Haytham sur la méthode. Les difficultés techniques qu'aucun problème d'intégration n'avait jusqu'alors rencontrées se sont avérées théoriquement fécondes. Mais, pour juger à notre tour de l'ampleur de cette fécondité, attendons un prochain article dans lequel nous examinerons l'étude d'Ibn al-Haytham sur le volume de la sphère. Nous nous demanderons alors pour quelles raisons ces modifications, aussi importantes fussent-elles, n'eurent pourtant pas une portée révolutionnaire.

et

$$W = v_n,$$

donc

$$v_n + I_n > V' + v_n,$$

d'où

$$I_n > V' ;$$

et ainsi il existe des solides inscrits dans le paraboloïde, plus grands que V'; V' n'est donc pas un majorant de $\{I_n\}$.

Il suppose ensuite $V' > \frac{8}{15}\ V$, et montre d'une manière analogue, mais en utilisant les propriétés de $(C_n)_{n\geqslant 1}$, qu'il existe des solides circonscrits au paraboloïde tels que

$$C_n < V' ;$$

et ainsi qu'il existe des solides circonscrits au paraboloïde, plus petits que V', et donc que V' n'est pas un minorant de $\{C_n\}$. Par conséquent aucune valeur $V' \neq \frac{8}{15}\ V$ ne vérifie la double propriété indiquée. D'où la caractérisation de $v(P) = \frac{8}{15}\ V$, et son unicité.

Selon Ibn al-Haytham, ce serait une erreur de considérer la preuve par réduction à l'absurde comme la raison qui donne un sens réel à la détermination de la mesure de ce volume. Ce sens est effectivement donné par les procédés de construction des sommes intégrales, puisque c'est grâce à celles-ci que l'on peut calculer la mesure – aire ou volume – cherchée, et démontrer son unicité. Position en quelque sorte "intuitionniste" avant la lettre, qui a infléchi la méthode en un sens beaucoup plus arithmétique qu'auparavant. Et de fait Ibn al-Haytham n'a pas seulement introduit beaucoup plus massivement que ses prédécesseurs des suites arithmétiques (jusque là ignorées pour certaines d'entre elles), dont il a exploité les propriétés arithmétiques en vue de la détermination du volume; il est également allé contre la règle de l'homogénéité des grandeurs; on peut en effet aisément vérifier qu'il n'a point hésité, au cours de son exposé, devant la représentation d'une grandeur, aussi bien que de son carré ou son cube, par un segment de droite.

Cette méthode est en fait une version infléchie de la méthode d'exhaustion, et nous en donnons un résumé selon l'ordre suivi par Ibn al-Haytham lui-même, mais en des termes bien différents:

1° On considère d'abord une subdivision;

$\underline{f}_i$ et $\overline{f}_i$ respectivement la borne inférieure et la borne supérieure de f sur (x_i, x_{i+1});

effet mené en des termes suffisamment généraux pour être transposable en des situations analogues. Ainsi, en quelques phrases d'une extrême concision, Ibn al-Haytham dégage l'idée qui justifie en ce domaine le recours au raisonnement par l'absurde. Nous pouvons, sans réduire en rien la portée générale du raisonnement, nous restreindre à la deuxième espèce de paraboloïde. L'idée est la suivante : $\frac{8}{15}\ V$ est le plus petit majorant de l'ensemble $\{I_n\}$ des valeurs de la suite monotone croissante $(I_n)_{n\geqslant 1}$, et le plus grand minorant de l'ensemble $\{C_n\}$ des valeurs de la suite monotone décroissante $(C_n)_{n\geqslant 1}$; et elle est la seule valeur qui possède cette propriété. Ibn al-Haytham n'a certes pas formulé son idée dans de tels termes, mais tout est présent pour qu'une telle traduction soit permise. Ici, il affirme explicitement que pour tout n, on a

$$I_n < \tfrac{8}{15}\ V \quad \text{et} \quad \tfrac{8}{15}\ V < C_n\ ;$$

mais il avait déjà montré que :

pour tout $\varepsilon > 0$, il existe N tel que pour $n > N$, on ait

$$\tfrac{8}{15}\ V - I_n < \varepsilon \quad \text{et} \quad C_n - \tfrac{8}{15}\ V < \varepsilon\ .$$

Ainsi $v(P)$ apparaît comme le plus petit majorant de (I_n) et le plus grand minorant de (C_n). Il montre alors que cette double propriété caractérise $v(P)$. Pour cela, il procède de la manière suivante :

Soit $V' \neq \frac{8}{15}\ V$, et vérifiant la propriété donnée; supposons d'abord que $V' < \frac{8}{15}\ V$. Il existe donc $\eta > 0$ tel que

$$V' + \eta = \tfrac{8}{15}\ V;$$

or, pour tout $\varepsilon > 0$, il existe N tel que pour $n > N$, on ait

$$V_n = \frac{V}{n} < \varepsilon,$$

mais

$$v_n < V_n,$$

d'où

$$v_n < \varepsilon\ ,$$

donc, pour $\varepsilon = \eta$, il existe N_0 tel que pour $n > N_0$, on ait

$$V' + v_n < \tfrac{8}{15}\ V\ .$$

Mais on a montré précédement que pour tout n

$$W + I_n = \tfrac{8}{15}\ V\ ,$$

I – 3. *Méthode apagogique et "intégration"*

Une fois achevées ses recherches sur le paraboloïde, et une fois le problème entièrement résolu, Ibn al-Haytham conclut son Traité sur l'examen d'un point de méthode. Et de fait, il arrive souvent à cet éminent mathématicien-physicien de traiter de problèmes de philosophie mathématique – ainsi par exemple dans son important mémoire sur l'analyse et la synthèse –, ou, selon sa bibliographie, de questions de philosophie de la physique, ou bien encore de thèmes de philosophie générale. Rien de tel ici cependant: ce n'est ni la philosophie du savant, ni celle du philosophe, qu'Ibn al-Haytham expose dans ce Traité, mais une réflexion interne aux mathématiques elles-mêmes. L'auteur, il est vrai, évoque des préoccupations didactiques: il craint en effet que le contenu du raisonnement échappe à un lecteur insuffisamment averti et pénétrant, qui n'en retiendrait que la forme, en privilégiant ainsi la preuve par *reductio ad absurdum* aux dépens des idées du phénomène; or seules ces dernières sont véritablement fondatrices de l'ensemble de la méthode, y compris de la dite preuve. Séparée de ces idées, la preuve risque en effet, aux yeux d'un tel lecteur, de se réduire à une pure forme, susceptible d'épouser indifféremment, et donc sans raison, plusieurs contenus différents, et par conséquent d'engendrer la pernicieuse illusion de valoir aussi bien pour d'autres solutions que celles effectivement trouvées: $\frac{1}{2} V$ dans le premier cas, $\frac{8}{15} V$ dans l'autre.

Devant un semblable risque, Ibn al-Haytham a choisi, selon ses propres dires, d'engager une clarification des moyens de la preuve, en élucidant le rapport de la forme de la démonstration aux idées du phénomène; ou, pour parler le langage de l'époque, "la cause grâce à laquelle s'est parfaitement réalisée la démonstration" والعلة التي بها تمّ البرهان و ou bien encore "le concept qui a produit la démonstration" المعنى الذي أنتج البرهان . Ainsi par exemple, dans le cas du paraboloïde, il s'agit de déterminer avec rigueur la principale raison qui fait que son volume est égal à $\frac{1}{2} V$ – à $\frac{8}{15} V$ si l'on considère le deuxième cas –, et égal à cette valeur seulement. C'est là le vrai motif d'Ibn al-Haytham, peut-être suscité par l'exigence d'une restructuration des concepts qui ne pouvait que déplacer le regard du mathématicien pour l'orienter non plus simplement sur la technique mathématique, mais aussi sur les rapports qu'elle entretient avec la configuration conceptuelle à laquelle elle se réfère.

Cette tâche de clarification s'exprime d'abord dans la rédaction d'un exposé, certes court, mais qui offre néanmoins l'intétêt de manifester la véritable pensée d'Ibn al-Haytham, sa version de la méthode d'exhaustion. Il nous permet en outre de connaître les raisons pour lesquelles Ibn al-Haytham a jugé, sans ambiguité aucune, que cette méthode est à la fois apodictique et heuristique. C'est également cette tentative d'élucidation conceptuelle qui confère à un exposé centré sur le paraboloïde une allure générale. Il est en

Soient D, S_1, ..., S_{n-1}, S_0 les disques horizontaux centrés sur BC dont les carrés des rayons sont respectivement $(\frac{1}{2}n^4 + \frac{1}{30}n)\, k^2\, h^4$, $(n^2 - 1^2)^2\, k^2\, h^4$, ..., $n^4\, k^2\, h^4$, et W, W_1, ..., W_{n-1}, W_0 les cylindres correspondants de hauteurs égales à h. Il vient

$$W + \sum_{i=1}^{n-1} W_i = \tfrac{8}{15}\, n\, W_0 = \tfrac{8}{15}\, V\,,$$

d'où

$$W = v(P) - \sum_{i=1}^{n-1} W_i = v(P) - I_n = v_n,$$

avec v_n la somme des volumes des parties intérieures des solides d'encadrement. Mais on a montré que $V_n = \dfrac{V}{n} = \pi\, k^2\, h^5\, n^4$,

d'où

$$u_n = V_n - v_n = \frac{V}{n} - W = \pi\,(\tfrac{1}{2}n^4 - \tfrac{1}{30}n)\, k^2\, h^5,$$

donc

$$\frac{u_n}{v_n} = \frac{\frac{1}{2}n^4 - \frac{1}{30}n}{\frac{1}{2}n^4 + \frac{1}{30}n}\,.$$

On montre facilement que si u_{n+1}, v_{n+1} correspondent à la $(n+1)$ ième subdivision, alors on a

$$\frac{u_{n+1}}{v_{n+1}} > \frac{u_n}{v_n}\,,$$

ce que fait Ibn al-Haytham.

Il montre en effet que

$$\frac{\frac{1}{2}(n+1)^4 - \frac{1}{30}(n+1)}{\frac{1}{2}(n+1)^4 + \frac{1}{30}(n+1)} > \frac{\frac{1}{2}n^4 - \frac{1}{30}n}{\frac{1}{2}n^4 + \frac{1}{30}n} \text{ pour } n = 1, 2, \ldots\,.$$

Il n'a cependant pas démontré une expression équivalente à $\lim\limits_{n \to \infty} \dfrac{u_n}{v_n} = 1$; peut-être est-ce en raison de l'étroite dépendance d'une telle notion à l'égard d'une autre langue; peut-être aussi parce qu'il s'intéresse essentiellement à l'allure de la variation du rapport: la croissance. Il serait cependant surprenant qu'il n'en ait pas eu, au moins intuitivement, l'idée.

équivalent[2] à celui de l'intégrale définie

$$v(P) = \int_0^b \pi k^2(b^2-y^2)^2\, dy = \int_0^b \pi k^2 b^4\, dy - \int_0^b 2\pi k^2 b^2 y^2\, dy + \int_0^b \pi k^2 y^4\, dy,$$

ce qui implique notamment un calcul du dernier terme au moyen d'une évaluation de la somme des puissances quatrièmes des n premiers entiers naturels. De tels résultats ont généralement été attribués aux mathématiciens de la première moitié du XVIIème siècle.[3]

Ibn al-Haytham ne s'arrête pas là. Il se tourne à nouveau vers les petits solides d'encadrement, afin d'étudier leur comportement lorsqu'on augmente indéfiniment les points de la subdivision. Nous nous trouvons cette fois en présence d'une pensée franchement infinitésimaliste, et en quelque sorte fonctionnelle, dans la mesure où l'enjeu du problème est explicitement le comportement asymptotique d'êtres mathématiques dont on cherche à déterminer la variation. Expliquons quelque peu le parcours d'Ibn al-Haytham. Il veut montrer que le rapport de la somme des parties extérieures de ces petits solides d'encadrement à la somme des parties intérieures croît lorsqu'on augmente indéfiniment le nombre des points de la subdivision.

Il montre d'abord

$$C_n - I_n = V_n = \frac{V}{n}$$

avec V_n la somme des volumes des petits solides d'encadrement, et V le volume du cylindre circonscrit. Il établit ensuite d'après les lemmes arithmétiques que

$$\sum_{i=1}^{n-1} (n^2-i^2)^2 = \tfrac{8}{15}(n-1)\, n^4 + \tfrac{1}{30} n^4 - \tfrac{1}{30} n,$$

d'où

$$\left(\tfrac{1}{2} n^4 + \tfrac{1}{30} n\right) + \sum_{i=1}^{n-1} (n^2 - i^2)^2 = \tfrac{8}{15} n^5.$$

2. Cf. Suter, "Die Abhandlung über die Ausmessung des Paraboloïdes von el-Hasan b. el-Hasan b. el-Haitham", *Bibliotheca Mathematica*, III. Folge. XII. Bd. (Leipzig, 1912), pp. 131-132.

Voir également Jamāl al-Dabbagh, "Infinitesimal Methods of Ibn Al-Haitham", *Bulletin of the College of Science*, 11 (1970), Baghdad, 8-17.

3. Cf. Kepler: *Nova Stereometria doliorum vinariorum* (Linz, 1615). Cavalieri : *Exercitationes Geometricae Sex* (Bologna, 1647), IV, prop. 24.

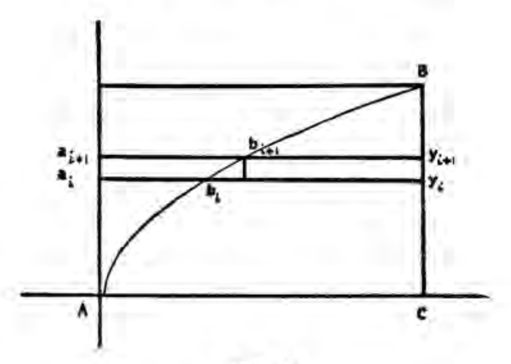


Fig. 2

mais, d'après l'inégalité (3), on obtient

$$I_n \leqslant \tfrac{8}{15} V \leqslant C_n .$$

Dans un langage différent de celui d'Ibn al-Haytham: comme la fonction $g(y) = ky^2$ est continue sur $[0, b]$, le calcul d'Ibn al-Haytham est équivalent à

$$v(P) = \lim_{n \to \infty} \sum_{i=1}^{n} \pi\, k^2 h^5 (n^2 - i^2)^2,$$

avec $v(P)$ le volume du paraboloïde de la deuxième espèce; d'où

$$v(P) = \lim_{n \to \infty} \sum_{i=1}^{n} \pi\, k^2 (b^4 - 2\, b^2 y_i^2 + y_i^4) h ,$$

donc

$$v(P) = \pi \int_0^b k^2 (b^4 - 2\, b^2 y^2 + y^4)\, dy ,$$

d'où

$$v(P) = \tfrac{8}{15}\, \pi\, k^2 b^5 = \tfrac{8}{15}\, \pi\, a^2 b = \tfrac{8}{15} V .$$

Il est donc clair que le calcul d'Ibn al-Haytham est mathématiquement

2° possède une loi générale pour les sommes de n premiers entiers à une puissance quelconque, ainsi qu'on peut le vérifier en examinant ses démonstrations.

S'il n'est pas allé plus loin que la 4ème puissance, c'est en raison de l'inégalité que ces lemmes sont précisément destinés à établir.

En effet, la loi générale repose sur la formule suivante :

$$(n+1)\sum_{k=1}^{n} k^{i} = \sum_{k=1}^{n} k^{i+1} + \sum_{p=1}^{n}\left(\sum_{k=1}^{p} k^{i}\right),$$

explicitement utilisée par Ibn al-Haytham. Il pouvait donc calculer la somme des puissances des n premiers entiers pour $n \geqslant 5$. Mais Ibn al-Haytham n'a pas poursuivi le calcul, car il entendait seulement démontrer la double inégalité:

$$(3) \qquad \sum_{k=1}^{n} [(n+1)^2-k^2]^2 \leqslant \tfrac{8}{15}(n+1)(n+1)^4 \leqslant \sum_{k=0}^{n} [(n+1)^2-k^2]^2,$$

elle-même destinée à la recherche du volume du paraboloïde de la deuxième espèce. Or, cette double inégalité n'exige que le calcul de la somme des puissances quatrièmes des n premiers entiers naturels.

Ainsi, tout est désormais en place pour la détermination du volume du paraboloïde engendré par la rotation de la portion de la parabole ACB d'équation $x = ky^2$ autour de l'ordonnée BC. A l'exemple d'Ibn al-Haytham, nous appellerons ce solide "paraboloïde de la seconde espèce".

Soit donc $(Y_i)_{i=0}^{n}$ une subdivision de $[0,b]$ en intervalles égaux, de longueur h, avec $BC = b = nh$.

Notons $\quad r_i = a - a_i b_i \quad$ pour $\quad 0 \leqslant i \leqslant n$;

il vient $r_i = k(b^2 - y_i^2) = kh^2(n^2 - i^2)$;

d'une manière analogue à ce qui précède, on a

$$I_n = \sum_{i=1}^{n-1} \pi k^2 h^5 (n^2 - i^2)^2,$$

et

$$C_n = \sum_{i=0}^{n-1} \pi k^2 h^5 (n^2 - i^2)^2,$$

Ibn al-Haytham s'attache ensuite à démontrer le même résultat dans le cas d'un paraboloïde engendré par une parabole dont les ordonnées ne font pas avec le diamètre un angle droit, autrement dit dans un système d'axes non orthogonaux. Il considère alors respectivement les deux cas où l'angle $C < \frac{\pi}{2}$ et $C > \frac{\pi}{2}$. Il revient alors, et c'est d'une extrême importance, sur les notions fondamentales déjà introduites, et notamment sur les sommes intégrales. On remarque sans peine, à la lecture de cette analyse ou du texte même d'Ibn al-Haytham, que celui-ci ne cesse de souligner le rôle capital de ces sommes dans le calcul des volumes. Mais avant d'engager une discussion sur ces points essentiels, examinons l'autre espèce de paraboloïdes, ceux qui sont engendrés par la rotation d'une parabole autour de son ordonnée.

C'est précisément pour calculer le volume des solides de cette espèce qu'Ibn al-Haytham traite au commencement de son mémoire de la sommation des puissances des n premiers entiers successifs, et obtient des résultats qui font date dans l'histoire de la théorie des nombres. Ainsi, après avoir démontré

$$\sum_{k=1}^{n} k = n \, \frac{(n+1)}{2} = \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2},$$

il prouve d'une manière différente de celle d'Archimède dans *Des Spirales*:

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = n \left(n + \tfrac{1}{2}\right)\left(\tfrac{1}{3} n + \tfrac{1}{3}\right) = \tfrac{1}{3} n^3 + \tfrac{1}{2} n^2 + \tfrac{1}{6} n.$$

Il aborde ensuite la preuve de

$$\sum_{k=1}^{n} k^3 = n^2 (n+1) \left(\tfrac{1}{4} n + \tfrac{1}{4}\right) = \tfrac{1}{4} n^4 + \tfrac{1}{2} n^3 + \tfrac{1}{4} n^2$$

et, pour la première fois dans l'histoire, il montre que

$$\sum_{k=1}^{n} k^4 = n \left(n + \tfrac{1}{2}\right) \left(\tfrac{1}{5} n + \tfrac{1}{5}\right) \left[n (n+1) - \tfrac{1}{3}\right].$$

Il est hors de doute que Ibn al-Haytham

1° procède par une induction complète un peu vieillie[1],

1. Voir R. Rashed: "L'Induction mathématique: al-Karajī, as-Samaw'al," *Archive for History of Exact Sciences*, 9 (1972), 1-21.

Maintenant, pour montrer que $v(P) = \frac{1}{2} V$, Ibn al-Haytham suit la voie traditionnelle:

1°) Supposons d'abord que $v(P) > \frac{1}{2} V$, c'est-à-dire qu'il existe $\varepsilon > 0$ tel que $v(P) - \frac{1}{2} V = \varepsilon$.

Mais on a pour tout n

$$v(P) - \tfrac{1}{2} V = (v(P) - I_n) + (I_n - \tfrac{1}{2} V).$$

Mais, pour tout $\varepsilon > 0$, il existe N tel que pour $n > N$, on ait

$$v(P) - I_n \leqslant \varepsilon,$$

et

$$I_n - \tfrac{1}{2} V < 0,$$

donc

$$v(P) - \tfrac{1}{2} V < \varepsilon,$$

ce qui contredit l'hypothèse; donc $v(P) \leqslant \frac{1}{2} V$.

2°) Supposons ensuite $v(P) < \frac{1}{2} V$, c'est-à-dire qu'il existe $\varepsilon > 0$ tel que $\frac{1}{2} V - v(P) = \varepsilon$.

Mais on a pour tout n

$$\tfrac{1}{2} V - v(P) = (\tfrac{1}{2} V - C_n) + (C_n - v(P)).$$

Mais, pour tout $\varepsilon > 0$, il existe N tel que pour $n > N$, on ait

$$C_n - v(P) \leqslant \varepsilon$$

et

$$\tfrac{1}{2} V - C_n < 0,$$

donc

$$\tfrac{1}{2} V - v(P) < \varepsilon;$$

ce qui contredit l'hypothèse, donc

$$v(P) \geqslant \tfrac{1}{2} V.$$

De 1°) et 2°) on déduit $v(P) = \frac{1}{2} V$.

(1) $$I_n = \frac{\pi}{2}(n-1)\,hr_n^2 < \tfrac{1}{2}V\,.$$

De même, posons $$C_n = \sum_{i=0}^{n-1} \pi\,(x_{i+1} - x_i)\,R_i^2\,,$$

avec $$R_i = \sup_{x_i \leqslant x \leqslant x_{i+1}} f(x) = f(x_{i+1})\,,$$

puisque f est croissante sur $[0,a]$; donc

$$C_n = \sum_{i=1}^{n} \pi\,hr_i^2\,;$$

(2) $$C_n = \frac{\pi}{2}(n+1)\,hr_n^2 > \tfrac{1}{2}V\,.$$

De (1) et (2) on déduit que

$$I_n < \tfrac{1}{2}V < C_n\,.$$

Notons qu'Ibn al-Haytham montre que si

$$C_n - I_n = d\,.$$

et si on augmente le nombre des points de la subdivision $(x_i)_{i=0}^{n}$, en ajoutant les points d'abscisses $\frac{x_i + x_{i+1}}{2}$, avec $0 \leqslant i \leqslant n-1$; on a alors une nouvelle subdivision $(\xi_i)_{i=0}^{2n}$;

$$C_{2n} - I_{2n} = \frac{d}{2}\,.$$

Ce procédé constructif lui permet de déduire que :

Pour $\varepsilon > 0$ quelconque fixé, on peut rendre la subdivision de $[0,a]$ suffisamment fine pour avoir

$$C_{\varphi(n)} - I_{\varphi(n)} \leqslant \varepsilon\,.$$

Pour obtenir $\varphi(n)$ – le nombre des intervalles de la subdivision – il suffit en fait de réitérer la précédente construction p fois, pour p suffisamment grand, vérifiant

$$\frac{d}{2^p} \leqslant \varepsilon\,.$$

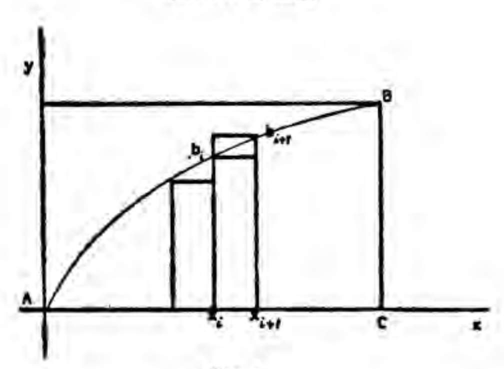


Fig. 1

mais

$$r_n^2 = 2\, r_{\frac{1}{2}n}^2 ,$$

donc

$$\sum_{i=1}^{n-1} r_i^2 = \tfrac{1}{2}\,(n-1)\, r_n^2 .$$

Posons

$$I_n = \sum_{i=0}^{n-1} \pi\,(x_{i+1} - x_i)\, r_i^2 ,$$

il vient

$$I_n = \sum_{i=1}^{n-1} \pi\, h r_i^2 ,$$

avec

$$r_i = \inf_{x_i \leqslant x \leqslant x_{i+1}} f(x) = f(x_i),$$

où $$f(x) = \sqrt{k\,x}\ ;$$

puisque f est croissante sur $[0,a]$. Il s'ensuit

$$I_n < \tfrac{1}{2} V < C_n$$

avec $(I_n)_{n \geqslant 1}$ la suite des volumes des solides inscrits dans le paraboloïde, $(C_n)_{n \geqslant 1}$ la suite des volumes des solides circonscrits, V le volume du cylindre circonscrit au paraboloïde. Dans le deuxième lemme, al-Qūhī montre comment procéder pour rendre une subdivision suffisamment fine. Il prouve ainsi que si $(x_i)_{i=0}^{n}$ est une subdivision du diamètre de la parabole – dont la rotation autour du diamètre engendre le paraboloïde – on peut ajouter les points $\frac{x_{i+1} + x_i}{2}$, avec $0 \leqslant i \leqslant n-1$, afin d'obtenir une nouvelle subdivision, pour laquelle on a $C'_n - I'_n = \frac{1}{2}(C_n - I_n)$, et qu'on peut réitérer le procédé un nombre de fois suffisamment grand.

A l'aide de ces deux lemmes, al-Qūhī montre finalement que le volume du paraboloïde de révolution est égal à la moitié du cylindre circonscrit.

La méthode suivie par Ibn al-Haytham pour calculer ce même volume est, pour l'essentiel, équivalente à celle d'al-Qūhī, à ceci près cependant qu'il complète sa démonstration, et qu'il comble les lacunes qu'elle pouvait comporter.

I – 2. *Le volume du paraboloïde selon Ibn al-Haytham.*

Dans son Traité, après cette introduction pour ainsi dire historique et les lemmes arithmétiques sur lesquels nous allons revenir, Ibn al-Haytham reprend donc le raisonnement d'al-Qūhī pour montrer que le volume du paraboloïde de révolution est égal à la moitié du volume du cylindre. Résumons sa démonstration, mais dans un autre langage.

Soit AB une portion d'une parabole d'équation $y^2 = kx$, qui engendre une portion de paraboloïde P par la rotation autour de son diamètre AC. Prenons une subdivision $(x_i)_{i=0}^{n}$ en intervalles égaux de longueur h de $[x_0, x_n]$, avec x_0 abscisse du point A, et x_n abscisse du point C, $x_i \leqslant x_{i+1}$, pour $0 \leqslant i \leqslant n-1$, et n pair. Notons c_i le point du diamètre AC d'abscisse x_i, $r_i = c_i b_i$ pour $0 \leqslant i \leqslant n$, $v(P)$ le volume de la portion de paraboloïde, et V celui du cylindre circonscrit. On pose $AC = a$ et $nh = a$.

Il vient, d'après l'équation de la parabole

$$r_i^2 + r_{n-i}^2 = k\,i\,h + k\,(n-i)\,h = r_n^2,$$

d'où

$$r_1^2 + r_2^2 + \dots + r_{\frac{1}{2}n-1}^2 + r_{\frac{1}{2}n+1}^2 + \dots + r_{n-1}^2 = (\tfrac{1}{2}n - 1)\, r_n^2\,;$$

Sur le Cercle et *Sur la Sphère et le Cylindre*, la mesure de la parabole et du paraboloïde.

Archimédien au sens large, il ne peut cependant pas se conformer strictement au modèle; il lui a donc fallu ouvrir d'autres voies. Aussi dans le premier texte sur la parabole lui a-t-il fallu 21 lemmes avant d'en donner l'aire; et c'est cette longueur de la solution qui a incité son petit-fils, Ibrāhīm b. Sinān[5] à s'attaquer à nouveau au problème, pour ainsi réduire le nombre des lemmes à deux seulement. Le cas est le même pour le paraboloïde, où il a fallu à Thābit b. Qurra 35 lemmes avant d'atteindre son but. Or, c'est précisément cet aspect qu'al-Qūhī dénonce, lorsqu'il écrit[6] que ce livre:

> est volumineux; il comporte beaucoup de propositions arithmétiques et géométriques, ainsi que d'autres encore. Les propositions atteignent le nombre de quarante environ. Toutes sont des lemmes et une seule proposition, qui est: connaître la mesure du paraboloïde. Quand nous avons étudié cet ouvrage, le livre d'Archimède sur la *Sphère et le Cylindre*, en dépit de sa difficulté et en dépit du fait qu'il contient plusieurs développements en géométrie, <nous a paru> se lire plus facilement que celui-ci, qui pourtant ne comporte qu'un seul développement, la mesure du paraboloïde. Aussi n'avons-nous rien pu en retenir, malgré la résolution qui était la nôtre, et croyons-nous que tous ceux qui ont voulu le lire sont dans la même situation que nous, et ceci depuis le temps où il fut composé par Thābit jusqu'à notre temps. Je veux dire que personne n'a rien pu retenir de ce livre, de même que nous n'avons rien pu en retenir. C'est pourquoi nous avons à nouveau examiné la détermination de la mesure de cette figure, et nous avons trouvé sa mesure par une méthode qui ne fait appel à aucun de ces lemmes, et qui ne nécessite aucun d'eux.

Encore faut-il noter que Thābit b. Qurra a réintroduit les sommes intégrales d'une manière différente de celle d'Archimède; tel est en effet le cas dans son calcul de l'aire d'une portion de parabole,[7] calcul équivalent à $\int_a^b \sqrt{x}\, dx$. De même pour le paraboloïde de révolution: alors qu'Archimède considère[8] des cylindres de même hauteur, Thābit b. Qurra a recours à des troncs de cône adjacents, dont les bases déterminent une subdivision du diamètre de la parabole – qui engendre le paraboloïde – dont les intervalles sont proportionnels aux nombres impairs successifs commençant par un; et dont les hauteurs sont les mêmes. Al-Qūhī, pour parvenir à réduire le nombre de lemmes à deux seulement, retrouve indépendamment les sommes intégrales telles qu'elles figurent chez Archimède. Sa méthode ne diffère du reste de celle d'Archimède que sur quelques détails, notamment lorsqu'il s'agit de prouver qu'on peut rendre la différence entre les cylindres inscrits et les cylindres circonscrits aussi petite que l'on veut. Dans le premier lemme, al-Qūhī montre que

5. Voir notre article du *Dictionary of Scientific Biography* sur Ibrāhīm ibn Sinān ibn Thābit ibn Qurra.

6. al-Qūhī, *op. cit.* ff. 191r – 191v.

7. Voir A. Youschkevitch, "Note sur les déterminations infinitésimales chez Thābit ibn Qurra", *Archives Internationales d'Histoire des Sciences*, 17 nº 66 (1964), 37-45.

8. Voir notamment les propositions 19 à 22 de *Sur les Conoïdes et les Sphéroïdes*, d'Archimède.

Et c'est seulement au terme de ce travail préliminaire que nous pourrons revenir au problème capital, oublié par les historiens.

Les titres mêmes des traités sont évocateurs: Ibn al-Haytham ne fait que reprendre deux problèmes déjà étudiés depuis Archimède. Il est vrai que dans le premier traité il calcule, pour la première fois, le volume d'une portion de paraboloïde engendré par la rotation de la parabole autour de l'ordonnée. Jusque là, en effet, on n'avait considéré qu'une portion de paraboloïde de révolution. Ce résultat d'Ibn al-Haytham, dont l'importance est unanimement reconnue, justifie sans aucun doute la rédaction du premier traité. Mais si l'on privilégie la nouveauté et l'originalité des seuls résultats, on manquera les raisons qui ont incité Ibn al-Haytham à composer son *Traité sur la Mesure de la Sphère*: celui-ci n'ignorait en effet ni le travail d'Archimède, ni celui de Banū Mūsā sur le même sujet. Or, dans l'Introduction à ce deuxième traité – rédigé après le *Traité sur la Mesure du Paraboloïde* – Ibn al-Haytham invoque pour raison la nouveauté de la méthode, et par conséquent la clarté et la concision de la preuve. La question se précise donc: quel changement conceptuel a-t-il pu s'opérer, qui non seulement a permis de nouvelles découvertes, mais qui justifiait aussi aux yeux d'Ibn al-Haytham qu'il reprît un problème deux fois étudié auparavant, le problème du volume de la sphère ?

Un tel changement conceptuel, s'il eut lieu, a donc dû s'accomplir à l'occasion de l'étude du volume du paraboloïde, que nous allons examiner ici. L'histoire du problème a été relatée par Ibn al-Haytham lui-même, lorsqu'il présente sa propre étude du paraboloïde de révolution dans la suite des travaux de Thābit b. Qurra, repris ensuite par al-Qūhī. Quant au calcul du paraboloïde engendré par la rotation de la parabole autour de l'ordonnée, il s'en attribue entièrement la paternité. Or, si nous écartons *Sur les Conoïdes et les Sphéroïdes*, d'Archimède, ouvrage qu'Ibn al-Haytham ignorait puisque, nous l'avons vu, il n'était pas traduit en arabe, nous ne connaissons sur ce sujet que les deux mémoires cités par Ibn al-Haytham, celui de Thābit b. Qurra et celui d'al-Qūhī. A cet égard, du reste, le témoignage de ce dernier est précieux. Il écrit:[4] "Il n'existait pas d'autre livre sur la mesure du paraboloïde que celui composé par Abū'l-Ḥasan Thābit b. Qurra, et il est en la possession de la plupart de nos collègues". Ibn al-Haytham s'accorde donc avec son prédécesseur al-Qūhī pour reconnaître à Thābit la priorité dans la solution de ce problème, manifestant indirectement, lui aussi, l'ignorance dans laquelle on se trouvait du texte d'Archimède. Sur un point encore, il suit al-Qūhī lorsqu'il reproche à Thābit b. Qurra la complexité et la longueur excessive de son étude. Mais plutôt qu'un simple reproche, il faut voir là une critique au sens strict, c'est-à-dire un acte à portée créatrice. Thābit b. Qurra, en effet, fut le premier mathématicien arabe à aborder, après la lecture des deux *Traités* d'Archimède

4. Cf. le manuscrit du Traité d'al-Qūhī, de la Bibliothèque Khuda Bakhch de Patna, Inde. nº 2519 (33) 191*r*.

lacune à laquelle s'ajoute, et qu'explique du reste à certains égards, l'idéologie historique que l'on sait. C'est ainsi qu'il faut comprendre la tentation de ramener, sans précaution aucune, à Archimède, les travaux et les résultats de ses successeurs arabes, lorsqu'il ne s'agit pas d'apporter en commentaire des affirmations fausses, voire contradictoires.[2] Une fois encore, l'ignorance des faits et le voile idéologique ont assurément empêché de poser ce problème, qui ne laissera indifférent ni l'épistémologue, ni l'historien.

La contribution des mathématiciens arabes n'est certes pas indépendante des travaux d'Archimède. Tout comme ces derniers, elle a sans doute été suscitée par l'étude des aires et des volumes des figures géométriques, non limitées par des segments de droite uniquement. Mais elle a directement tiré parti de la traduction de trois livres: les *Eléments* d'Euclide, *La Mesure du Cercle*, et *De la Sphère et du Cylindre*, d'Archimède. Cependant, alors que ces trois ouvrages traitent de la méthode d'exhaustion, aucun n'a vraiment recours aux sommes intégrales – sommes de Darboux – lesquelles figurent dans *Sur les Conoïdes et les Sphéroïdes*, et *Des Spirales*. Or rien n'indique que ces deux ouvrages, pas plus d'ailleurs que *La Mesure de la Parabole*, aient été traduits en arabe.[3] Toute tentative de réduire l'oeuvre des mathématiciens du IXème au XIème siècle à celle d'Archimède s'effrite donc déjà sur l'ignorance dans laquelle se trouvaient ces derniers de la notion essentielle par laquelle Archimède a complété la méthode d'exhaustion.

Tel est, en tout cas, le bagage dont disposent les trois frères Banū Mūsā, Thābit b. Qurra, son petit-fils Ibrāhīm b. Sinān, al-Qūhī et Ibn al-Haytham, autrement dit les représentants de la tradition infinitésimaliste arabe. Il n'est pas question de reprendre ici l'histoire de cette tradition, ni de son apport global à ce domaine. Nous voulons nous attacher aux éléments: reconstituer d'abord les faits eux-mêmes, et nous limiter en premier lieu aux travaux d'Ibn al-Haytham – dont nous poursuivons déjà l'édition de l'oeuvre mathématique– afin de les traduire et de les commenter. C'est donc de l'oeuvre du dernier grand mathématicien de la tradition infinitésimaliste arabe qu'il s'agit, et ainsi de l'héritier du progrès accompli de Banū Mūsā à al-Qūhī. Successivement, dans deux articles, nous nous attacherons

1 – au *Traité sur la mesure du Paraboloïde.*

2 – au *Traité sur la mesure de la Sphère.*

2. Récemment encore, par exemple, en 1970, Ch. Mugler écrit: "Notre civilisation a dû attendre le XVIIème et le XVIIIème siècles pour voir apparaître des travaux continuant la pensée d'Archimède". Cf. Archimède, T. 1, p. XIX, "Les Belles Lettres".

Pour illustrer cette idéologie et ses contradictions, on peut aussi citer, entre autres, M. Baron, *The Origins of the Infinitesimal Calculus* (Oxford: Pergamon Press, 1969).

3. C'est à cette conclusion que l'on parvient après avoir consulté les livres des biobibliographes et ceux des mathématiciens.

Ibn al-Haytham et la mesure du Paraboloïde

Roshdi Rashed*

I – I. *Introduction*

Le calcul des aires et des volumes infinitésimaux, ainsi que les méthodes d'intégration qui s'y appliquent, ont, à deux reprises, constitué dans l'histoire un secteur avancé de la recherche mathématique. La première fois, c'est principalement le nom d'un seul homme que l'histoire a retenu: Archimède. Onze siècles plus tard, les recherches en ce domaine sont associées au nom de quelques mathématiciens, parmi les plus prestigieux de leur temps. Mais on ne saurait trop s'étonner qu'à l'époque hellénistique, aussi bien qu'avec les mathématiciens arabes des IXème, Xème et XIème siècles, l'élan qui animait l'étude de ces matières ne tardât pas à se briser, et l'activité des savants à s'exténuer. Reprise par les mathématiciens du XVIIème siècle, cette recherche connut un essor qui, depuis, ne s'est pas démenti. Mais ces deux interruptions, à onze siècles d'intervalle, ce contraste entre les deux premières tentatives et la troisième, représentent un fait capital, bien que non souligné, de l'histoire des mathématiques.

En effet, les raisons pour lesquelles une telle activité s'est épuisée dans deux contextes scientifiques et culturels aussi dissemblables que celui des hellènes et celui des arabes, risquent aussi d'éclairer et d'expliciter la fécondité du recommencement de la discipline au XVIIème siècle. La connaissance de ces raisons pourrait nous être précieuse, en nous aidant à comprendre pourquoi les mathématiciens du XVIIème siècle, qui ne possédaient pas davantage que leurs devanciers grecs et arabes de véritable définition de l'intégrale, sont parvenus à inventer des algorithmes et à saisir les rapports entre les problèmes des aires et ceux de la tangente. Or, au lieu de tenter d'élucider cette opposition et d'en développer les prolongements, fondamentaux pour l'histoire de l'analyse, on n'a conservé de l'histoire que la simple succession des auteurs.

Il est vrai qu'une certaine méconnaissance des faits eux-mêmes et en particulier de l'apport des mathématiciens arabes, est en partie responsable d'une telle négligence. Si l'on connaît bien en effet, dans la limite des documents disponibles tout au moins, les travaux d'Archimède, on connaît beaucoup moins[1] ceux de Thābit b. Qurra, d'al-Qūhī, d'Ibn al-Haytham, par exemple;

* C. N. R. S.

1. Voir cependant les travaux de H. Suter, au début du siècle. Plus récemment, A. Youschkevitch n'a cessé de souligner l'importance des travaux des mathématiciens arabes. Cf. par exemple: A. Youschkevitch: *Les mathématiques arabes* (Paris: Vrin, 1976), pp. 127-130.

الاستقراء عند ابن الهيثم **

صالح عمر *

من أهم سمات الطريقة التي يتبعها ابن الهيثم في « كتاب المناظر » وفي اعمال أخرى للتأكد من حقيقة ما تقوله نظرية ما هي انه يكرر مشاهدة الظاهرة التي تشير النظرية الى وجودها او حدوثها وهو عادة لا يقبل بالنظرية إلا بعد مشاهدات عديدة تثبت صحتها . وفي حالة عدم ثباتها بعد تكرار المشاهدة فهو لا يتردد في التخلي عنها . والذي يثير الأعجاب حقاً هو مدى تقيده بهذه القاعدة حيث انه يطبقها بشكل روتيني دؤوب في كل اعماله ، حتى في بعض الحالات التي لا يبدو فيها حاجة للمزيد من التكرار . ومع ان هذا يؤدي الى اضفاء الميكانيكية احيانا على منهج ابن الهيثم ، وكأنه في هذه الحالات يؤكد ما هو واضح ، فنحن نخطيء كثيراً إذا سمحنا لهذه المغالاة في التكرار بان تخفي علينا الابداع المنهجي الخطير الذي تتضمنه طريقة ابن الهيثم العلمية ، والتي ادت ، تماما لانها اتبعت اسلوب اطراد المشاهدة ، إلى تطور خطير ليس في علم الضوء وحسب ، ولكن في الطريقة العلمية بشكل عام[1] .

* معهد التراث العلمي العربي ، و Northwestern University, Evanston, Illinois 60201, U.S.A.

** بعض المواضيع التي يتناولها هذا المقال سبق وعالجتها في مقال اخر نشر باللغة الانكليزية حاملا العنوان التالي :
"Ibn al-Haytham's Theory of Knowledge and its Significance for Later Science", *Arab Studies Quarterly*, Vol I, N° 1, 1979.

ذلك المقال كتب في سياق معين كذلك تناول مواضيع لايتناولها المقال الذي بين أيدي القاريء . فهناك ارد على تجاهل ا . كرومبي في كتابه *From Augustine to Galileo* لما قدمه ابن الهيثم من تطوير للمنهج العلمي ، تطويرا يعزوه كرومبي خطأ الى اللاتينيين الذين جاؤوا بعد ابن الهيثم وتأثروا تأثراً بالغاً به ، اما هنا فأركز على اختلاف نظرية ابن الهيثم في الادراك عن نظرية ارسطو وعما يحدثه هذا الاختلاف من تغيير اساسي في معنى الاستقراء الارسطوي .

١ — : لقد بينت في كتابي :
Ibn al-Haytham's Optics: A Study of the Origins of Experimental Science (Minneapolis: Bibliotheca Islamica, 1977)
(" ابن الهيثم : دراسة في اصول العلم التجريبي ") .

ان اكتشافات ونظريات ابن الهيثم تعتمد على طريقته العلمية ، وان هذه الطريقة لا تشكل استمرارا لمناهج علمية سابقة او حتى مركبا من هذه المناهج السابقة ، بل منهجا جديدا يرتكز الى نظرة مبدعة لاصول المعرفة ←

الهدف من هذه المقالة الكشف عن الارتباط الوثيق بين طريقة ابن الهيثم العلمية وبين اساسها وهو نظريته في الأدراك الحسي والمعرفة . ولقد اعتمدت بشكل رئيسي في هذه الدراسة على المقالة الثانية من « كتاب المناظر » لابن الهيثم .

تقول نظرية ابن الهيثم في الابصار بان هذا يتم عندما ينقل الضوء صورة المبصر إلى العين ومنها إلى « الحاس » في الدماغ عن طريق العصب البصري . ولكن تفسير الابصار على هذه الطريقة لا يكفي لتفسير الادراك تفسيراً كاملا حيث ان « مجرد الحس » بالشيء عند المُدْرِك لا يعني ادراكه له ، اي ان الادراك والاحساس نادرا ما يتساويان ، اللهم الا عند الاطفال في سن مبكرة ، كما يقول ابن الهيثم طبعاً في هذه الحالات يكون الادراك مبهماً وغير حقيقي . وكما سنبين ، فالواقع ان تفسير الادراك بعزوه لانطباعات تسببها عوامل خارجية ، اي بعزوه لوقع الضوء على العين ومن ثم الدماغ ، لنظرية لا تخلو من التبسيط والسذاجة ، مع انه كان لها تأثير بليغ في تاريخ الفلسفة الحديثة ولم تسلم منها حتى الوضعية الحديثة في عصرنا . ولكن ابن الهيثم ، وهو اول من ثبت هذه النظرية على اسس علمية سليمة ، كان ايضاً أول من بين قصورها عن تفسير الادراك الحسي البصري ككل .

لو كان « الادراك بالحس المجرد » ، وهذا ما يطلقه ابن الهيثم على الادراك حين يقتصر على التأثر بالضوء كعامل خارجي ، كافياً لتفسير الادراك الحسي لاستطاع الانسان ان يدرك فوراً كل ما يحس به بصره . وهذا بالطبع غير صحيح . فالانسان لا يدرك ما يراه لأول مرة ، نوعا كان ام فرداً ، كذلك هو لا يدرك بالاحساس المجرد بمعناه الضيق مُدْرَكات اخرى من العالم الذي حوله ، كالمسافة والشفيف مثلا ، حيث ان هذه ليست اشياء معينة تعكس الضوء الى العين . وكي لا يساء قصد ابن الهيثم نؤكد انه هنا ليس في باب الكلام عن **مصدر** المعرفة عن العالم الخارجي ، فسنرى انه لا ينفي ابداً كون هذا المصدر في الأدراك الحسي **بل يؤكده** . ولكنه هنا يقصد تحليل الادراك الحسي وقت الادراك نفسه الى عناصره مبيناً من خلال هذا التحليل انه ليس عملية ميكانيكية —

←

الا تسانية عن العالم الخارجي . والاعتقاد بان منهج ابن الهيثم يشكل استمراراً لمنهج بطلميوس في كتاب « المناظر » يرتكز الى مقارنة سطحية ، حيث ان التشابه يزيل اثر المقارنة المتعمقة للمنهجين . نبين في هذه المقالة ان التشابه بين الكيفية التي تصور بها ارسطو الاستقراء (ايباغوغي) والاستقراء عند ابن الهيثم تشابه سطحي يزول عند المقارنة المتعمقة ايضا . ونتيجة المقارنة الفلسفية هذه تثبت اذا قارنا المنهجين من ناحية التطبيق . هنا نجد الاختلاف واضحاً بين ابن الهيثم وارسطو، كذلك بين ابن الهيثم وبطلميوس، والاختلاف المنهجي ينعكس ايضا في اختلاف النتائج التي توصل اليها ابن الهيثم عن النتائج التي توصل اليها كل من ارسطو وبطلميوس في البصريات .

كانطباع صور الاشياء على شاشة الدماغ انطباعاً فوتوغرافيا — بل معقدة ومتغيرة بحسب تغير العوامل التي تكونها . وكون عملية الادراك معقدة وخاضعة لعوامل متغيرة هو الذي يجعلها باستمرار قابلة للخطأ ليس في الادراك الحسي المباشر فقط ولكن في تكوين المعرفة العقلية التي ، وان اعتمدت على مقدرة العقل في تجريد الكليات من المدركات الحسية الجزئية ، فهي كذلك تعتمد على الادراك الحسي في اصولها .

يمكننا ان ندخل في تحليل ابن الهيثم لكيفية الادراك الحسي بالانطلاق من السؤال التالي : لماذا ندرك الاشياء بالطريقة التي ندركها بها ؟

يتضح لنا مما سبق ان « الحس المجرد » كما يسميه ، اي ذلك الاحساس الناتج عن وقع الضوء الوارد من المُدْرَك إلى عين المُدْرِك ، ليس العنصر الوحيد المسبب للادراك إلا إذا استثنينا تلك الحالات التي يكون فيها الادراك مبهما كما سبق . لكن ، حين يكون الادراك مميزا للشخص او النوع المدرَك ، مثلا حين ادرك ان الشخص الماثل امامي هو صديقي زيد او حين ادرك الشيء الذي أراه كنوع نباتي معين — وادراكنا للاشياء غالباً ما يكون من هذا النمط — فان ادراكي ينطوي على عملية عقلية بالاضافة الى عملية الابصار . وكثيرا ما تبدو هذه العملية تلقائية فلا يعيها المدرك لسرعة الادراك . ولكن هذه التلقائية الادراكية بالرغم من بداهتها لا يجب ان تضللنا عن الحقيقة ، وهي ان ادراكنا في كل هذه الحالات يعتمد على معرفتنا السابقة بما او لمن ندرك .

ادت هذه الاعتبارات بابن الهيثم الى التمييز بين ما يسميه « الادراك بالحس المجرد » وما يسميه « الادراك بالمعرفة » . والادراك في هذه الحالة الاخيرة يتم عن طريق « قوة القياس والتمييز » ، وهي قوة ذهنية تقارن بين صورة الشيء الماثل امام البصر وبين التصورات والفكر المخزونة في الذاكرة .

الاحساس إذاً هو المؤثر الخارجي الذي يقدح زناد التذكر ، وهذه العملية هي عملية مقارنة صورة المبصر المباشر بالفكر والتصورات المحفوظة في الذاكرة ، والادراك يكون نتيجة حصول التشابه بين صورة المبصر الماثل امام البصر وبين احد الصور القابعة في الذاكرة . وبدون حصول هذا التشابه لا يحصل الادراك :

« ... والقوة المميزة مطبوعة على تشبيه صور المبصرات في حال الابصار بالصور الثابتة في التخيل التي قد اقتنتها النفس من صور المبصرات . فاذا ادرك البصر مبصراً من

المبصرات فان القوة المميزة تطلب شبهه في الصور الحاصلة في التخيل ، فاذا وجدت في التخيل صورة تشبه صورة ذلك المبصر عرفت ذلك المبصر وادركت ما هيته وان لم تجد في الصور الحاصلة في التخيل صورة تشبه صورة ذلك المبصر فليس يعرف ذلك المبصر ولا يدرك ماهيته . » (٢)

لكن ، إذا كان الابصار في الاحوال العادية يتم بهذه الطريقة المركبة من عدة خطوات والتي تتطلب معرفة سابقة وتذكر ومقارنة ، فلماذا يبدو لنا تلقائياً وبدون وعي منا لهذه الخطوات ؟ نحن نعرف ان الادراك ليس تلقائياً عندما نبصر اشخاصاً او ظواهر جديدة علينا او غير معروفة لدينا جيدا . في هذه الحالات الادراك يتطلب جهدا ملموساً ، فنحن ان لم ندرك الشيء لاول وهلة نتفرس فيه جيدا ثم نعود فنشحذ ذاكرتنا محاولين ان نتذكره . اما ادراكنا للاشياء المعروفة فلا يختلف من حيث الكيفية عن هذا الاخير ، وانما يختلف من حيث انه يتم بسرعة أكثر . بمعنى آخر الادراك بالمعرفة حكم يتضمن استنتاجاً في كل الحالات ، بيد انه في كثير من الاحيان يكون الاستنتاج على درجة من السرعة لا نكاد نلحظها . سبب السرعة هــو ان الادراك يكون بـ « الامارات » ، حسب قــول ابن الهيثم . ما هو « الادراك بالامارات » ؟ « الامارات » جمع « امارة » . والامارة هي احــد المظاهر الجزئية التي يتصف بها شخص ما او نوع من الانواع والتي ، من جراء اقتران ادراك الشخص او النوع بادراكها مرات عديدة ، تصبح بمثابة الدالة عــلى هذا الشخص او النوع . فاذا كان لي صديق ذا علامة خاصة في وجهه او رأسه وكانت هــذه الخاصة معروفة عندي ، فانا اذا ابصرته ادركت انه صديقي فلان من هذه العلامة

والعلامة هي « الامارة » في هذه الحالة . اما الامارة في حالة ادراك النوع فغالباً ما تكون اي مظهر من مظاهره التي تواجهنا في حياتنا اليومية . فمن ابصارنا ليد فلان أو رأسه الخ ... ندرك فوراً ولا شعورياً ان هذا المبصر انسان من حيث النوع . وليس من المهم في هذه الحالات اي من مظاهر المبصر يؤدي إلى ادراكه لكن المهم ان الادراك يتم عن طريق ابصار واحد او اكثر من مظاهره وبدون تفحص المبصر ككل (او بدون استقراء المبصر ، كما يقول ابن الهيثم) . ويقول ابن الهيثم ان ادراك الشخص يكون اصعب على البصر من ادراك النوع لان تمييز الانواع عن بعضها غالبا ما يكون اسهل من التمييز فيما بين افراد النوع الواحد . وسنرى ان اكتشاف ابن الهيثم لظاهرة الادراك بالامارة على

٢ – مخطوطة الفاتح ٣٢١٣ ، ١٤٠ .

جانب كبير من الأهمية حيث انه يلقي ضوءاً على كيفية ادراك الكلية ، وهي ناحية يحيط بها الغموض في نظرية ارسطو والارسطوبين في المعرفة ، غموض ادى الى عدم تقدير دور الادراك الحسي في تكوين المعرفة تقديراً صحيحاً لديهم .

« الانسان مطبوع على الادراك بالامارات » ، يقول ابن الهيثم . اي ان الانسان مطبوع على ان يحكم على المبصر حسب معرفته السابقة به او بنوعه وقبل ان يستوفي المعلومات الحسية الواردة من المبصر نفسه . وهنا تقع امكانية الخطأ في الادراك ، خاصة اذا كان هناك تشابه بين المبصر وبين اشياء اخرى معروفة لدينا . فيبدو البغل للمدرك وكانه حصان ، او يدرك بستانا اخضر وكانه ريحان بينما هو نوع آخر من النبات .. الامثلة يذكرها ابن الهيثم نفسه . الخ ... هذا في حياتنا اليومية ، اما في المعرفة العلمية فتزداد امكانية الخطأ لأن المعرفة العلمية تتطلب منا دقة أكثر في التمييز بين الكائنات والظواهر . مصدر الخطأ في الادراك الحسي بالنسبة لابن الهيثم إذاً هو هذه السرعة في الحكم على الاشياء بالقياس الى معرفتنا السابقة ، او عدم المشاهدة الدقيقة اصلا وليس الادراك الحسي نفسه (سنبين كيف يقترح ابن الهيثم استخدام الادراك الحسي نفسه لتفادي الاخطاء الناتجة عن الادراك العفوي في موضع آخر من هذه المقالة) .

« الادراك بالمعرفة » ينطبق على المبصرات التي يكون لدينا معرفة سابقة بها . لكن هذا النوع من الادراك لا ينطبق على الاشياء الجديدة على المُدْرِك هـذا من ناحية . من ناحية اخرى فالادراك بالمعرفـة يتطلب وجـود صور (اي فكر = Concepts) كما نسميها اليوم في الذاكرة يتم الادراك من خلال مقارنة المبصرات العارضة بها . ما هي اصول هذه الصور وكيف تتكون ؟ إن بساطة هذا السؤال الذي تعرض له ابن الهيثم في المقالة الثانية مـن « كتاب المناظر » لا يجب ان تخفي علينا انه سؤال محوري حقاً فهو يسأل : ما هي أصول المعرفة ؟ والجواب على هذا السؤال لا يتناول كيفية الادراك من الناحية النفسية فقط ، بل يقدم نحو صياغة مقياس للتمييز بين القضايا المعرفية الحقيقية والقضايا الباطلة بردها الى مصدرها وتحقيقها عليه ، وهذا المقياس ايضاً يقدم نحو وضع اساس منهجي للعلم الطبيعي يهدف التوصل إلى معرفة علمية جديدة بطريقة تخفض امكانية الخطأ إلى أقصى درجة .

اصول الصور بالنسبة لابن الهيثم في الادراك الحسي . فصورة المُدْرِك عن أي شيء هي محصل انطباعاته الحسية منذ ابصاره هذا الشيء « بالحس المجرد » لأول مرة ، اي

ان الصورة ما يترسب عن الانطباعات الحسية في الذاكرة (او الخيال كما يقول) . ويشير ابن الهيثم الى الترابط بين حقيقة الصورة وتكرار ابصار المبصر للشيء الذي تمثله :

« وايضاً فانا نقول ان البصر اذا ادرك مبصراً من المبصرات وتحققت صورته عند الحاس فان صورة ذلك المبصر تبقى في النفس وتكون متشكلة في التخيل . واذا تكرر ادراك البصر للمبصر كانت صورته اثبت في النفس من صورة المبصر الذي لم يدركه البصر الا مرة واحدة او لم يكثر ادراك البصر له »[٣] .

وكل ما يقوده ابن الهيثم من امثلة لا يترك مجالا للشك بانه يرى بان صورة الشيء تبدأ بابصاره للمرة الاولى وتزداد حقيقة بتكرار ابصاره لاحقاً :

« والذي يدل ادلالا واضحاً على ان المعاني والصور اذا تكررت على النفس كانت اثبت في النفس من المعاني والصور التي لم تتكرر على النفس ، هو ان الانسان اذا اراد ان يحفظ علما من العلوم او ادبا من الآداب او خبرا او ما يجري مجرى ذلك ، فانه يكرر قراءة ذلك المعنى مرات كثيرة . فاذا كرر قراءته ثبت في نفسه وكلما كرره أكثر كان اشد ثبوتا وابعد نسيانا . واذا قرأه مرة واحدة لم يثبت في نفسه وان ثبت نسيه سريعا . واذا نسي الانسان شيئاً قد كان حفظه فانه اذا عاود درسه وكرره مرات عديدة عاد حفظه لذلك المعنى وثبت في نفسه »[٤]

لكن لماذا يؤدي التكرار الى ثبات الصورة في النفس او ، وهو ما يقصده ابن الهيثم ، الى تقريب الصور الى حقيقة الشيء المتصوَّر ؟ اذا كانت صورة الشيء مكونة من الانطباعات الحسية التي ترد من المبصر إلى البصر ، وهذه الانطباعات لا ترد من المبصر ككل في آن واحد بل من اجزاء المبصر المختلفة في اوقات مختلفة ، فاكتمال الصورة بطبيعة الحال يتطلب ورود انطباعات حسية من اجزاء المبصر المختلفة ، اي تكرار الابصار . كذلك الحصول على اكثر من انطباع حسي واحد لنفس الجزء من المبصر يزيد في تثبيت هذا الانطباع في الذاكرة — حيث ان مجرد رؤية الشيء مرة واحدة او عدة مرات لا يضمن مشاهدته وطبع هذه المشاهدة في الذاكرة بشكل متميز حقيقة الصورة اذاً تعتمد على مدى تطابقها مع المصوَّر . وابن الهيثم يعرّف هذا التطابق تعريفاً دقيقاً . فهو يبين ان ادراك

٣ — مخطوطة الفاتح ٣٢١٣ ، ١٣٦ .
٤ — مخطوطة الفاتح ٣٢١٣ ، ١٣٨ .

« حقيقة المبصر » لا يتم سواء كان لدى المُدْرِك معرفة سابقة بالمبصر ام لا ، ما لم يستخدم الابصار استخداما منهجيا . واساس هذا المنهج عند ابن الهيثم التمييز بين « الادراك بالبديهة » و « الادراك بالتأمل » . والتأمل عند ابن الهيثم ليس التفكير بالمعنى الشائع اليوم ، بل التفرس بالشيء وتركيز البصر على كل اجزاءه جزءا جزءا بحيث تتركب لدى المدرك صورة شاملة من انطباعات واضحة لكل اجزاء المبصر :

« فاما كيف يتحقق الحاس بالتأمل والحركة صورة المبصر فان البصر ، اذا قابل المبصر فانه في حال مقابلته وحصول الصورة في البصر ، فان الحاس يدرك جملة الصورة ادراكا مجملا ويدرك الجزء الذي عند طرف السهم ادراكا بينا على غاية ما يصح ان يدرك ذلك الجزء ، ويدرك مع ذلك في هذه الحال كل جزء من الاجزاء التي في الصورة ادراكا ما . ثم اذا تحرك البصر وانتقل السهم من الجزء الذي كان عليه الى جزء آخر ، ادرك الحاس في هذه الحال صورة جملة المبصر ادراكاً ثانياً وادرك الجزء الذي عند طرف السهم ادراكاً ثانياً ايضاً ... »(٥)

وتستمر العملية بتركيز مركز البصر على الجزء الثالث والرابع الخ ... من المبصر حتى يتم مسح بصري لكل اجزاء المبصر وطبع الصور الملتقطة في « الحاس » ، الذي يعرفه ابن الهيثم بانه ذلك الجزء من الدماغ الذي تنتهي اليه الانطباعات الحسية . ويتضح ان ادراك الجزء ادراكا واضحاً بتركيز وسط العين عليه يصطحبه في نفس الوقت ادراك اقل وضوحاً للاجزاء التي لا تقابل مركز البصر ، اي ان الجزء لا يدرك منعزلا عن الوسط الذي يحيط به . ويمكن ان نعبر عن نفس الفكرة بقولنا ان الادراك البصري عملية تحليلية وتركيبية في نفس الوقت ، بالنسبة لابن الهيثم .

« التأمل » ليس عملية بصرية فقط بل ذهنية ايضاً ، وهو لذلك يتطلب التركيز الذهني اثناء المشاهدة لترتيب المعلومات الحسية الواردة وتصنيفها في صور (اي فكر) عقلية مناسبة ، وهذا يتم بالمقارنة والتمييز بين الانطباعات الحسية الجديدة والمعرفة السابقة المخزونة في الذاكرة :

« ... فبحركة البصر على اجزاء المبصر تحصل للحاس حالتان : احداهما تكرر ادراكه لجملة المبصر ولكل جزء من اجزاء المبصر ، والحال الثانية انه يدرك كل جزء من اجزاء

٥ – مخطوطة الفاتح ٣٢١٣ ، ١٣٥ .

المبصر بسهم الشعاع وما قرب من السهم على ابين ما يمكن ان يدركه ، فيظهر للحس بهذا التبيين جميع ما يصح ان يظهر من تلك الاجزاء . فاذا تكرر ادراك الحاس بجملة المبصر ولكل جزء من اجزاء المبصر وظهر جميع ما يصح ان يظهر له من ذلك المبصر ادرك بهذه الحال جميع ما يصح ان يدركه من ذلك المبصر ومـــع ذلك ادراكاً مكرّرا وفي تضاعيف هذه الجملة وهذا التكرر فالقوة المميزة تميز جميع ما يظهر من الوان الاجزاء واعظامها وابعادها واشكالها واوضاعها ، وتساوي ما يتساوى منها في هذه المعاني واختلاف ما يختلف منها في جميع هذه المعاني او في بعضها ومن ترتيب الاجزاء بعضها عند بعض . ويدرك من تمييز جميع هذه المعاني ومن قياس هذه المعاني بما يعرفه من امثالها الهيئة المتألفة من جميع ذلك بجملة المبصر »(٦) .

نضيف بعض التوضيحات . « الادراك بسهم الشعاع » يعني تركيز البصر على جزء ما من المبصر دون الاجزاء الاخرى . « تبيين جميع ما يصح ان يظهر » يعني جميع ما يصح ان يظهر في المشاهدة الواحدة ولا ينفي ان تظهر اشـــياء جديدة في المستقبل . هذه العملية ، عملية تكوين صورة محققة لشيء ما بهذا المسح البصري الدقيق لاجزاءه ، هي ما يدعوه ابن الهيثم بـ « الاستقراء » . إذاً الاستقراء ليس فقط عملية تكوين الصورة الكلية ، اي صورة النوع ، انطلاقاً من مشاهدات عدة لافراد النوع والتجريد من هذه المشاهدات ، ولكنها عملية تبدأ اولا بتكوين صورة حقيقية للفرد بتركيب الانطباعات الحسية الواضحة لاجزاءه ــــ وتعريف الجزء عند ابن الهيثم هو اصغر ما يمكن للحس ادراكه وليس الفرد .

« الادراك بالبديهة » هو ، كما توحي التسمية ، ذلك . اي ان صفته الاساسية عدم التركيز الذهني والبصري وعدم استقراء المبصر ، مما يؤدي الى اغفال نواح منه قد تكون ضرورية لادراكه على حقيقته . وابن الهيثم لا يميز تمييزا مطلقاً بين « الادراك بالبديهة » و « الادراك بالتأمل » ، بل هو تمييز نسبي على طبيعة المبصر ومدى اهتمام المدرك ، إلى اخره . فهناك اشياء ندرك حقيقتها اذا تأملناها قليلا وهناك تفاصيل يحتاج ادراكها الى درجة اقوى من التأمل . ابن الهيثم يوضح بمثال :

« ... ان البصر اذا ادرك حيوانا (كذا) كثير الارجل وكانت ارجله صغارا وكان متحركاً فان البصر ، اذا ادركه وتأمله اليسير من التأمـــل يدرك حركته . واذا ادرك حركته فقد ادرك انه حيوان . ثم باليسير مـــن التأمل اذا تأمل ارجله فقد ادرك انه كثير الارجل

٦ – مخطوطة الفاتح ٣٢١٣ ، ١٣٥ ، ١٣٦ .

من ادراكه للتفرق الذي بين ارجله ، ومع ذلك ليس يعرف في الحال كم عدد ارجله . فان اراد ان يعرف كم عدد ارجله احتــاج الى فضل تأمل وفضل زمان . فادراكه لحيوانيته يكون في زمان يسير ثم ادراكه لكثرة ارجله يكون في زمان يسير ايضاً ، وعدد ارجله ليس يدركه الا بعد ان يثبت البصر على واحد واحد من الارجل ويعدها ...»[٧]

يميز ابن الهيثم بين اربع صيغ من الادراك دون ان يفصم ، كما اكدنا ، فصما مطلقا فيما بينها ، حيث ان الادراك حالة نفسية متصلة تتدرج ابتداء من اللامبالاة وانتهاء بما يسميه « الادراك بالتأمل » . الحالات الاربع هي :

١. **الادراك بمجرد البديهة** ، حين لا يكون عند المُدْرِك معرفة سابقة بالمبصر وكذلك هو لا يهتم بمشاهدته مشاهدة تبغي تكوين صورة حقيقيه عنه .

٢. **الادراك بالبديهة مع سابق المعرفة** ، حين يكون المُدْرِك قد شاهد المبصر من قبل دون ان يتأمله في حال الابصار لكي يحقق صورته من جديد .

٣. **الادراك بالتأمل مع سابق المعرفة** ، تكون عند المُدْرِك معرفة سابقة بالمبصر ومع ذلك يركز قواه البصرية والذهنية كي يتأكد من صورته السابقــة ، او لعلها تظهر له نواح جديدة من المبصر لم يلحظها من قبل ، الخ ...

٤. **الادراك بمجرد التأمل** ، تطبق هذه الصيغة من الادراك حين يفتقر المُدْرِك إلى المعرفة السابقة ، اي حين يبصر شيئاً جديداً ، ويشاهده مشاهدة دقيقة وفاحصة لكي يتعرف عليه .

يصر ابن الهيثم على انه « ليس يدرك المبصِر بالبديهة حقيقة المبصَر تقدمت معرفته بالمبصَر او لم تتقدم معرفته به » . بمعنى اخر ادراك المبصرات على حقيقتها لا يكون إلا بالتأمل، سواء كان عند المدْرِك معرفة سابقة بها ام لا ، وهنا يكمن التحويل للادراك الحسي من « طبع » يتسم بالعفوية إلى منهج . والاساس المعرفي للمنهج الذي يطبقه ابن الهيثم في كتاب « المناظر » وفي كثير من اعماله الاخرى : المعرفة الحقيقية ، اي المعرفة العلمية ، ليست عقلية او ذاتية من حيث الاصل بل تعكس واقعا خارجيا متغيرا ، والمنهج الوحيد لتحقيق صورة ما عن هذا الواقع الخارجي هو المشاهدة الدقيقة المستمرة له[٨] .

٧ – مخطوطة الفاتح ٣٢١٣ ، ١٤٧ .
٨ – مخطوطة الفاتح ٣٢١٣ . ١٥ : ←

مما يلفت النظر ان ابن الهيثم يعتبر الادراك بالبديهة ادراكا غير علمي ، وليس ادراكا مباشرا للكلية كما ظن ارسطو . ولقد شرحنا كيف يبين ابن الهيثم ان الادراك بالبديهة ليس في الحقيقة ادراكا مباشرا سواء للشخص او للنوع ، ولكنه يبدو كذلك بسبب سرعة الادراك ، وهذه بدورها معولها المقارنة السريعة التي تقوم بها « قوة القياس والتمييز » بين المعرفة السابقة والمُدْرَك في حال الابصار . ونرى ان ابن الهيثم يستبدل بـ « قوة البديهة » ، الملكة العقلية التي يتم ادراك الكليات المباشر بها بالنسبة لارسطو ، « قوة القياس والتمييز » ، وهي قدرة مقارنة فقط بين المعرفة السابقة المخزونة في الذاكرة والمبصرات الماثلة امام المُدْرِك . تترتب على هذا الاختلاف الرئيسي بين ابن الهيثم وارسطو اختلافات معرفية ومنهجية هامة نتعرض لها فيما يلي :

ان مفهوم ارسطو للاستقراء (ايباغوغي) يخضع لنظريته القائلة بأن الكليات تدرك بالبديهة ، بينما الاستقراء عند ابن الهيثم نظرية تجريدية بمعنى انها تعتبر تكوين الصورة نتيجة للعديد من الانطباعات الحسية المتشابهة والمصورة بشكل يشابه التصوير الفوتوغرافي ، كما رأينا . وسنرى ان الصورة الكلية تكون نتيجة لعدد من الانطباعات الحسية اكبر بكثير من ذلك الذي تنتج عنه الصورة الشخصية .

ليس هذا هو مفهوم الايباغوغي عند ارسطو . واذا وضعنا جانبا المنهج الارسطوي مطبقا في اعماله الكثيرة ــ وهذا ما لا يمكن فعله ضمن تقييم شامل لمنهجه عمليه ونظريه ــ حيث نجد انه ليس منهجا استقرائياً باستثناء بعض الحالات ، واقتصرنا على النظرية الفلسفية ، سنجدها ايضاً كذلك ، اي غير استقرائية بمعنى ابن الهيثم(٩) .

←

" وجميع المبصرات التي في عالم الكون والفساد قابلة للتغير في الوانها وفي اشكالها وفي اعظامها وفي هيئاتها وفي ملاستها وفي خشونتها وفي ترتيب اجزائها وفي كثير من المعاني الجزئية التي تكون فيها ، لأن طبيعتها مستحيلة متغيرة ولأنها مع ذلك متهيئة للانفعال لما يعرض فيها من الخارج ... فليس شيء من المبصرات التي يدركها البصر وقد تقدم ادراكه لها وحقق صورها وهو ذاكر لصورها يكون واثقاً عند ادراكه لها في الثاني بانه على صورته التي كان عليها في الأول ولم يحدث فيه تغيرا اذا كان التغير ممكنا في جميع المبصرات ... »

٩ – لا توجد مقارنة متعمقة بين الاستقراء عند ارسطو والاستقراء عند ابن الهيثم . اما عبد الحميد صبرة فيورد هذه الجملة الهامشية حول هذا الموضوع في مقالة يعالج فيها موضوعا آخر :

« كلمة الاستقراء عند ابن الهيثم هي المصطلح الشائع الاستعمال الذي يرد في الترجمات العربية لارسطو وفي الاعمال المماثلة كـ « الشفاء » لابن سينا ، وهي تقابل الكلمة اليونانية « ايباغوغي » . ومعنى هذه الكلمة عند ابن الهيثم مشتق من الاستعمال الارسطوي » انظر :

A. I. Sabra "The Astronomical Origins of Ibn al-Haytham's Concept of Experiment," Actes du XII^e Congrès International d'Histoire de Science, Paris, 1968, 3A: (Paris: Blanchard, 1971), pp. 133-36.

فاذا كان بالامكان ادراك الكلية ادراكا مباشرا ، اي بالبديهة ، فما هو دور الاستقراء الارسطوي في هذه الحالة ؟ لقد درس فون فريتز معنى الايباغوغي في كتابات ارسطو وكان استنتاجه ان الايباغوغي هو توضيح من خلال الامثلة الملموسة لحقيقة ثابتة مسبقاً ، وليس تكوينا للكلية من خلال العديد من الانطباعات الحسية ، كما هو عند ابن الهيثم في رأينا(١٠) . ومما يؤكد رأي فون فريتز مايقصده ارسطو بالامثلة العديدة للادراك بالاستقراء ، وبشكل خاص تلك التي ترد في كتاب « التحليلات الثانية » . من المهم ان نلاحظ كيف يبدا ارسطو كتابه هذا في المنهج العلمي :

« كل التعليم والتعلم الذي يتطلب استعمال العقل يبدأ من المعرفة المسبقة . يتضح لنا هذا باعتبار كل الفروع العلمية المختلفة ، لأن العلوم الرياضية وكل العلوم العملية تحصّل بهذه الطريقة . كذلك الامر بالنسبة للحجج المنطقية ، سواء كانت استنتاجية او استقرائية . كلاهما يعلّم بالاستناد الى المعرفة المسبقة ، الاولى بافتراض افتراضات يسلم بها الحضور ، والثانية ببرهنة الكلية من خلال الجزئية الظاهرة في ذاتها »(١١) .

كمثال على « برهنة الكلية من خلال الجزئية الظاهرة في ذاتها » يورد ارسطو البرهان على ان مجموع زوايا المثلث يساوي زاويتين قائمتين باتخاذ شكل معين والبرهنة على ان مجموع زواياه يساوي زاويتين قائمتين . وكما يقول فون فريتز ، ان حقيقة النظرية لا تعتمد على البرهنة عليها بالنسبة لعدد كبير من المثلثات ، بل تعتمد على سلامة الخطوات المتبعة في البرهان . وهذا هـــو رأي ارسطو . (87 *b* 30 – 87 *b* 40) . بالنسبة لارسطو الكلية موجودة في النفس ، على حد تعبيره ، قبل ادراك الجزئية ، بينما ادراك الجزئية ضروري للاشارة الى وجود الكلية في النفس . فهو يقول : « حالما يثبت في النفس ادراك لفرد واحد ، فهذا دلالة على وجود كلية هناك (لاننا حين ندرك ، فان الادراك يكون للكلية ، مع ان ما نحس به هو الفرد ، مثلا « الانسان » وليس « تالياس » انسان) »(١٢) .

والمقصود هنا اننا ندرك النوع في الفرد الذي نبصره ، وهذا ما يسميه ابن الهيثم الادراك بالمعرفة كما رأينا . لكن الفرق بينهما ان ارسطو يعتبر الكلية موجودة في العقل قبل ادراك

١٠ – Kurt Von Fritz, "Die Epagoge bei Aristoteles", *Bayerische Akademie der Wissenschaften: Philosophisch-Historische Klasse* (*München*, 1964), vol. 3. معالجة شاملة لمعنى الاستقراء عند ارسطو

١١ – Aristotle, *Posterior Analytics* (Loeb edition), 71a1-71a10.

١٢ – Aristotle, *Analytics*, 100a15-100b.

اي فرد بحيث ان المدرك يدرك الكاية او النوع في اول فرد يبصره من هذا النوع . بيد ان ابن الهيثم يعتبر الكلية استخلاصاً من مشاهدات للافراد المختلفين . المنتمين الى نوع ما ، اي استخلاصاً للصفات المشتركة بين هذه الافراد (او الاشخاص على حد قوله) يتخذ شكل الصورة الكلية في الذاكرة . وبدون هذا ، وبدون تذكر هذه الصورة في حالة ابصار شخص ما ، فان المدرك لا يعرف ما هية هذا الشخص اي لا يدرك نوعه :

« وان كان قد شاهد ذلك المبصر قبل ذلك الوقت مع مشاهدته لاشخاص من نوعه وكان ذاكرا لمشاهدته وللصورة التي ادركها من قبل من ذلك المبصر ، فانه اذا ادرك صورته الجزئية فانه يعرف الصورة الجزئية في حال ادراكها وفي حال معرفة الصورة الجزئية قد عرف المبصر، فيتحقق بادراك صورته الجزئية صورة المبصر <الكلية> ومع ذلك يعرف المبصر نفسه ويكون معرفته لذلك المبصر بالنوع وبالشخص جميعاً . وان كان قد شاهد ذلك المبصر من قبل ولم يشاهد من نوع ذلك المبصر غير ذلك الشخص فقط ، ولم تتميز له الصورة الكلية التي لنوع ذلك المبصر ... فانه لا يعرف ذلك المبصر ولا يدرك ما يبته من ادراك صورته الكلية(١٣) » .

هذه العبارة الاخيرة وكذلك استعمال ابن الهيثم للمصطلحات الارسطوية وعدم توجيهه النقد لنظرية ارسطو ضمنا او صراحـــة لا يجب ان توري عذا الاختلاف الضمني العميق بين تصور ابن الهيثم الكلية وتصور ارسطو . ابن الهيثم ، شأنه شأن ارسطو،يعرف ان المعرفة العلمية <ادراك طبيعة الشيء أو ما يبته على حد قوله> تستند على معرفة الكليات. الاختلاف بينهما هو اختلاف حول كيفية الوصول الى الكلية . ارسطو يعترف بوجود علاقة ما بين ادراك الكلية والمشاهدات الحسية للافراد او للحالات الجزئية ، وهو احيانا يعترف حتى بان ادراك الكلية يحتاج لتكرار المشاهـــدة . (88 a 1 – 88 a 10) ولكن المشاهدات الحسية للجزئيات تظل المؤثرات الخارجية التي فقط تنبه المُدْرِك للكليات الكامنة في نفسه ، بيد ان الكلية لا تتكون تدريجيا عن طريق هذه المشاهدات ، وبالتأكيد لا تستند في حقيقتها الى هذه المشاهدات . وهذا ما يجب ان نتوقعه اذا تذكرنا ان ارسطو ، مثل افلاطون من قبله ، رفض ان يكون الادراك الحسي مصدراً لمعرفة الانسان عن العالم ، وخاصة في مبادئها الاساسية (ارخي) ، لأنها بهذا تخسر كونها ضرورية ومطلقة .

١٣ – مخطوطة الفاتح ٣٢١٣ ، ١٤٢ .

عند ابن الهيثم نقرأ الوصف التالي لكيفية تكوّن الكلية . الاشخاص (اي الافراد) تتساوى في بعض الصفات وتختلف من حيث صفاتها الجزئية :

« ... فبتكرر ادراك البصر لاشخاص النوع الواحد تتكرر عليه الصورة الكلية التي في ذلك النوع مع اختلاف الصور الجزئية التي لتلك الاشخاص . واذا تكررت الصورة الكلية على النفس ثبتت في النفس واستقرت . ومن اختلاف الصور الجزئية التي ترد مع الصور الكلية عند تكررها تدرك النفس ان الصورة التي تتساوى فيها جميع اشخاص ذلك النوع هي صورة كلية لذلك النوع ... وصور اشخاص المبصرات وصور انواع المبصرات التي قد ادركها البصر تبقى في النفس وتثبت في التخيل . وكلما تكرر ادراك البصر لها كانت صورته اثبت في النفس وفي التخيل(١٤) . »

إذاً تكرار المشاهدة ليس فقط للصفات المشتركة بل ايضاً للاختلافات التي تميز الافراد عن بعضها البعض هو الذي يؤدي الى تكوين الصورة الكلية . هنا نجد الكلية بمعنى التعميم عن طريق التجريد ، وهذا ما لا نجده عند ارسطو . والأهم من ذلك ان ابن الهيثم يربط بين عدد المشاهدات للجزئيات ومدى ثبات الكلية في النفس . وفي هذا تغيير جذري لمعنى الكلية ، من مسلمة ، لا تقبل التشكيك الى تعميم نسبي يستمد تكوينه من مشاهدة الجزئيات ويزداد حقيقة (ثباتاً في النفس على حد قول ابن الهيثم) بازدياد عدد هـذه المشاهدات . وهذا التعريف الجديد للكلية ينطوي على انها ليست مطلقة بل خاضعة للمشاهدات التي يمكن ان تزيدها حقيقة كما يمكن ان تحد من مجال تطبيقها وربما تبطلها كليا . ويفسر لنا هذا الاهتمام الكبير الذي يوليه ابن الهيثم لدقة المشاهدة مما يعطي للتجربة في المنهج العلمي عنده دورا لا نجده عند اي عالم قبله .

يتضح من قراءة « التحليلات الثانية » لارسطو انه يعتبر ان المباديء (احيانا يسميها « ارخي » واحيانا « اكسيوماتا ») التي يقوم عليها كل علم من العلوم ، سواء كانت منطقية او رياضية او طبيعية ، هي بديهيات تدرك بالحدس ولا تستند في حقيقتها الى المشاهدات الحسية . (100 *b* 15 – 100 *b* 5) اما ابن الهيثم فقـد بين في المقـالة الثانية من « كتاب المناظر » ان المعرفة الانسانية عن العالم الخارجي تعتمد على الادراك الحسي الى حد ابعد بكثير مما تصور ارسطو . وهو يرى ان المعرفة العلمية للامور الطبيعية لا تخرج على هذه

١٤ – مخطوطة الفاتح ٣٢١٣ ، ١٣٩ .

القاعدة من حيث كونها تخضع للقوانين التي تحدد مصدر المعرفة الانسانية عن هذه الامور . على ان المعرفة ، حتى تكون حقيقية او علمية ، يجب ان تخضع للادراك الحسي بطريقة منظمة ودقيقة ، اي يجب ان يكون مصدرها « الادراك بالتأمل » وليس « الادراك بالبديهة». وابن الهيثم يقنن هـــذه النظرة في المنهج الذي يصفه في اول « كتاب المناظر » ويطبقـــه في هذا الكتاب واعمال أخرى . فهو يقول انه لكي يضع حدا للفوضى وتضارب النظريات العديدة في علم الابصار :

« ... ونستأنف النظر في مباديه ومقدماته ونبتدىء في البحث باستقراء الموجودات وتصفح احوال المبصرات وفهم خواص الجزئيات . ونلتقط بالاســتقراء ما يخص البصر في حال الابصار وما هو مطرد لا يتغير وظاهر لا يشتبه في كيفية الاحساس . ثم نترقى في البحث والمقاييس على التدريج والترتيب مع انتقاد المقدمات والتحفظ في النتائج[١٥] . »

لقد بين مصطفى نظيف في كتابه القيم ، « الحسن ابن الهيثم : بحوثه وكشوفه البصرية » ، كيف ان ابن الهيثم تقيد بهذا المنهج في بحوثه البصرية ، وكيف ان هذا التقيد اثمر اثمارا خصبا لاكتشافات عديدة في نظرية الابصار وعلم الضوء ومجالات أخرى . ولقد كان لاكتشافات ابن الهيثم ولمنهجه تأثير بالغ في تطوير العلوم الاوروبية في العصور الوسطى المتأخرة عن طريق الترجمة لـ « كتاب المناظر » الى اللاتينية التي احرزت انتشارا بالغاً في شتى انحاء اوروبا . واستمر تأثير « كتاب المناظر » على العلماء الاوربيين الذين عاصروا ما يسمى بـ « الثورة العلمية » امثال كبلر وديكارت وجاليليو ، حين كان تأثر الغربيين بالكتب العربية العلمية قد انحسر بشكل عام[١٦] . ويصعب علينا ان نتصور هذه الدرجة من التأثير لابن الهيثم دون اعتبار التغيير الاساسي الذي احدثه في نظرية الادراك عند أرسطو. والواقع ان روح المنهج الجديد تتجلى لنا اذ تتبعنا الكيفية التي حل بها ابن الهيثم مشكلة الابصار التي ورثها عن اليونانيين . لا ندخل في التفاصيل هنا فلقد كتب عنها كثيرا . ونكتفي بالتلخيص التالي : اولا هو يبطل نظرية الشعاع القديمة ، اي النظرية القائلة بخروج اشعة من العين تحدث الابصار عندما تقع على المبصرات . ويقود ادلة عديدة ، منها مبني

١٥ – مخطوطة الفاتح ٣٢١٢ ، ٤ .

١٦ – راجع : *Opticae Thesaurus*, A Reprint Edition: (New York, 1972). See the introduction by David Lindberg.

يبين لندبرغ في هذه المقدمة للترجمة اللاتينية لـ « كتاب المناظر » الدور الكبير الذي كان لهذا الكتاب في تطوير علم البصريات في الغرب اللاتيني وفي العصر الاوروبي الحديث .

على المشاهدات العادية ومنها على التجارب ، يبين فيها ان الابصار يحدث بورود اشعة الضوء من المبصر الى العين . ثم يبذل جهدا كبيرا ليحل مشكلة التناظر بين المبصر وصورته التي تولدها نظرية الورود . اذا حللنا سطح المبصر الى عدد محدود من النقاط الضوئية وافترضنا كما فعـل ابن الهيثم ان التشابه بين الصورة المرئية والشيء المبصر يتطلب ان يكون عدد النقاط وترتيبها على سطح الجليدية (حيث يتم الانطباع الحسي في رأي ابن الهيثم) متناظراً مع النقاط الأصلية في سطح المبصر عددا وترتيبا . باختصار، كل نقطـة مضيئة في سطح البصر يجب أن تقابلها « صورة » واحدة فقط على سطح الجليدية . لكن النقطة المضيئة ، حسب قانون « الاشعاع الكرري » تبث أكثر من شعاع واحد . وإذا كان كل شعاع يرد من النقطة المضيئة فعالا في تسجيل صورتها على سطح الجليدية فذلك يؤدي الى تسجيل صورة النقطة الواحدة اكثر من مرة وفي أماكن مختلفة من الجليدية ، أي يؤدي الى عدم التناظر بين المبصر في الواقع وصورته او الكيفية التي نراه بها . لكي يتفادى هذا التناقض ابن الهيثم يقول انه ثمة شعاع واحد من بين الأشعة الواردة من نقطة ما فعال في الاحساس البصري بها . وهذا الشعاع هو الذي يرد الى الجليدية دون انعطاف . في الواقع هذا يعني ان الاشياء التي ترد منها اشعة الضوء منعطفة ، لا تبصر . لكن بعض التجارب (الاعتبارات كما يسميها) تبين لابن الهيثم عدم صحة هذه النظرية ، فيتخلى عنها واضعاً نظرية جديدة لا تخالف الواقع المشاهد .

مراجعات الكتب
في مجلة تاريخ العلوم العربية

ملاحظات للمراجعين

تشكل الملاحظات التالية الأطر العامة لعملية مراجعة الكتب :-

١ — يجب أن تنقل المراجعة فكرة واضحة عن موضوع ومحتويات الكتاب ، ولكن ذلك يجب ألاّ يشغل حيزاً كبيراً في المراجعة .

٢ — إن المصادر التي تم الرجوع إليها في إعداد الكتاب وطريقة استخدام المؤلف لها تحتل أهمية خاصة . ويحتل قدراً كبيراً من الأهمية أيضاً الترتيب العام للكتاب وشمولية الفهارس والجداول والرسوم والصور .

٣ — إنّ جلّ ما تقوم به المراجعة — في رأينا — هو ما تقدمه من تقييم لمكانة الكتاب الذي تم مراجعته ضمن الكتب التي تطرح موضوعاً مماثلاً لما يطرحه الكتاب . وهذا سيشتمل طبعاً على تقييم عام لكفاءة ودقة المؤلف وأصالة أفكاره وفيما إذا نجح في تحقيق ما كان يصبو إليه .

٤ — وعلى العموم ، فإنه من غير المستحسن أن يسهب المُراجع بتفصيلات من عنده ، رغم كون ذلك ضرورياً أحياناً عند توضيح نقطة ما يثيرها الكتاب الذي تم مراجعته .

٥ — ينبغي ألا يفوت من يقدم مراجعة للمجلة أن قراءها على إطلاع جيد بالتاريخ الاسلامي والعلوم عند العرب .

٦ — يجب أن تتراوح مراجعة الكتاب بين ٥٠٠ — ١٠٠٠ كلمة .

٧ — يجب استخدام الآلة الكاتبة مع الانتباه إلى ترك فراغ مزدوج بين الأسطر وإرسال نسخة اخرى .

٨ — ينبغي أن تحوي المراجعة على لمحة عن المُراجع (في حال عدم مشاركته مسبقاً في المجلة) وذلك لادراجها في قسم « المشاركون في العدد » .

٩ — يجب كتابة اسم المؤلف وعنوان الكتاب مع اسم الناشر وتاريخ النشر وعدد الصفحات وسعر الكتاب في مستهل المراجعة .

١٠ — يوضع عنوان الكتاب الذي تم مراجعته بين هلالين صغيرين .

مخطوطة عربية لرسالة ايراتسطانس
في ايجاد الوسطين المتناسبين بين خطين معلومين

امين موافي   اندريانس فلبّو
الجامعة الأمريكية في بيروت

١. مقدمـــة : عثر الأب لويس شيخو في مدرسة الأقمار الثلاث الأرثوذكسية في بيروت على مخطوطة هامة يعود تاريخها الى القرن الخامس عشر الميلادي عنوانها « مجموع فلكي وهندسي وميكانيكي وموسيقي » فقام بتصوير المخطوطة وانقذها من التلف والضياع ، اذ أن قسماً منها كان قد تآكل او طمس . والنسخة المصورة موجودة في مكتبة جامعة القديس يوسف في بيروت وتوجد نسخة منها مصورة وأخرى على ميكروفلم في مكتبة الجامعة الأمريكية في بيروت .

يصف الأب لويس شيخو جزءاً من هذه المخطوطة موضوع هذا المقال وهو المخطوطة رقم ٢٢٣/٢٠ بانه بحث لأرسطانس (؟) في ايجاد وسطين متناسبين بين خطين معلومين بطريقة الهندسة الثابتة [١] . وقد علّق جنسن [٢] على ذلك بقوله ان البحث الذي أشار اليه الأب لويس شيخو هو في الحقيقة ترجمة عربية لرسالة بعث بها ايراتسطانس للملك بطلميوس يصف فيها طريقة عملية لإيجاد الوسطين المتناسبين بين خطين معلومين وأنه توجد عدة نسخ من هذه الرسالة [٣] . وذكر جنسن . أنه وقع تحريف في المخطوطة العربية اذ ورد اسم ايراتسطانس خطأ باسم أرسطانس .

في هذا المقال نقدم النص العربي لهذه المخطوطة كما ورد في الأصل . وقد استعنا بالنصين الأغريقي واللاتيني [٣] وبترجمة جزئيـــة باللغة الأنجليزية [٤] في قراءة الكلمـــات والأسطر المطموسة في المخطوطة . والمخطوطة ترجمة قريبة جداً من النص الأغريقي ولكنها كانت حرفية في بعض المواقف لدرجة ضاع معها المعنى المقصود . وهنالك بعض الأخطاء ارتكبها ناسخ المخطوطة لدرجة ضاع معها المعنى .

وقد أرفقنا مع النص العربي للمخطوطة ترجمة باللغة الأنجليزية حاولنا فيها أن تكون قريبة من النص العربي مع ما يلازم ذلك من بعض التضحية بالاسلوب في اللغة الأنجليزية . حيثما طمست بعض الكلمات كتبنا ما اعتقدنا أنه أصل الكلمة بين قوسين مربعين [ ] ،

وأي تصحيح لتحريف وقع ارفقناه بين < > . واذا وجدت شروح اضافية ارفقناها بين قوسين ( ) .

ولا بد من الاشارة هنا للمساعدات القيمة والاقتراحات المفيدة التي قدمها محررا المجلّة مشكوريْن . كذلك نودّ تقديم الشكر للدكتور احسان عباس لمساعدته في قراءة أجزاء من المخطوطة .

٢. موضوع البحث : لقد شُغل رياضو الأغريق فترة من الزمن بثلاث مسائل رياضية هامة كان لها أثر كبير في تقدم الرياضيات . وتلك المسائل هي : تربيع الدائرة ، تثليث الزاوية وتضعيف المكعب . والمسألة التي نحن بصددها تتعلق بتضعيف المكعب . وتتلخص في ايجاد ضلع مكعب حجمه ضعف حجم مكعب معلوم وذلك باستعمال بيكار وحافة مستقيمة فقط . ورغم المحاولات العديدة لحل هذه المسألة، الا انه لم يتّم البرهنة على استحالة الحل بالشروط المطلوبة الآ في القرن التاسع عشر .

وكان لمحاولات الحل (رغم استحالته) تأثير كبير على تقدم الهندسة عند الأغريق مما أدى إلى اكتشافات جديدة هامة كالقطاعات المخروطية وغيرها .

ويرجع الفضل الأكبر إلى يوتوكيوس [٥] في المحافظة على مجموعة هامة من الحلول تتعلق بتضيف المكعب . وكان أول تقدم أُحرز نحو حل المسألة ما قام به هيبوكراتس (حوالي ٤٠٠ ق . م) عندما حوّل مسألة تضعيف المكعب إلى مسألة ايجاد وسطين متناسبين بين خطين معلومين طولاهما أ ، ب . فإذا كان س ، ص هما الوسطان المتناسبان بين أ ، ب فان أ : س = س : ص = ص : ب .

اذن س^{٢} = أ ص ، ص^{٢} = ب س . وبتعويض قيمة ص نحصل على س^{٣} = أ^{٢} ب . فاذا كانت ب = ٢ أ كان س ضلعاً لمكعب حجمه ضعف مكعب ضلعه يساوي أ .

ومن الحلول أيضاً حل يعود الى ايراتسطانس (حوالي ٢٣٠ ق . م) أحد معاصري أرخميدس أورد الحل في رسالة [٦] بعث بها الى بطلميوس الثالث ملك مصر والذي كان ايراتسطانس يعمل مؤدباً لولده فليباتور .

استهلّ ايراتسطانس رسالته بتحية بطلميوس ثم استطرد يقول ان أحد الشعراء دخل على الملك مينوس وهو يقوم بتجهيز قبر لولده غلوقس فلم تعجبه مقاسات القبر

التي اقترحها مهندس الملك فاشار عليه الشاعر (خطأً) أن يضاعف أبعاد القبر وبذلك يتضاعف حجم القبر . ثم يتابع ايراتسطانس الحديث في رسالته عن وباء أصاب أهـــل دلفي فاشار عليهم الوحي بان يقوموا بإنشاء مذبح حجمه ضعف حجم مذبح من المذابح المكعبة الشكل فيزول الوباء . فوقعوا في حيرة من أمرهم لحل هذه المسألة وعرضوا هذا الأمر على أفلاطون [٧] وعدد من المهندسين المعاصرين .

ذكر ايراتسطانس في رسالته ان حل هذه المسألة يتوقف على ايجاد وسطين متناسبين بين خطين معلومين . ثم وصف آلة قال انه تمكن بواسطتها من حل هذه المسألة وقدم برهاناً على ذلك مع شرح لطريقة صنع الآلة وعملها .

من مطبوعات معهد التراث العلمي العربي بجامعة حلب

١ - أحمد يوسف الحسن
تقي الدين والهندسة الميكانيكية العربية مع كتاب الطرق السنية في الآلات الروحانية من القرن السادس عشر.
٣٢ ل.س او ٨ دولارات امريكية

٢ - أحمد يوسف الحسن
الجامع بين العلم والعمل النافع في صناعة الحيل لأبي العز بن الرزاز الجزري.
١٠٠ ل.س او ٢٥ دولارا امريكياً

٣ - أحمد يوسف الحسن
كتاب الحيل لبني موسى
٤٠ ل.س او ٢٠ دولاراً أمريكياً

٤ - دونالد هيل
كتاب الساعات المائية العربية (بالانكليزية)
٣٠ ل.س او ١٥ دولاراً امريكياً

٥ - جلال شوقي
رياضيات بهاء الدين العاملي ٩٥٣ - ١٠٣١ / ١٥٤٧ م - ١٦٢٢ / م
٣٢ ل.س او ٨ دولارات امريكية

٦ - احمد سليم سعيدان
مراسم الانتساب في معالم الحساب ليعيش بن ابراهيم الاموي
١٠ ل.س او ٥ دولارات امريكية

٧ - ادوارد كندي
افراد المقال في أمر الظلال للبيروني
جزء (١) : الترجمة الانكليزية
جزء (٢) : التعليق والشرح (بالانكليزية)
١٠٠ ل.س او ٢٥ دولاراً امريكياً

٨ - ادوارد كندي وعماد غانم
ابن الشاطر فلكي عربي من القرن الثامن الهجري / الرابع عشر ميلادي
٢٥ ل.س او ٦ دولارات امريكية

٩ - سلمان قطاية
مخطوطات الطب والصيدلة في المكتبات العامة بحلب
٤٠ ل.س او ١٠ دولارات امريكية

١٠ - سلمان قطاية
ما الفارق لابي بكر محمد بن زكريا الرازي
٥٠ ل.س او ١٣ دولاراً امريكياً

Of some interest is the obtrusion of an unknown "Titanus" (154:6) in front of "Menaechmus" (106:8). The correspondence of text and translation is by no means clear in this place, but it is possible that طيطانس بن (the reading بن is uncertain) is a corruption of τι τοῦ, which precedes "Menaechmus" in the Greek. If this is so, some at least of the corruption probably occurred in Greek, since one of the manuscripts reads επιβραχυτητι, apparently for the whole phrase ἐπὶ βραχύ τι τοῦ. It is worth noting that طيطانس بن does not occur in MS Escurial 960.

parallel (to each other)	παράλληλα 110:11	متوازية ١٥٦ : ٦
in the parallels ... ... (i. e. because ... is parallel to ...)	ἐν ... ταῖς .... παραλλήλοις 108:12	من قبل موازاة .... لخط .... ١٥٥ : ٩ — ١٠
parallelograms	παραλληλόγραμμα 108:2	سطوح متوازية الاضلاع ١٥٥ : ٥
the middle parallelogram	τοῦ μέσου παραλληλογράμμου 108:5	سطح ... الاوسط المتوازي الاضلاع ١٥٥ : ٦ — ٧
middle	ὁ ... μέσος 110:5	الاوسط ١٥٦ : ٣
successively	ἐφεξῆς 108:3	متوالية ١٥٥ : ٥ (انظر نسب)

Technical terms are sometimes translated by descriptive phrases. Thus καταπαλτικὰ καὶ λιθοβόλα ὄργανα (106:20-21), "catapults and stone-throwing implements", becomes (154:15.) الآلات التي تستعمل في الحروب لترسل على الحيطان الحجارة (in the MS there is a و wrongly inserted before the last word). ἄσχαστα (110:11), "without a gap", becomes (156: 6-7) ولم يكن بينها خلل ولا فرجة For the liquid measure μετρητής (see 106:17) the description is preceded by a transcription (154:13) مطريتيس وهو ما يكال به الأشياء الرطبة

An example of difference of form without real change in meaning is the expansion of εὑρεῖν (110:21), "to find", into (156:11) وبنتيجته نريد أن نبين كيف نجد But distinct differences in meaning do occur, though it is seldom clear that they are intentional. For instance, the Arabic in 153:13-14 omits the condition, foun din the Greek of 104:12-15, that one of the lines mentioned is double the other. Again, in 154:12-14 of the Arabic there appears to be no mention of a cube and its side, as in the Greek of 106:16-19 – though the whole passage, 106:8-19/154: 8-14 is not very clear in either language. τρεῖς πινακίσκους ἴσους ὡς λεπτοτάτους (110:4-5) "three equal panels as thin as possible", becomes (156:3) ألواح صغار دقاق متساوية (Escurial 960 is nearer the Greek in this passage). Other differences are to be found in 104:15-16/153:15-16 and 110:14-16/156:8-9. There is a subtle difference between τὸ δοθὲν στερεὸν παραλληλογράμμοις περιεχόμενον, "the given solid bounded by parallelograms" (106:12-13) and جسم معلوم متوازي الأضلاع (154:9). A final example: in the votive offering - ἀνάθημα, translated as قائم مربع (see 110:12/156:7-8 & foll.) - the instrument is placed ὑπ' αὐτὴν τὴν στεφάνην τῆς στήλης "under the very crown of the stele", but على رأس ذلك القائم . The Arabic here is a simplified translation, "on top of the stele", thus avoiding the difficult technical terms of Greek temple architecture. Parts of the Greek may have given the translator some trouble. For several words – e.g. ἐπωστός, χολέδρα, προσμολυβδοχέω (see 110:6,6,14) – Liddell & Scott's *Greek-English Lexicon* gives only this text of Eratosthenes. Of course we have no guarantee that the Arabic is a straight translation and has not been reworked.

double	διπλάσιος 104:2	ضعف ١٥٣ : ٧
eightfold, eight times	ὀκταπλάσιον 104:6	ثمانية اضعاف ١٥٣٤ : ١٠
(the cube) will be doubled	διπλασιασθήσεται (ὁ κύβος) 104:15	ضعف (المكعب) ١٥٣ : ١٤
duplication (of the cube)	(κύβου) διπλασιασμός 104:9	اضعاف (المكعب) ١٥٣ : ١٢
sides	πλευρῶν 104:4	اضلاع ١٥٣ : ٩
by the lines called curved	διὰ τῶν καλουμένων καμπύλων γραμμῶν 106:4-5	بالخطوط التي تسمى المنعطفة ١٥٤ : ٤–٥
two given lines	δύο τῶν δοθεισῶν εὐθειῶν 110:20	خطين معلومين ١٥٦ : ١١
two given [lines]	δύο τῶν δοθεισῶν 106:2	الخطين المعلومين ١٥٤ : ٣
ivory	ἐλεφάντινον 110:4	من عاج ١٥٦ : ٢
above	ἐπάνω 108:6	من فوق ١٥٥ : ٧
a hundred feet	ἑκατόμπεδος 102:24	مائة قدم ١٥٣ : ٦
diagonals in them [rectangles]	διάμετροι ἐν αὐτοῖς 108:3-4	اقطارها ١٥٥ : ٦
let there be erected	συνεστάτω 108:2	نقيم ١٥٥ : ٤
cube	κύβου 104:9	المكعب ١٥٣ : ١٢
base, frame, board (in the shape of a brick. The Arabic repeats the Greek etymologically)	πλινθίον 110:3	لبنة ١٥٦ : ٢
is fixed in	ἐνήρμοσται 110:5	وليكن ... قد ألصق ١٥٦ : ٣
has been attached with solder	καθήρμοσται ... προσμεμολυβδοχοημένον 110:13-14	وقد ألصق ... برصاص ١٥٦ . ٨
let it meet	συμπιπτέτω 108:9	حتى يلقى ١٥٥ : ٩
small, thin tablets, panels, plates	πινακίσκους 110:4,10	ألواح صغار ١٥٦ : ٣ ألواح ١٥٦ : ٦
tablets, panels, plates,	πίνακας 110:22	الالواح ١٥٦ : ١٢
lying alongside one another evenly	ὁμαλῶς συναπτόμενα ἀλλήλοις 110:11-12	تكون مماسّا بعضها لبعض باستواء ١٥٦ : ٧
proportional	ἀνάλογον 112:4	متناسبة ١٥٦ : ١٧
$ZK : KH = BZ : GH$	ὡς ... ἡ ZK πρὸς KH, ἡ BZ πρὸς ΓH 108:21	نسبة زك الى كح كنسبة بز الى جح ١٥٥ : ١٥
two means in continued proportion	δύο μέσας ἀνάλογον ... ἐν συνεχεῖ ἀναλογίᾳ 106:28-9	خطين مناسبين (لهما) على الولاء ١٥٥ : ٣
	the same 104:14-15	خطين .... مناسبين لهما حتى تتوالى النسب ١٥٣ : ١٣ – ١٤
produced	ἐκβληθείσῃ 108:9-10	تنفذ ١٥٥ : ٩
at [point] K	κατὰ τὸ K 108:10	على نقطة ك ١٥٥ : ٩
geometers	τοὺς .... γεωμέτρας 104:19-20	المهندسين ١٥٤ : ١
in terms of geometric surfaces	ἐπὶ τῶν γεωμετρουμένων ἐπιφανειῶν 110:1	بسبيل السطوح الهندسية ١٥٦ : ١

English equivalent of Greek	*Greek*	*Arabic*
half-cylinder	ἡμικυλίνδρων 106:4	نصف اسطوانة ١٥٤ : ٤
in the instrument	ἐν τῷ ὀργάνῳ 110:22	في الآلة ١٥٦ : ١٢
with an instrument	ὀργανικῶς 110:2	بآلة ١٥٦ : ١
a way ... by using an instrument	τις ... ὀργανικὴ λῆψις 106:8-9	عمل .... يعمل بآلة ١٥٤ : ٧
has been shown	ἀποδέδεικται 110:2	بر[هنا] ١٥٥ : ١٧
remaining	μένοντος 108:5	وليبقى (correctly وليبق) ١٥٥ : ٦
problem	πρόβλημα 104:9	باب ١٥٣ : ١٢
we shall show	δείξομεν 112:3	نبين ١٥٦ : ١٦
below	ὑποκάτω 108:6	من تحت ١٥٥ : ٧
in grooves	ἐν χολέδραις 110:6	(فيجريان) في مجاري لها ١٥٦ : ٤ (وانظر دفع)
solid	στερεόν 104:6	مجسم ١٥٣ : ١٠
I move	συνάγω 110:22	ولنحرك ١٥٦ : ١٢
Let them be drawn (pl.)	ἤχθωσαν 108:3	نخرج ١٥٥ : ٥
let there be drawn through points	διήχθω διὰ τῶν ... σημείων 108:8 – 9	نخرج من نقط ... ١٥٥ : ٨
wooden	ξύλινον 110:3	من خشب ١٥٦ : ٢
line	εὐθεῖα 108:9	خطاً ١٥٥ : ٨ (انظر علم ، نسب)
two means	δύο μέσας 106:2	خطين ١٥٤ : ٣ (انظر نسب)
	106:10	خط[ين] وسطين ١٥٤ : ٨
	110:3	خطين متوسطين ١٥٦ : ٢
lines	γραμμάς 110:9	خطوط ١٥٦ : ٥ (انظر عطف)
with no gap [between them]	ἄσχαστα 110:11	ولم يكن بينها خلل ولا فرجة ١٥٦ : ٦–٧
let it approach, be brought together	συνωσθήτω 108:5-6	وندفع ١٥٥ : ٧
are capable of being pushed forward	ἐπωστοί εἰσιν 110:6	وليكن... يدفعان فيجريان ١٥٦ : ٣–٤
surface	ἐπίπεδον 104:5	سطح ١٥٣ : ٩ (انظر وزى)
equal	ἴσους 110:4	متساوية ١٥٦ : ٣
unequal	ἄνισοι 106:28	غير متساوين ١٥٥ : ٤
in a straight line	κατ' εὐθεῖαν 110:22-23, 108.8	على [مستوى] واحد ١٥٦ : ١٢–١٣
		متصلا على [استواء] ١٥٥ : ٨
bronze, brass	χαλκοῦν 110:4	من شبه ١٥٦ : ٢
putting together, assembly	συνάγεσθαι 110:10	صنعة ١٥٦ : ٦
figure	σχήματος 108:7	صورة ١٥٥ : ٨
has been drawn	γέγραπται 110:18	صورت ١٥٦ : ١٠
doubled	διπλασιασθεισῶν 104:4-5	اذا ضعفت ١٥٣ : ٩ (انظر كعب)

Appendix

A Note on the Technical Vocabulary in Eratosthenes' Tract on Mean Proportionals

RICHARD LORCH*

This *Note* is appended as a small contribution to the study of Greek mathematical and mechanical texts in Arabic translation.

The table below is organized alphabetically by the roots of the Arabic words, or, in the case of phrases, of the principal Arabic words involved. Apart from such changes as the occasional removal of the Arabic article or inseparable preposition, the words have not been reduced to standard frcm, such as nominative singular for Greek nouns. By this means it is hoped that a spurious generality will be avoided, for it may be that a Greek word is translated in a given way only when it appears in a certain form or forms. In addition, the forms given serve as a reminder of the syntactical contexts from which they have been taken, contexts often different in the two languages. Greek third-person imperatives are normally rendered in Arabic by the first person plural of some form of the imperfect. Participles are normally rendered by clauses.

References by pairs of numbers divided by colons are to page and line of the Greek text (see reference 3 in the article above) for pages 102-114, and to page and line of the Arabic MS reproduced above for pages 153-157.

* Institute for the History of Arabic Science, Aleppo University.

It is a pleasure to thank Professor Paul Kunitzsch (Munich) for looking over this appendix and pointing out several errors in it. He considers the suggesstion of the last paragraph speculative.

References

1. L. Cheiko, "Catalogue raisonné des manuscrits de la Bibliothèque Orientale de l'Université de St. Joseph", *Mélanges de la Faculté Orientale* (Beirut), 7 (1914-1921), 287-289.

2. Claus Jensen, "Identification of a Tract in an Arabic Manuscript: Eratosthenes on Two Mean Proportionals", *Isis*, 61 (1970), 111.

3. *Archimedis opera omnia cum commentariis Eutocii*, ed. J. L. Heiberg, (Leipzig: Teubner, 1880-1881), vol. III, pp. 102-114.

4. Ivor Thomas, *Selections Illustrating the History of Greek Mathematical Works* (Loeb Classical Library, 1951), vol. I, pp. 256-267.

5. Thomas Heath, *A History of Greek Mathematics* (Oxford: Clarendon Press, 1921), vol. I, p. 244.

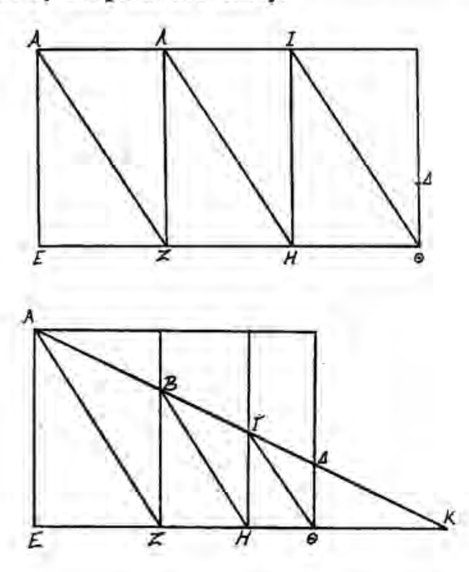
6. James Gow, *A Short History of Greek Mathematics* (New York: Hafner, 1923), p. 162.

Editor's note

The Arabic Eutocius in MS Escurial 960 item 2 (ff 22v – 42v, of which ff 27v – 29r are the Eratosthenes section) is not identical to the above, though in parts it is very similar. Possibly it is another redaction–al-Ṭūsī is supposed to have written a *taḥrīr* of the Eutocius commentary. Lines 4 and 5 of f 22v are very similar to the title given by Sezgin (*Geschichte des arabischen Schrifttums*, Band V, 1974, p. 130) of the fragment in MS Bibliothèque Nationale 2457 (item 44, ff 191 – 192). These manuscripts and the Cambridge fragment also mentioned by Sezgin (*ibid*) would repay investigation.

[MS page 157]

1 Thus we have found, between the two given lines, two lines proportional to them. If the two given lines
2 are not equal to AE and $\Delta\Theta$, then we make the ratio of AE to $\Delta\Theta$ equal to their ratio,
3 and we take between them the two mean lines. Then, going back to the original lines, we shall do what was required.
4 If we want to find more than two lines, we insert more tablets in the instrument (according to the number of means to be taken).
5 The proof is the same in all cases. The book is completed. At the end there was some poetry and praise to Ptolemy.



[MS page 156]

1 that by using geometric surfaces. And if we wished to do that with an instrument in order that we may find

2 the two mean lines, we [set up] a board of wood, or ivory, or bronze, but having in it

3 equal tablets, that are small and thin, of which the middle (one) is fixed and the remaining two

4 are pushed to run in grooves. Let the sizes and amounts of those grooves be according to the needs

5 of each. We then set up the proof for this as well. In order that the lines may be found with the greatest accuracy,

6 we make the tablets with careful skill, so that when the tablets are to our satisfaction everything remains parallel, smoothly fitting

7 without a gap, and they are evenly touching. As for the instrument which we put on the square pillar,

8 it is (made of) bronze and it is fastened at the top of that pillar with lead. So we made the proof and description shorter for

9 that instrument and the figure. I have written on that square pillar a writing which I copied

10 in order that you may have what was fastened to the square pillar. Also I have drawn there the second figure

11 on the square pillar. As a result of this we wish to show how to find, between two given lines, two lines.

12 in continued proportion to them. Let AE and $\Delta\Theta$ be the lines. Move the tablets in the instrument until

13 points A, B, Γ, Δ, are in one [straight] (line), as it is clearly pictured in the second figure.

14 [The ratio of AK to KB, since AC and BZ are] parallel, is as the ratio EK to KZ.

15 (?) That is, its ratio is also as the ratio of DKH <ZK> to KH, and so the ratio of EK to KZ is as the ratio of KZ

16 [to KH], so that the ratios are as the ratio of AE to BZ and (as) the ratio of BZ to ΓH. Similarly we show

17 [that the ratio of BZ to ΓH] is as the ratio of ΓH to $\Delta\Theta$. Therefore the lines AE, BZ, ΓH, $\Delta\Theta$ are proportional.

[MS page 155]

1 We cannot do this without finding

2 the two means. I have made the construction and (demonstrated) the proof of this instrument after the discussion. For

3 we make the two given lines between which we want to find two lines in continued proportion, AE and $\Delta\Theta$,

4 unequal and we make line ΘE perpendicular to AE at a right angle. Then we erect

5 upon line $E\Theta$ three successive parallelograms AZ, ZI, $I\Theta$ and we draw

6 their diagonals AZ, ΛH, $I\Theta$, These diagonals also will be parallel. Let the

7 middle parallelogram ΔI <ZI> remain (stationary), and (let) us push AZ above the middle (one) and line $I\Theta$ below it, as

8 in the second figure, until A, B, Γ, Δ lie along a straight line. We join points A, B, Γ, Δ in a line,

9 and produce it until it meets line $E\Theta$ at point K. It follows that the length of [A] <K>[3] to KB,[4] because of the parallelism of

10 AZ to line BH, is as the ratio of DBH <ZK> to ZH. Therefore the ratio of A<K> to AH <KB>, the shadow (?*sic*), which is EK to K [Z],

11 and as the ratio of KZ to KH. Also, since the ratio of BK to [$K\Gamma$[5] is as the ratio of KZ to KH, and, from the parallelism of BH and $\Gamma\Theta$,]

12 as the ratio of H [K] to $K\Theta$. Therefore the ratio of BK to $K\Gamma$ [is equal to ZK to] KH [and to the ratio of KH]

13 to K [Θ. But] the ratio of Z <K> to KH is as the ratio of [EK] to [KZ. So the ratio of E] K to KZ is.

14 as the ratio of Z <K> to KH and as the ratio of HK to K [Θ]. But the ratio of EK to KZ is as the [ratio of AE]

15 to BZ. And the ratio of $\Delta B\Gamma$ <ZK> to LH <KH> is as the ratio of BZ to ΓH. And the ratio of HK to K [Θ is as the ratio of]

16 ΓH to $B\Theta$ <$\Delta\Theta$>. Thus the ratio of AE to BZ is as the ratio of BZ to ΓH and as the ratio of ΓH to $\Delta\Theta$. [Thus]

17 we have found between AE and $\Delta\Theta$ two lines proportional to them, namely BZ and ΓH. So we have proved

3. Here, and often until line 16 لح (or similar) is found in the MS instead of K – an obvious mis-transcription. In the translation only <K> appears.

4. Missing here from the text is: *because of the parallelism of AE to ZB, the ratio of AK to KB is as the ratio of EK to KZ.*

5. The reconstruction of the text omits here: *because of the parallelism of BZ to GH.* The gap in the MS is not big enough to accommodate everything in the Greek.

[MS page 154]

1 When they fell into the same dificulty, they sent over to ask the geometers who were

2 (with Plato[1]) in the land of the Academy, to find for them how this thing that was mentioned before could be done. They set themselves energetically to work,

3 and sought to find two lines between the two given lines. It is said that Archytas of

4 Tarentu<m> had discovered that, and he did it by means of a half-cylinder and that Eudoxus did it by means of the so-called

5 curved lines. As it turned out, they all gave demonstrations with proofs but none were able to make

6 the actual construction or reach the point of pratical application, except to a small extent what was done by Ṭīṭānus [b.] Menae [chm]us[2], and this (person) also

7 did what he described but with hardship and dificulty. We also thought out an easy way, using an instrument, with which we can find between

8 two given lines, not only two mean lines, but as many of them as one desires. And if this

9 device is available, [we could find a cube] equal to every given solid with parallel sides,

10 and change the figures of these [solids] from one to the other so that they become (*i.e.* remain) similar to the solids. Also

11 those solids may be increased [while retaining] their forms as they are, and do the same in the case of altars and temples.

12 By this we can [determine...] the measure of dry and wet things, as much as we want [...],

13 and the measure which is called [*m*]*aṭriṭis* – it being that in which liquids (*lit.* wet things) are measured – [to determine] the amount

14 [measured by] the vessels in which these things ... are placed. The discovery of that (finding mean proportionals) is also useful if we wish to increase

15 the power of instruments used in warfare for throwing rocks at walls to demolish them. All that

16 involves increasing all their parts proportionally over and above increasing in a single ratio their power, thickness,

17 range, the parts attached to it, and whatever stretches the springs which increase the throwing power by that amount.

1. In the Greek text παρὰ τῷ Πλάτωνι.

2. See appendix, p. 166.

IV Translation

[MS page 153]

1 In the name of God, the Merciful, the Compassionate.

2 *A treatise by Aristanes <Eratosthenes> on the construction of an instrument by which*

3 *a line is <two lines are> found between two lines.*

4 To King Ptolemy greetings from Aristanes <Eratosthenes>. One of the poets is said to have visited

5 Minos, he being occupied with the erection of a tomb for Glaucus the King, and inquired from him about the size of the tomb that he wanted

6 to construct. He told him that its total dimension is one hundred feet (each way). He (the poet) said to him: "This amount is little. It

7 is too small to be worthy of housing a King's tomb. But you should make it double this amount so that it does not depart from this

8 fair form. Hasten to make each part [of its parts] double what it is. It was thought

9 that he had made a mistake. For when the sides are doubled, the surface becomes [four] times what it was at first,

10 and the solid becomes eight times what it was. [The geometers] sought a way [to make]

11 a solid double a given solid without [changing its shape]; and they called this

12 problem the problem of the duplication of the cube, for they were doubling [a given cube. It seemed] a difficult matter.

13 The people were all puzzled for a long time. The first to conceive that if between two lines it was possible to find two mean

14 proportionals in continued proportion then it would be possible to double the given cube,

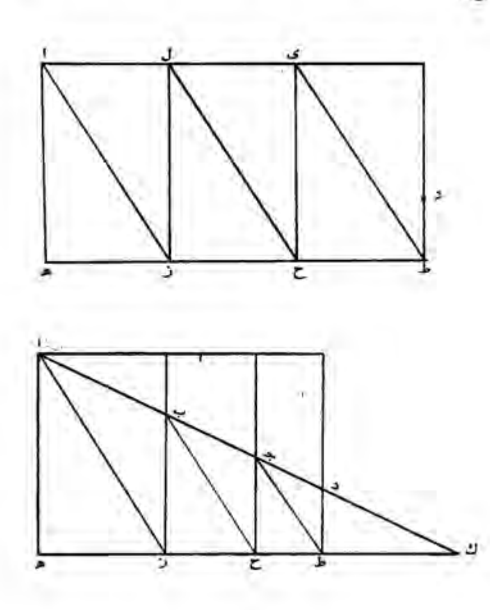
15 was Hippocrates of the island of Chios. Thus befell among the geometers, in attempting to construct two lines

16 in continued proportion between two lines, a puzzle no less (difficult) than the first puzzle. It was related that after

17 a time people of Dīlwa <Delos>, attempting in accordance with orders of the [oracle] to double one of the altars, decided to do that.

[ص ١٥٧]

فقد وجدنا بين الخطين المعلومين خطين مناسبين لهما وان لم يكن الخطان المعلومان مساويين لخطي اه ، دط فانا نجعل نسبة اه الى دط مساوية لنسبتهما ونأخذ بينهما الخطين المتوسطين لهما ثم ننقلهما اليها فنكون قد عملنا الشيء المطلوب فان نحن أردنا أن نضع منها أكثر من خطين فلنضع في الآلة الواحاً اكثر عدداً من هذه فأما البرهان فيهما جميعاً فواحد . تم الكتاب وكان في آخره شعر ومديح لبطلميوس .





Université de St. Joseph, Beirut, Arabic MS 223, p. 157.
Reproduced by kind permission of the Librarian.

[ص ١٥٦]

ذلك بسبيل السطوح الهندسية وكنا اذا أردنا أن نعمل ذلك بآلة حتى نجد الخطين المتوسطين فانا [نقيم] لبنة من خشب أو من عاج أو من شبه ولتكن فيه ألواح صغار دقاق متساوية وليكن الأوسط منها قد الصق وليكن الأثنان الباقيان يدفعان فيجريان في مجاري لها ويكون عظم تلك المجاري واقدارها على ما يحتاج اليه كل واحد منها فنقيم البرهان في ذلك أيضاً ولكي نجد الخطوط بتحقيق شديد الأستقصاء فانا نحكم صنعة الألواح حتى اذا لاقت كانت متوازية كلها ولم يكن بينها خلل ولا فرجة وتكون مما ستها بعضها لبعض باستواء فاما الآلة التي وضعناها على القائم المربع فهي من شبه وقد الصق على رأس ذلك القائم برصاص واذا صيرنا البرهان والكلام في تلك الآلة والشكل كان أوجز وقد كتبت على ذلك القائم المربع كتاباً نسخته [وذلك] ليصير عندك ما أثبت على القائم المربع وقد صورت هنالك الصورة [الثانية على القائم المربع] وبنتيجته نريد أن نبين كيف نجد بين خطين معلومين خطين [مناسبين لهما] على التوالي [وليـ]كو[نا] اه و دط ولنحرك الألواح التي في الآلة حتى تكون على [مستوى] واحد [النقط ا ، ب ، ج ، د كما نرى] بوضوح أنه قد صار ذلك على [ما في] الصورة الثانية [ونسبة اك الى كب تساوي من اه ، بز] متوازيين كنسبة هك الى كز ومن اجل ان [توازي از ، بح] أعني ايضاً ان نسبتها كنسبة زك الى كح فنسبة هك الى كز كنسبة كز [الى كح] وان النسبتين كنسبة اه الى بز ونسبة بز الى حح وكذلك نبين [أن نسبة زب الى حح] كنسبة حح الى دط فخطوط اه ، بز ، حح ، دط متناسبة

٥ – لكي : في الأصل لكن



Université de St. Joseph, Beirut. Arabic MS 223, p. 156.
Reproduced by kind permission of the Librarian.

[ص ١٥٥]

القوة في الرمي على هذا المقدار وليس يمكن ان نعمل ذلك الا بأن يوجد المتوسطان وقد صنعت تركيب هذه الآلة وبرهانها بعد الكلام [اذ]

نجعل الخطين المعلومين اللذين نريد أن نجد بينهما خطين مناسبين لهما على الولاء غير متساويين وهما اه ، دط ونجعل خط ط ه قائماً على اه على زاوية قائمة ونقيم على خط ه ط ثلاثة سطوح متوازية الأضلاع متوالية وهي از ، زي ، يط ونخرج أقطارها وهي از ، لح ، يط فتكون هذه الأقطار أيضاً متوازية وليبقى سطح دى <زى> الأوسط المتوازي الأضلاع وندفع از من فوق الأوسط وخط ي ط من تحته على ما في الصورة الثانية حتى يكون اب جد متصلا على [استواء] ونخرج من نقط ابجد خطاً وننفذه حتى يلقى خط هط على نقطة ك فيكون ادن طول [ا] بح <اك> الى كب من قبل موازاة

از لخط بح يكون كنسبة دبح <ذك> الى كح فنسبة ابح <اك> الى اح
<ك ب> الظل وهي هك الى ك [ز]

وكنسبة كز الى كح وأيضاً فان نسبة بك الى [كح كنسبة كز الى ك ح ومن موازاة ب ح ،
جط]

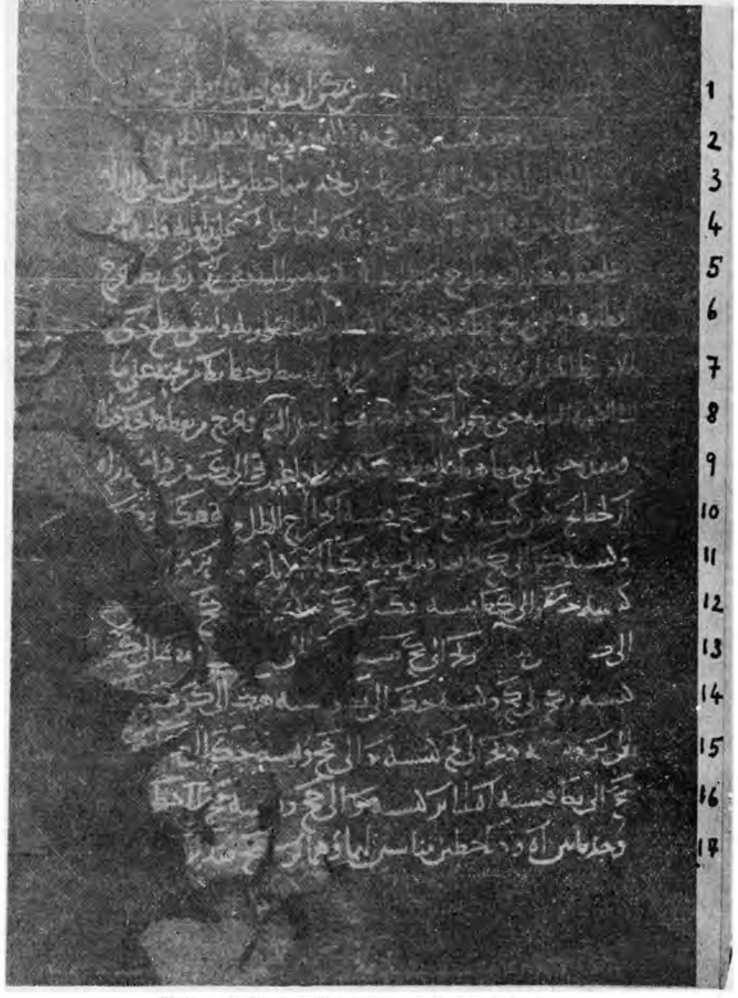
كنسبة ح [ك] الى كط فنسبة بك الى كج [مثل ز ك الى] كح [ونسبة كح]
الى ك [ط ولكـ]ن نسبة ذلح <زك> الى كح كنسبة [ه ك] الى [ك ز فنسبة ه]ك
الى كز

كنسبة زكح <ز ك> الى كح وكنسبة حك الى [كط] ونسبة هك الى كز كـ[سبة
اه]

الى بز ونسبة دلح <ز ك> الى لح <ك ح> كنسبة بز الى جح ونسبة حك الى
ك[ط كنسبة]

جح الى بط <د ط> فنسبة اه الى بز كنسبة بز الى جح وكنسبة جح الى دط[وهكذا]
وجدنا بين اه و دط خطين مناسبين لهما وهما بز و جح فقد بر[هنا]

٨ – نقط : في الأصل نقطة
١٠ ، ١٥ – زك : في الأصل د لح
١١ – ١٣ – الرموز في هذه السطور قد طمس معظمها



Université St. Joseph, Beirut, Arabic MS 223, p. 155
Reproduced by kind permission of the Librarian.

[ص ١٥٤]

ولما وقعوا في هذه الحيرة نفسها توجهوا إلى من كان من المهندسين في بلاد اكاديميا وسألوهم أن يجدوا لهم عمل هذا الشيء الذي ذكرنا فاجهدوا أنفسهم في أن يجدوا بين الخطين المعلومين خطين فيقال أن أرخوطيس الذي من أهل طارنطير أصاب ذلك وعمله بنصف أسطوانة وأن ايدكسس عمله بالخطوط التي تسمى المنعطفة فعرض أنهم كلهم كتبوا في ذلك كتباً ببراهين الا أنهما مما لايمكن أن يخرج بالفعل وأن يستعمل ما خلاً شيئاً يسيراً عمله طيطانس [بن] من[خم]س وهذا أيضاً انما عمل على ما وصفه بعسر ومشقة وقد تفكرنا نحن في عمل سهل يعمل بآلــة نجد بها بين خطين معلومين ليس خط[ين] وسطين لهما فقط لكن كل ما اراد مريد منها واذا كانت هذه الحيلة موجودة أمكننا أن [نجد مكعبا] مساوياً لكل جسم معلوم متوازي الأضلاع وأن [نغ]يّر اشكال هذه [المجسمات] من شكل الى شكل فتكون شبيهة بمجسمات وان تزاد تلك المجسمات [التي تبقى] اشكالها على حالها وكذلك في المذابح والهياكل ونقدر بذلك ان نع[رف] كيل الأشياء اليابسة والرطبة كم شئنا منها [...] والكيل الذي يسمى [م]طريتيس وهو مما يكال به الأشياء الرطبة [.......] سعة مقدار ما [........] الآنية التي تصير فيها هذه الأشياء وينتفع بمعرفة ذلك ايضاً من ان ذاك يزيد في عظم الآلات التي تستعمل في الحروب لترسل على الحيطان الحجارة فتكسرها وذلك [كله] نتاج [النسب] تزاد في جميع اجزائها زيادة على نسبة واحدة في عظمها وفي غلظها وفي المدى فيها وما يلبس به من الأجزاء وما تشد به من العقب [التي] تزيد في

٤ — طارنطير = طارنطم (Tarentum)

٢١— الحجارة : في الاصل والحجارة



Université St. Joseph, Beirut, Arabic MS 223, p. 154.
Reproduced by kind permission of the Librarian.

III The Text

[ص ١٥٣]

بسم الله الرحمن الرحيم

كلام لأرسطانس (؟) في عمل آلة يستخرج

بها خطاً < خطان > بين خطين

للملك بطلميوس من أرسطانس سلام عليك ان رجلا من الشعراء ذكر أنه دخل على مينوس وهو في عمل قبر لأغلوقس الملك فاستخبره عن قدر القبر الذي يريد أن يعمل فأخبره ان جملة قدرمساحته ماية قدم فقال له ان هذا المقدار قليل صغير لتقدير بيت قبر ملك ولكن ينبغي ان تجعله يصير ضعف هذا المقدار ولا يغادر هذا الحسن في هيئته فاسرع تصيير كل جزء من أجـ [زائه] ضعف ما هو عليه فظن أنه قد أخطأ لأن الأضلاع اذا ضعفت صار السـ[طح أربعة] أضعاف ما كان عليه أولا وصار المجسم ثمانية أضعاف ما كان عليه وقد [كان المهندسون] يطلبون وجهاً [يعملون] به مجسماً يكون ضعف مجسم معلوم من غير ان [يغيروا شكله] وكانوا يسمون هذا الباب باب اضعاف المكعب فكانوا يضعفون [مكعباً معلوما فبدت] أموراً صعبة فحار فيه القوم [جم] يعهم منذ دهر طويل وأول من فكر في انه اذا وجد خطين بين خطين مناسبين لهما حتى تتوالى النسب أمكن بذلك أن يعمل ضعف المكعب المعلوم

كان أبقراط الذي من أهل ليا الجزيرة /كان/ فوقعت بين المهندسين في عمل خطين بين خطين

تتو[ا]لى مناسبة حيرة ليست بدون الحيرة الأولى وذكروا أنه [الومي] بعد زمان [أتى] أمر فيه اهل ديلوا أن يعملوا ضعف مذبح من المذابح [قرر] وا ذلك

٢ ، ٤ – ارسطانس = (؟) ايراتسطانس (Eratosthenes)

٣ – خطان : في الأصل خطاً

١٥– كان : وقعت فوق السطر / ليا : تقرأ كيا



Université St. Joseph, Beirut, Arabic MS 228, p. 153.
Reproduced by kind permission of the Librarian,

and the rightmost slides under it. To find the two mean proportionals between the height of the rectangles (AE in figures 1 and 2) and some smaller distance ($\Delta\Theta$), the two given quantities, the two outer panels are shuffled so that the intersections thus created of the verticals and diagonals will be aligned with the upper ends of the given quantities. In figure 2, B, the intersection of the moving vertical ΛZ with the stationary diagonal ΛH, and Γ, the intersection of the stationary vertical IH with the moving diagonal $I\Theta$, must be in the same straight line as A and Δ. BZ an ΓH are then the mean proportionals. The justification depends upon similar triangles created by the parallel lines, the verticals and the diagonals.

$$\left.\begin{aligned} AK : KB &= EK : KZ \\ &= ZK : KH \end{aligned}\right) \qquad \therefore EK : KZ = ZK : KH$$

$$\left.\begin{aligned} BK : K\Gamma &= KZ : KH \\ &= HK : K\Theta \end{aligned}\right) \qquad \therefore ZK : KH = KH : K\Theta$$

$$\therefore EK : KZ = ZK : KH = HK : K\Theta$$

$$\therefore AE : BZ = BZ : \Gamma H = \Gamma H : \Delta\Theta$$

The authors wish to express their appreciation and thanks for the continued help and the constructive suggestions of the editors of the *JHAS*. Also they wish to thank Professor Ihsan Abbas for assistance with the reading of the manuscript, and the librarian of the Bibliothèque Orientale de l'Université de St. Joseph for permission to reproduce the manuscript.

II The Problem

In his commentary on Archimedes' work *On the Sphere and Cylinder* II.1, Eutocius [3] has preserved for us a precious collection of solutions of the problem of the Duplication of the Cube. This problem consisted of constructing the edge of a cube having twice the volume of a given cube. In fact, such a line cannot be constructed, except by approximation, with a straightedge and compasses alone, though the impossibility was not established until the nineteenth century. But the search for solutions to this problem influenced Greek geometry to a great extent and led to many important discoveries, notably in the field of conic sections.

The first real progress in the duplication problem was the reduction of the problem by Hippocrates (ca. 400 B.C.) to that of constructing two mean proportionals between two given line segments a and b. If we denote the two mean proportionals by x and y, then

$$a:x = x:y = y:b.$$

From these proportions we have $(a:x)^3 = (a:x)\,(x:y)\,(y:b) = a:b$. If b is chosen to be $2a$, then $x^3 = 2a^3$. Thus x is the edge of a cube having twice the volume of the cube on edge a.

Among the many solutions to this problem is that of Eratosthenes (ca. 230 BC), a younger contemporary of Archimedes. It is given in what purports to be a letter from Eratosthenes addressed to Ptolemy III (Euergetes) to whose son, Philopator, Eratosthenes was tutor [5]. In this letter, describing the solutions of this problem and the tradition regarding its origin, Eratosthenes says that a certain tragic poet had represented King Minos as wishing to erect a tomb for his son Glaucus, but, being dissatisfied with the dimensions (100 feet each way) proposed by his architect, the King exclaims: "The enclosure is too small for a royal tomb. Double it, but fail not in the cubical form". A little later, Eratosthenes says, the Delians, who were suffering under a pestilence, were ordered by the oracle to double a certain cubical altar and, being in difficulty, consulted Plato on the matter [6]. He then describes an instrument by which he himself solved the problem, giving the proof of it and adding directions for making the instrument by which the mean proportionals between two given lines can be found.

The instrument consists of three equal rectangular panels set in a pair of parallel grooves. The middle panel is stationary, the leftmost slides over it

An Arabic Version of Eratosthenes on Mean Proportionals

AMIN MUWAFI* & A. N. PHILIPPOU**

I. Introduction

In his catalogue of Arabic manuscripts at the Université St. Joseph, Beirut, L. Cheikho [1] describes MS 223 (مجموع فلكي وهندسي وميكانيكي وموسيقي) as a photographic reproduction of a precious manuscript, whose original was disintegrating, and of which he was able to save a great deal. The original was at the Library of the Greek Orthodox Three Moon School, Beirut. It was previously catalogued under No. 248, and later changed to No. 364. The manuscript consisted of 162 pages (19 cm. high, 14 cm. wide, with 17 lines in each page). It is without date, but goes back to the fifteenth century. The original is now missing, and the authors were unable to locate its whereabouts. Fortunately, Cheikho had a photographic reproduction of the manuscript, and the library of the American University of Beirut obtained a microfilm of this copy.

Cheiko describes item no. 20 of MS 223 as "Traité d'Aristanes(?) sur la construction des deux moyennes proportionnelles par la méthode de la géométrie fixe". Jensen [2] pointed out that the tract mentioned "is actually an Arabic translation of a letter concerning the construction of two mean proportionals between two given lines, purporting to be by Eratosthenes, and of which several copies are extant" [3, 4]. The name of the author occurs twice in the tract, each time in a corrupt Arabic transliteration as Aristanes.

In this article we give the Arabic text of this tract, as best we can, from a microfilm of the negative photographic prints in the library of St. Joseph's. Any missing or faded parts that could be guessed from the context or by help of the Greek text [3, 4] were inserted between square brackets, [ ]. The manuscript is reproduced in facsimile. In our transcription, corrections to the text are inserted in angle brackets, < >. These brackets have been copied into the translation, and any added words are inserted in parentheses, ( ). We have tried to make the English translation as close to the Arabic as possible, even at the expense of good English style.

The Arabic text shows some peculiarities of style and there are a few scribal errors. By and large the Arabic translation conveys the meaning of the Greek, but it is by no means word for word.

* Department of Mathematics, American University of Beirut, Beirut, Lebanon.
** Department of Mathematics, University of Patras, Patras, Greece.

الشكل القطاع للسجزي

ج . ل . برغرن

هذه رسالة من رسائل كثيرة غير مدروسة **لابي سعيد السجزي** الذي عمل في اواخر القرن الرابع للهجرة وهي رسالة في **شكل القطاع** .

نجـد هـذه الرسالة – وهي النسخـة الوحيدة – في مخطوطـة بنكيبور ٢٤٦٨ **(MS Bankipore 2468)** نشرت في حيدر آباد (راجع مصادر النص الانكليزي **4**) .

إن قصدنا من هذه المقالة هو تقديم ملخص لهذه الرسالة مع شرح يبين المقارنة بين معالجة **السجزي** لنظرية القطاع مع مثيلتها عند **بطلميوس وثابت بن قره** . إن الشكلين **(١)** و **(٢)** مأخوذان من النص العربي وإن الجيب « **Sine** » يـدل على الجيب « **sine** » في العصور الوسطى ؛ فإذا فرضنا a هي قوس دائرة نصف قطرها **R** عندها يكون :

$$\text{Sin } a = R \text{ sin } a$$

ملخص

المقدمة هي رسالة لصديق سأل عن شرح وبرهان لنظرية بطلميوس حول شكل القطاع والموجودة في كتاب المجسطي

يقول السجزي انه كان قد أرسل في طلب نسخة من كتاب ثابت بن قرة والتي تحوي هذا الموضوع . إذ أنه كان متردداً آنذاك لأن يعرض نفسه للنقد إذا ألـّف الكتاب هو بنفسه . إذ أن كثيراً من زملائه رجال المدينة يعتبرون أن الهندسة موضوع كفري ويعتقدون بأنه كفيل بقتل ممارسيه .

وعندما لم يأت الكتاب قرر كتابة هذه الرسالة وجعلها مختصرة قدر المستطاع . ثم بدأ السجزي الرسالة بالبرهان فإعتبر (الشكل ١) أن وتري الدائرة **GD** أو امتداده و (**GB** على التوالي) يقطع قطر الدائرة أو امتداده خارجياً في **E** (وداخلياً في **K** على التوالي)

عندها يكون

$$(\text{Sin } \widehat{GB} : \text{Sin } \widehat{DB} = GE : ED$$

وعلى التوالي

$$(\text{Sin } \widehat{GD} : \text{Sin } \widehat{DB} = GK : KB)$$

وهنا يقدر السجزي البرهنة على المسائل الاثنتي عشرة من هذه الرسالة وقد عرض هذه المسائل وقد لخصناها في العمود الأول من الجدول رقم (١) (والأحرف ترجع إلى الشكل رقم ٢) وسنستعرض بشكل مفصل فقط المسألتين (٥) و (٦) لأنهما نموذجيتان

المسألة رقم (٥) لتكن $\widehat{AB}$ و $\widehat{AG}$ قوسين لدائرتين كبيرتين على الكرة ولنجعل قوسين آخرين $\widehat{BE}$ و $\widehat{GD}$ يتقاطعان في Z (الشكل رقم ٢) عنـــدها يكون :

$$\text{Sin } \widehat{BD} : \text{Sin } \widehat{DA} = (\text{Sin } \widehat{BZ} : \text{Sin } \widehat{ZE}) \, (\text{Sin } \widehat{GE} : \text{Sin } \widehat{GA})$$

البرهان : إرسم مستقيمين AB و BE ومن النقطة H مركز الكرة ارسم نصفي القطرين HZ و HD وأنشيء نصف المستقيم HG ومـــدد المستقيم AE ليلاقي HG في النقطة T وارسم عندئذ BT

أصبح لدينا الآن مستويان أحدهما $\triangle ABT$ والآخر يحوي $HDZT$ وبما ان K, L, T تقع على كلا المستويين فهي تقع عـــلى امتداد خط مستقيم واحد وهكذا نحصل على الشكل المستوي القطاع المتشكل من الخطوط الأربع AB, AT, TK و BE. ومن المسألة رقم (٥) من هذه الرسالة نستنتج النسب المركبة (الكسور المضافة) الناتجـــة من الشكل المستوي القطاع وهي :

$$BK : KA = (BL : LE) \,.\, (ET : TA)$$

بواسطة الفرضية المساعدة الأولى (من الفرضيتين المساعدتين المعطاتين) بإمكاننا أن نبدل جميع هذه النسب بنسب جيبية للحصول على النتيجة المطلوبة ولإثبات المسألة رقم (٦) (انظر الجدول رقم (١) إنه يكفي أن نطبق المسألة رقم (٦) من الرسالة السابقة على نفس الشكل المستوي كما جاء في المسألة رقم (٥) ونطبق الفرضية المساعدة الأولى (من الاثنتين) لنحصل على النتيجة المطلوبة .

المسألتان اللتان لخصناهما من رسالة السجزي هما نموذجيتان من المسائل الاثنتي عشرة والتي تقع في ست ثنائيات كهذه وهي بالتحديد (١ ، ٢) و (٣ ، ٤) و (٥ ، ٦) .... و (١١ ، ١٢) حيث أن المسألة الثانية من كل ثنائية يبرهن عليها بالاعتماد على مقلوب النسب الثلاثة الحاصلة من الحالة الأولى . وفي حال كل زوج نبدأ الفرضية بالجملة « لنكرر هذا الشكل » وذلك للبرهان على المسألة الثانية من كل زوج والبرهان في هذه الحالة قصير جداً بالرغم من أنّ السجزي كان قادراً على استخدام مراحل الشكل القطّاع نفسه كما استعمله في الحالة الأولى .

ونجد في العمود الثالث من الجدول رقم (١) وصفاً لفظياً للنسبة التي يعبر عنها كنسبة مركبة (كسور مضافة) .

ونجد في العمود الثاني المستويات المتقاطعة والمنتجة للخط الرابع لكل مسألة . ورقم النظرية من (٤) في حال الإمكان لاستخدامها للحصول على النتيجة المطلوبة .

وكتب السجزي شرحاً على طريقة بطلميوس وبمقارنة ما كتبه نتبين أنه كتب ما كان قد وعد به مراسله .

ويقدم السجزي برهانه بالاعتماد على نفس الفرضيتين المساعدتين اللتين استعملهما بطلميوس .

وفي برهانه على المسألة رقم (٥) وهذه هي الحالة الوحيدة المبرهنة من قبل بطلميوس نرى ان برهان السجزي يختلف عن برهان بطلميوس ولكن بشكل ليس ذا أهمية

وأما الجديد في رسالة السجزي فهو الشرح المفصل لطريقة بطلميوس في حل كل واحدة من الاثنتي عشرة لنظرية القطاع الكروي ويبدل السجزي الأوتار التي استعملها بطلميوس بالجيوب

وفي حين كان بطلميوس كفلكي مهتما بإعطاء الفلكيين الآخرين أداة لعملهم نرى أن السجزي يعطي أهمية كبرى للمعالجة الرياضية المتقنة لكامل الموضوع ووفق طريقة موحدة (بشكل أساسي) .

ونرى عند مقارنة هذه الرسالة بعمل ثابت بن قرة ، أن ثابتاً يستعمل طريقاً يختلف

عن السجزي ويبين أن الحالة الأولى التي وصفها بطلميوس يمكن إرجاع جميع الحالات إليها وذلك بعد ان يعالج الثغرات في برهان بطلميوس (والتي قد أهملها السجزي) . وبعد هذا قد برهن ثابت على الحالة الثانية عند بطلميوس بالاعتماد على الحالة الأولى . وهكذا أكد بجزم أنه يمكن إرجاع باقي الحالات جميعها إلى الحالتين السابقتين . وان ثابتاً كان قد استعمل كبطلميوس أوتاراً وليس جيوباً وقد كان كل من ثابت والسجزي مهتماً بالتطبيقات الفلكية وقد كتب السجزي قرب نهاية رسالته أنه عازم على تأليف كتاب حول هذا الموضوع .

وفي حين أن الاثنين ثابتاً والسجزي قد اعترفا بأن كل مسألة تحتاج إلى معالجة شاملة نرى أن السجزي يعالج المسائل بواسطة منهج موحد وأن ثابتاً يرجع كل الحالات الى حالة واحدة (نموذجية) ولذلك فقد استخدم كل من هذين الباحثين هنا خطوات مستقلة لأجل تشكيل نظام رياضي في علم المثلثات .

رسالة في الشكل المتّسع (التساعي) المنتظم مجهول مؤلفها

ج. ل. برغرن

غايتنا من كتابة هذه المقالة شرح وتلخيص رسالة مجهول مؤلفها عنوانها « **الشكل المتسع** » والتي تم نشرها بين إحدى عشرة رسالة أخرى مـــن مخطوطة بنكيبور ٢٤٦٨ (MS Bankipore 2468) [٧] . (إن النص الانكليزي لهـــذا المقال والمنشور في هذا العدد من المجلة يتضمن ترجمة أمينة للنص العربي) ان هذا العمل لم يذكره بروكلمان [٤] ولا سزكين [٨] ومع ذلك فقـــد أشار إلى وجوده هرملينك Hermelink [٥] (راجع مصادر النص الانكليزي) .

ملخص « الشكل المتّسع » (انظر الشكل (١))

لنرسم القطرين AE و ZH بحيث يقسمان الدائرة ABG إلى أربعة أقسام متساوية ولنرسم الوترين AB و BG بحيث يكون AB مساوياً لنصف القطر و BG يقطع ZH في T بحيث يكون TG مساوياً لنصف القطر .

فإذا كانت D مركز هذه الدائرة عندها يكون TD مساوياً لضلع التساعي المنتظم المرسوم داخل الدائرة .

وللبرهان على ذلك يجب أن ننشىء AE و BG ونمددهما باتجاه E و G كي يتقاطعا في K ولنرسم نصفي القطرين BD و DG ونرسم GM موازياً لـ DK عندها يكون :

$$TM : MD = TG : GK$$

ولكن

$$TG = GD$$

و

$$GM \perp TD$$

فينتج أن $TM = MD$ وينتج كذلك أن $TG = GK$ ومن ثم إذا رسمنا $GL \perp DK$ عندها يكون $DL = LK$ وبمـــا أن المثلثين BDG و GDK كل منهما متساوي الساقين نستعمل نظرية موجودة في كتاب « الأصول » حول الزاوية الخارجية للمثلث

فنجد أن

$$\widehat{KBD} = 2\ \widehat{GKD}$$

وبالاعتماد على نفس النظرية نجد أيضاً أن

$$\widehat{BDA} = \widehat{KBD} + \widehat{GKD}$$

وبالتالي

$$\widehat{GKD} = \tfrac{1}{3}\ \widehat{BDA}$$

ولكن $\widehat{BDA}$ تساوي ثلثي زاوية قائمة أي $(\widehat{BDA} = \frac{2}{3} \times 90)$

فنستنتج من ذلك أن $\widehat{GKD}$ وكذلك $\widehat{GDK}$ كل منهما تساوي تسعي زاوية قائمة أي

$$[\ \widehat{GDK} = \widehat{GKD} = \tfrac{2}{9} \times 90]$$

وبما أن الزاوية المركزية المقابلة للضلع في التساعي المنتظم تساوي أربع أتساع الزاوية القائمة وبما أن GL هو نصف وتر ضعف القوس GE فنجد أن GL هو نصف ضلع التساعي المنتظم المرسوم داخل دائرة .

وبما أن

$$TD : GL = TK : GK = 2 : 1$$

فنستنتج أن TD يساوي ضلع التساعي المنتظم المرسوم داخل الدائرة وهو المطلوب

التعليق :

من وجهة نظر محتوى هذه الرسالة يمكن أن تكون قد كتبت في أي وقت من القرون الإسلامية المبكرة . فعلى سبيل المثال أعطى بنو موسى طريقة عامة في تثليث الزاوية الناشئة عن مستقيمين في منتصف القرن التاسع الميلادي في كتابهم « كتاب معرفة مساحة الأشكال » (١، ص . ٢٤) . وهذه الطريقة هنا من اجل الحصول على الزاوية (٦٠°) ومن يقرأ معالجتهم بأناة يلاحظ أن TD يساوي وتر قوس ويساوي $\frac{2}{3}$BA وهذا ما يراد قوله في — كتاب « **الشكل المتسع** » .

وبالتالي فإن الفرض من كتاب « **الشكل المتسع** » يبدو ببساطة انــه للفت النظر الى انه

عندما تطبق طريقة في التثليث معلومة جيداً على زاوية 60° يشكل مباشرة الانحراف ضلع المتسع المنتظم ذاته . إنها ملاحظة بارعة تعطي نهاية مفاجئة للإنشاء المألوف وبالتأكيد إنها رسالة قصيرة تثير الاعجاب .

« **إن الشكل المتسع** » يلي مباشرة رسالة أبي سعيد السجزي « **الشكل القطاع** »

في نفس المخطوطة وبدون حتى البسملة لتقديمه وبذا قد يكون من الممكن اعتبار أن السجزي قد كتب هذا المقال خاصة وأن اعماله في التقسيم الثلاثي للزاوية . وفي المسبع المنتظم متممة لعمله هذا

اصل كلمة اسطرلاب واختراعه حسب المصادر العربية في القرون الوسطى

ديفيد كينج

إن الآلة الفلكية المسطحة المسماة بالاسطرلاب او بالاصطرلاب آلة مـــن أصل يوناني كان اسمها مستخرج من كلمة يونانية . وفي عدة رسائل عربية تعالج الاسطرلاب نجد اشتقاقات لاسم الآلة وآراء فيمن اخترعها وقد بحث المؤلف جميع الرسائل العربية في الاسطرلاب، المعروفة له وقد جمع ما كتبه الفلكيون في القرون الوسطى في هذا الموضوع .

وصف مخطوطة الظاهرية (دمشق)
رقم ٤٨٧١

جميل رجب و ا. س. كندي

لقيت المخطوطة التي وصفناها بكامل حجمها في مقالتنا (بالإنكليزية) إهتماماً كبيراً منذ أن أدرجت محتوياتها في ثلاث نشرات عربية . فقد تم نشر إثنتين وعشرين مقالة من أصل ثلاث وأربعين المتبقية ؛ ومن ناحية ثانية إن نصف الثلاث وأربعين مقالة أو أكثر مواضيعها علمية وكان هذا مجهولاً حتى زمن قريب لصالح المادة الفلسفية . لعله جدير بالإهتمام إلقاء نظرة شاملة على عمل أنجز الى هذا الحد وتبيان محتواه وتحديد أهمية وحجم تلكم المقالات التي لم تنشر بعد وإعطاء صورة وصفية لتاريخ كامل المخطوطة في القرن السابع ، والتأمل في دوافع ذلك الشخص المجهول الذي إنتخب هذه الأعمال الخاصة لنسخها .

إن ثمة فكرة عامة عن تصنيف مواضيع الكتاب يمكن تكوينها بالرجوع إلى القائمة المبينة أدناه حيث تعطي لكل مقالة من الثلاث وأربعين مقالة أو جزءها المتبقي ضمن المجموعة في ترتيبها الحالي العنوان أو الموضوع واسم المؤلف والطول التقريبي ، وتشير النجمة (*) إلى المقالات التي سبق نشرها :

الرقم	العنوان أو الموضوع	المؤلف	الطول بالصفحة	النشر
١	الصحف (علم الأخلاق)	مجهول	١٢	*
٢	آراء فلسفية	ايتيوس	٢٤	*
٣	سبعة أبواب ... في صفات النفس	غرغوريوس ثوماتورغس	٣	*
٤	كتاب الفوز	مسكويه	٢٨	*
٥	في طبيعة الإنسان	نيميسيوس الحمصي	٤٨	
٦	شرح ميتافيزيقا ارسطوطالس	ثامسطيوس	٢	*
٧	حول فيزياء ارسطو	ابن عدي	$٣\frac{١}{٢}$	*
٨	مسائل في علم الهيئة	المروزي	٦	

الرقم	العنوان أو الموضوع	المؤلف	الطول بالصفحة	النشر
٩	مسائل في علم النجوم	القبيصي	١٢	
١٠	كرة تدور بذاتها	الخازني	٣	٠
١١	مسائل نجومية	الخيام	٢ ١/٢	
١٢	صنعة الآلة الزمرية	ابلونيوس	١/٢	
١٣	عمل آلة لقياس الكواكب الثابتة	مجهول	١	
١٤	آلة رصدية	مجهول	١+	
١٥	عمل الصندوق للساعات	مجهول	٣	
١٦	مقالة في الأبعاد والأجرام	الصغاني	٣	
١٧	الثقل النوعي للخلائط المعدنية	محمود بن أبي القاسم	١ ١/٢	٠
١٨	مسألتان هندسيتان	مجهول	١/٢	
١٩	رسالة في الآلات المحرقة	العلاء بن سهل	٢ ١/٢	
٢٠	مساحة المثلث	ابو الوفاء البوزجاني	١ ١/٢	٠
٢١	في سمت القبلة	نصر بن عبد الله	١	
٢٢	برهان على أن الفلك ليس هو في غاية الصفاء	العلاء بن سهل	١	
٢٣	أقوال مأثورة	عدة مؤلفين	١	
٢٤	الأدب الصغير	ابن المقفع	١	
٢٥	تاريخ يعتمد على النجوم	الرازي	١	
٢٦	كتاب التجريد (هندسة)	النسوي	٤٢	
٢٧	مبادىء الكون	اسكندر الأفروديسي	١١	٠
٢٨	شيء متحرك	اسكندر الأفروديسي	١+	٠
٢٩	الصور والأجناس	اسكندر الأفروديسي	١/٢	٠

الرقم	العنوان أو الموضوع	المـؤلف	الطول بالصفحة	النشر
٣٠	اللذة والحزن	اسكندر الأفروديسي	١/٢	*
٣١	القدرات والحوافز	اسكندر الأفروديسي	١/٢	*
٣٢	التكاثر والعدم	اسكندر الأفروديسي	١	*
٣٣	في تمام الحركة وكمالها	اسكندر الأفروديسي	١/٢	*
٣٤	في الصور الروحانية ... هيولى لها	برقلس	١/٢	*
٣٥	الفعل والحركة	اسكندر الأفروديسي	١	*
٣٦	التفريق بين الاجناس	اسكندر الأفروديسي	٨	*
٣٧	حول إختصار مقسيموس للقياس المنطقي	ثامسطيوس	٨	*
٣٨	اسئلة ابن سوار		١ ١/٢	
٣٩	في المدخل إلى علم المنطق	النسوي	٨	
٤٠	تعاريف المنطق الأرسطوطالي	ابن بهريز	٧	
٤١	براهين على خلود الكون	برقلس	٣	*
٤٢	مسائل في الأشياء الطبيعية	برقلس	٢	*
٤٣	كتاب في الأمور الإلهية	الأسفزاري	٢٠	

جميع هذه الأعمال هي من علوم الأوائل في العلوم البحتة والتكنولوجيا : رياضيات ، علم الفلك ، علم النجوم ، الآلات ، العدسات ، الميكانيك — وكلها ليست ذات أهمية جوهرية برغم أن بعضها مثير للإهتمام ، البعض الآخر تمهيدي (في الهندسة والمنطق) .

يبدو وكأن المجموعة جُمعت لاجل شخص أوْلى كل إهتمامه بالدرجة الأولى للفلسفة الإنسانية لكنه رغب كذلك في إظهار نمط مـــن الإطلاع والمعرفة إزاء المادة العلمية شبيه بالمعرفة الحقيقية . ولعل ظهور اسميّ فقيهين على صفحة الغلاف يدعم على الأقل هذه الفكرة .

تتألف المخطوطة في الوقت الحاضر من ١٤٦ ورقة قياس ١٧ × ٢٦ سم صيانتها رديئة ، ممزقة حوافيها وفيها بعض الثقوب . عدد اسطر الصفحة عموماً ٣٩ / ٤١ سطراً يتجاوز أحياناً ٤٦ سطراً . يوحي الخط بأنه كتب بيد مقيدة لكنه نسخي مقروء . كثيراً من النقط أهملت ، الكلمات غير مشكلة والهوامش ضيقة .

نعتقد أن من الأرجح نسب كامل المخطوطة الى ناسخ واحد مجهول أقام في بغداد ، ومن تواريخ مختلفة وردت في المخطوطة نتبين ان نسخ المخطوطة كلها تم على مدى ثمان سنوات على الأقل بدأت في حوالي ٥٥٠ هجرية ومحتمل أن يكون الناسخ هو المالك الأصلي ، بإطلاعه خلال فترة من الزمن على هذه الأعمال رغب في إقتناءها لنفسه . من الورقة ٣٦ آ تظهر بوضوح صفحة العنوان الأصلية فنعرف أن المجموعة كانت تضم أصلاً ثمانين عملاً ضاع ما يقارب نصفها وما بقي أعيد تجليده دون ترتيب .

نُقلت المخطوطة من بغداد الى استانبول ومــن ثم إلى دمشق فالهند فمشهد في خراسان ثم عادت أخيراً إلى دمشق .

قدمنا في مقالتنا وصفاً لكل مقالة على إنفراد . ويتعلق طول كل مقالة بما إذا سبق ونُشر النص اولا وبتقديرنا للمضمون . وفي بعض الأحيان قدمنا فهارس المحتويات .

المشاركون في العدد

ادوارد س. كندي : أستاذ متقاعد في الجامعة الأميركية في بيروت . ركز اهتمامه حول العلوم الدقيقة في القرون الوسطى .

أمين موافي : استاذ الرياضيات في الجامعة الأميركية في بيروت يهتم الآن بمجال تاريخ العلوم الرياضية بعد أن اقتصرت اهتماماته السابقة على نظرية العدد .

اندرياس ن. فلبو : خبير أحصائي ترك مؤخراً الجامعة الأميركية في بيروت ليشغل منصبه الجديد في جامعة باتراس / اليونان .

بول كونيتش : أستاذ في معهد اللغات السامية بجامعة ميونيخ . ألف عدة كتب عن الفلك وعلم الهيئة عند العرب في القرون الوسطى . اختصاصه الرئيسي في أسماء النجوم ومصطلحاتها .

جميل رجب : يعد أطروحة للدكتوراة في تاريخ العلوم في جامعة هارفرد موضوعها « تذكرة » نصير الدين الطوسي .

جون ل. برغرن : أستاذ الرياضيات بجامعة سيمون فريزر في كولومبيا البريطانية / كندا . يؤلف كتاباً شارف على الإنتهاء عنوانه "Episodes from the History of Medieval Arabic Mathematics." (أحداث من تاريخ الرياضيات العربية في القرون الوسطى) يعتمد فيه على محاضراته التي ألقاها في جامعة شالمرز في غوتبورغ / السويد .

جون نورث : أستاذ تاريخ الفلسفة في جامعة جرونجن . مؤلفاته غزيرة معظمها في تاريخ العلوم في القرون الوسطى والحديثة وأشهرها كتاب « ريتشارد وليتغفورد » في ثلاثة أجزاء .

ديفيد كينج : أستاذ مساعد في جامعة نيويورك . يدرس فيها اللغة العربية وتاريخ العلوم . يسعى حالياً الى إتمام كتابه .The World about the Kaᶜba وهو دراسة نظرية وعملية في سمت القبلة تعتمد على النصوص والتخطيط المعماري عند العرب في القرون الوسطى .

ريجيس موراون : راهب دومينيكاني يحقق بالتعاون مع الدكتور رشدي راشد جميع أعمال ثابت بن قرة .

رشدي راشد : مدير أبحاث في معهد تاريخ العلوم في المركز الوطني للبحوث العلمية – جامعة باريس . تضم مؤلفاته دراسات في تاريخ الجبر والهندسة .

ريتشارد لورتش : التحق مؤخراً بمعهد التراث العلمي العربي ليجمع فيه بين البحث وتدريس طلاب الدبلوم وتحرير مجلة المعهد .

صالح عمر : أخصائي في علم البصريات في القرون الوسطى . عاد مؤخراً الى الولايات المتحدة بعد أن أمضى في معهد التراث العلمي العربي عاماً في التدريس والبحث .

مانفرد أولمان : مؤرخ بارز في تاريخ « الطب في القرون الوسطى » ومحرر « قاموس اللغة العربية الفصحى » الرسمي .

ملاحظات لمن يرغب الكتابة في المجلة

١ – تقديم نسختين من كل بحث أو مقال إلى معهد التراث العلمي العربي . طبع النص على الآلة الكاتبة مع ترك فراغ مزدوج بين الأسطر وهوامش كبيرة لأنه يمكن أن تجرى بعض التصحيحات على النص ، ومن أجل توجيه تعليمات إلى عمال المطبعة . والرجاء ارسال ملخص يتراوح بين ٣٠٠ – ٧٠٠ كلمة باللغة الانكليزية إذا كان ذلك ممكنا وإلا باللغة العربية .

٢ – طبع الحواشي المتعلقة بتصنيف المؤلفات بشكل منفصل وتبعا للارقام المشار إليها في النص . مع ترك فراغ مزدوج أيضاً ، وكتابة الحاشية بالتفصيل ودون أدنى اختصار .

أ – بالنسبة للكتب يجب أن تحتوي الحاشية على اسم المؤلف والعنوان الكامل للكتاب والناشر والمكان والتاريخ ورقم الجزء وأرقام الصفحات التي تم الاقتباس منها .

ب– أما بالنسبة للمجلات فيجب ذكر اسم المؤلف وعنوان المقالة بين أقواس صغيرة واسم المجلة ورقم المجلد والسنة والصفحات المقتبس منها .

ج– أما إذا أشير إلى الكتاب أو المجلة مرة ثانية بعد الاقتباس الأول فيجب ذكر اسم المؤلف واختصار لعنوان الكتاب أو عنوان المقالة بالاضافة إلى أرقام الصفحات .

أمثلـــــة :

أ – المطهر بن طاهر المقدسي ، كتاب البدء والتاريخ ، نشر كلمان هوار . باريس ١٩٠٣ ، ج ٣ ، ص ١١ .

ب– عادل انبوبا ، « قضية هندسية ومهندسون في القرن الرابع الهجري ، تسبيع الدائرة » ، مجلة تاريخ العلوم العربية . مجلد ١ ، ١٩٧٧ ص ٧٣ .

ج– المقدسي ، كتاب البدء والتاريخ ، ص ١١١ .
انبوبـــــا ، « قضية هندسية » ، ص ٧٤ .

إعـــــلان

طلب مدرسين لمعهد التراث العلمي العربي
في جامعة حلب ـ حلب ـ سورية
للعام الدراسي ١٩٨٣/٨٢

يعلن معهد التراث العلمي العربي بجامعة حلب عن حاجته لمدرسين لتدريس المواد التالية :

١ ـ تاريخ الحضارة .

٢ ـ المنهج التاريخي والمراجع والمخطوطات .

٣ ـ تاريخ العلوم الأساسية .

٤ ـ تاريخ العلوم الطبية .

٥ ـ تاريخ العلوم التطبيقية .

٦ ـ العلم والمجتمع .

ويشترط في المتقدم ما يلي :

ـ حصوله على شهادة دكتوراه

ـ وله خبرة سابقة في تدريس تاريخ العلوم وله دراسات وأبحاث منشورة في مجال تاريخ العلوم العربية أيضاً .

يفضل من يستطيع التدريس باللغة العربية .

ـ يحدد الراتب على أساس سنوات الخبرة والمرتبة التي حصل اليها المتقدم .

ولمزيد من المعلومات ولتقديم الأوراق الثبوتية يرجى الكتابة إلى العنوان التالي :

الدكتور خالـــد ماغـــوط
مدير معهد التراث العلمي العربي
جامعة حلب ـ حلب
الجمهورية العربية السورية

To Contributors of Articles for Publication in the *Journal for the History of Arabic Science*

1. Submit the manuscript in duplicate to the Institute for the History of Arabic Science. The text should be typewritten, double-spaced, allowing ample margins for possible corrections and instructions to the printer. In matters of paragraph-indentation and the indication of footnotes, please follow the style used in this journal.

2. Please include a summary – if possible in Arabic, but otherwise in the language of the paper – about a third of the original in length.

3. Bibliographical footnotes should be typed separately according to numbers inserted in the text. They should be double-spaced as well, and they should contain an unabbreviated complete citation. For books this includes author, full title (underlined), place, publisher, date, and page-numbers. For journals give author, number, year, and page-numbers.

Examples :

O. Neugebauer, *A History of Mathematical Astronomy* (New York: Springer, 1976), p. 123.

Sevim Tekeli, "Takiyüddin'in Sidret ül-Müntehâ'sına aletler bahsi", *Belleten* 25 (1961), 213-238.

After the first quotation, if the reference is repeated, then the author's name and the abbreviation *op. cit.* may be used. Alternatively, the books and articles cited may be collected into a bibliography at the end of the article, according to the above format, so that reference may be made to them in the footnotes by author or short title.

4. In the transliteration of words written in the Arabic alphabet the following system is recommended:

' , b , t , th , j , ḥ , kh , d , dh , r , z , s , sh ,
ء ب ت ث ج ح خ د ذ ر ز س ش
ṣ , ḍ , ṭ , ẓ , ʿ , gh , f , q , k , l , m , n , h , w , y .
ص ض ط ظ ع غ ف ق ك ل م ن ه و ي

Hamza at the beginning of a word is omitted in transcription. The *lām* of the Arabic article before sun-letters is not assimilated (thus *al-shams* and not *ash-shams*).

For short vowels, *a* is used for *fatḥa*, *i* for *kasra*, and *u* for *ḍamma*. For long vowels diacritical marks are drawn over the letters: *ā*, *ī*, *ū*. The diphthong *aw* is used for 'وْ' and *ay* for 'يْ'. Long vowels before *hamzat al-wasl* are printed long (thus "abū'l-Qāsim" and not "abu'l-Qāsim").

NOTES ON CONTRIBUTORS

A professor of mathematics at Simon Fraser University, British Columbia, **J. L. Berggren** is completing a book to be entitled "Episodes from the History of Medieval Arabic Mathematics". It is based upon a course of lectures given at Chalmers University, Göteborg, Sweden.

E. S. Kennedy is an emeritus professor at the American University of Beirut. His professional interests center upon the exact sciences in medieval Islam.

David A. King is associate professor of Arabic and the history of science at New York University. He is currently completing a book entitled *The World about the Ka'ba*, a study of the theory and practice of *qibla* determinations based on medieval texts and architectural alignments.

Paul Kunitzsch is a professor at the Institut für Semitistik in Munich University. He has published several books on astronomy in the medieval Arabic world. His principal specialism is the nomenclature of the stars.

At the Institute for the History of Arabic Science, **Richard Lorch** combines teaching graduate students with research and with editing this journal.

A member of the Dominican Order, **Régis Morelon** is collaborating with Roshdi Rashed is preparing editions of the scientific works of Thābit b. Qurra.

Amin Muwafi, professor of mathematics at the American University of Beirut, is a recent convert to our subject. His previous contributions have been in the field of number theory.

John North is professor of the history of philosophy in the University of Groningen. He has published extensively on the history of both medieval and modern science, his best-known book being the three-volume *Richard of Wallingford.*

A specialist in medieval optics, **Saleh Omar** has recently returned to the United States after a year of teaching and research at the Institute for the History of Arabic Science.

Andreas N. Philippou, a statistician, has recently left the American University of Beirut to take up a post at the University of Patras, Greece.

Jamil Ragep is completing the requirements for a doctorate in the history of science at Harvard University. His dissertation includes an edition of Naṣīr al-Dīn al-Ṭūsī's *Tadhkira.*

Roshdi Rashed is director of reserach at the C. N. R. S. Institute for the History of Science, University of Paris. His publications include studies in the history of algebra and geometry.

Eminent historian of Islamic medicine, **Manfred Ullmann** is also editor of the authoritative *Wörterbuch der klassischen arabischen Sprache.*

gebraucht den Ausdruck *qawsu l-ghaymi*, und der andalusische Dichter Ibn Bulayṭa, bei Ibn Ẓāfir, op. cit., p. 47 ult. sagt:

ولاح في الجو قوس الجو مكتسيا من كل لون بأذناب الطواويس

Der Sprachgebrauch ist also nicht einheitlich, aber die Tendenz ist ganz deutlich: Der alte, verpönte Ausdruck *qawsu quzaḥa* wird in späterer Zeit durch neutrale Verbindungen wie *qawsu l-ghamāmi* und dergleichen verdrängt. Wenn im *Sirr al-khalīqa* nun *qawsu l-ghamāmi* steht, so weist dies gerade n i c h t auf ein hohes Alter des Textes. In ähnlicher Weise mußte man viele Wortuntersuchungen machen, aber der Aufwand ist lohnend, und man kann so am ehesten festen Grund unter die Füße bekommen.

Zum Schluß seien noch einige Berichtigungen und Ergänzungen mitgeteilt: p. XXI: Ibn Nubāta's Buch trägt den Titel *Sarḥ al-ᶜuyūn*, nicht *Sharḥ al-ᶜuyūn*. Zu Seite 50 Anm. 21: Das Zitat bei Ibn al-Mubarak, *K. al-Munqidh min al-halaka*, Ms. Chester Beatty 3795, fol. 80 a 1-15 lautet:

قال ماجيوس القس في كتابه الذي وضعه في صفه ترياق الحيوانات المسومة : إنه يعرض لمن سقى شيئاً من العظاية المدبرة أعراض كثيرة مختلفة لكثرة اختلاف أنواع هذا الحيوان وكذلك يعرض لمن سقى شيئاً من الحرذون فإن الأعراض الحادثة عنهما شيء واحد ؛ قال إنه يعرض لمن سقى شيئاً من هذه الحيوانات ورم في رأس بطنه وانتفاخ ثم يصعد إلى الصدر ويتصل إلى الرقبة والوجه وبعد ذلك يرم الشفتان وينعقد اللسان ويمتنع من الكلام ويلحقه استرخاء في الأعضاء مع رعشة ورعدة ويعتريه عند الحركة ويخدر بعد ذلك بدنه وعلاج ذلك المبادرة إلى القيء بأشياء قوية مثل جوز القيء أو بزر الفجل وبزر السرمق أو يشرب الماء الحار مع السمن العتيق ويتقيأ بذلك عدة مرار ولا يمل من القيء فإذا علم أنه قد نقى أعطى من الترياق الفاروق وزن درهم بخمر قوى صرف وزن أربعة أواق أو يعطى من لحم ابن عرس المملح مدقوق وزن أوقية مع مرقه إسفيدباج فإن عدم ابن عرس فليعمل له إسفيدباجه من لحم هر أسود برى فإن عدم فأهلى ويأكل منه فإنه برؤه وترياقه إن شاء الله وجميع الترياقات نافعة منه بإذن الله .

p. 79 nr. 2.3.14: Statt "Das Sein" (*al-kawn*) lies "Der das Sein Verursachende" (*al-mukawwin*). p. 180 Anm. 47 lies *dabūr* "Westwind" und *qabūl* "Ostwind". p. 187 Anm. 84 u. 85: Zur Bezeichnung des Planeten Merkur als "Sekretär" (*kātib*) vgl. *Wörterbuch der klassischen arabischen Sprache*, vol. I, p. 543 b 44 ff. p. 190: Die Cherubim, die hier in der aramäischen Form *karūbā* (*kr$\bar{o}$bā*) angeführt sind, heißen arabisch sonst *al-karūbiyyūn*, s. WKAS I 115 b 9 ff.; 556 a 43 ff.; II 52 b 23 ff.; 43 ff. p. 196: Statt *istidāᶜ* lies *irtidāᶜ*. p. 209: Statt *ṣamit* lies *ṣakhib* "laut tönend, prasselnd". p. 226: Statt *zaᶜāra* lies *zaᶜāqa* "bitterer, salziger, ungenießbarer Geschmack des Wassers". p 226 nr. 16: Statt *ṭīb* lise *ṭayyib*. p. 32: Daß Balīnās den *Muṣḥaf al-qamar* ins Arabische übersetzt habe, steht nicht im Text. Zu lesen ist dort: *thumma nuqila ilā l-ᶜarabiyyi*. p. 190 Anm. 103: Statt *karūbin* lies *karūbiyyūn*. p. 150 nr. 28.5: Statt "Baumwolle" lies "Flachs".

MANFRED ULLMANN

Universität Tübingen

Ibn ar-Rūmī (ed. H. Naṣṣār, Cairo 1974), vol. II, nr. 377,46):

يغشى الوغى فترى قوسا ونابلها إذ لا تزال ترى قوسا ولا قزحا

Al-ᶜAlawī al-Kūfī, bei Ibn abī ᶜAwn, *K. at-Tashbīhāt* (London 1950), p. 258,5 = Thaᶜālibī, *Thimār al-qulūb* (Cairo 1965), p. 24 ult.:

فشبهت سرعة أيامهم بسرعة قوس تسمى قزح

Da *Quzaḥ* nun aber der Name einer vorislamischen Gottheit war und in islamischer Zeit als einer der Namen des Teufels galt, sollte nach einer Tradition, die teils auf den Propheten Muḥammad, teils auf Ibn ᶜAbbās zurückgeführt wird, statt *qaws Quzaḥ* der Ausdruck *qaws Allāh* gebraucht werden, s. Jāḥiẓ, *Ḥayawān* I, 167,3 / 341,9; Marzūqī, *K. al-Azmina* (ed. Hyderabad 1332), vol. II, p. 109,1 f.; Yāqūt, *Muᶜjam al-buldān* (ed. Wustenfeldt), vol. IV, p. 85,19 / (Beirut 1955), p. 341 a 26 ff.; Ibn Manẓūr, *Surūr*, p. 265, § 788; I. Goldziher, *Abhandlungen zur arabischen Philologie* (Leiden 1896), vol. I, p. 113. Diese Sprachregelung ist befolgt in einem Vers des ᶜAbd al-Muḥsin aṣ-Ṣūrī, bei Nuwayrī, *Nihāya*, vol. I, p. 94 ult.:

سار وقوس الله تاج له ركضا من الشرق إلى الغرب

und in einem anonymen Vers bei Ibn Manẓūr, *Surūr*, p. 265 paen.:

ولاح قوس الله من تلقائها في أفق الشمس يروق من نظر

Als Ersatz für *qawsu quzaha* werden in späterer Zeit nun aber auch andere Ausdrücke gebraucht, z.B. *qawsu l-ghamāmi*: Vgl. Abū l-Faraj al-Wa'wā' (ed. S. Dahan, Damascus 1950), nr. 156,1 = Nuwayri, *Nihāya*, vol. I, p. 94,3 = Ibn Ẓāfir, op. cit., p. 47, –4 = Ibn Manẓūr, *Surūr*, p. 266,8:

سقيا ليوم بدا قوس الغمام به والشمس مسفرة والبرق خلاس

mit der Variante أحسن بيوم ترى قوس السماء به

bei Thaᶜālibī, *Thimār al-qulūb* (Cairo 1965), p. 25,7.

Saᶜīd b. Ḥamīd al-Qayrawānī, bei Nuwayrī, *Nihâya*, vol. I, p. 94,6;:

أما ترى القوس في الغمام وقد نمق فيه الهواء نوارا

Qawsu l-ghamāmi kommt sodann in einem Vers vor, der in den verschiedenen Quellen bald dem Ibn ar-Rūmī, bald dem Sayf ad-Dawla al-Ḥamdānī, bald dem Astrologen Abū Ṣaqr al-Qabīṣī zugeschrieben ist. Er lautet bei Ibn Rashīq, *K. al-ᶜUmda* (Cairo 1955), vol. II, p. 237,8 = Ibn Ẓāfir, op. cit., p. 47,8:

يطرزها قوس الغمام بأصفر على أحمر في أخضر وسط مبيض

Die Variante *qawsu s-saḥābi* haben Ibn ash-Shajarī, *Ḥamāsa* (Hyderabad 1345), p. 231,2 / (Damascus 1970), nr. 722,2 = ᶜAbbāsī, *Maᶜāhid al-tanṣīṣ* vol. I, p. 109,7 = Thaᶜālibī, *Yatīma* (Damascus 1304), vol. I, p. 20,3 = Thaᶜālibī, *Thimār*, p. 25,14 = Nuwayrī, *Nihāya*, vol. I, p. 94,16 = Ibn Khallikān, *Wafayāt al-aᶜyān* (Cairo 1310), vol. 1, p. 365,7. Die Variante *qawsu s-samā'i* steht Ibn ar-Rūmī, *Dīwān* (ed. Ḥ. Naṣṣār), vol. IV, nr. 1082,4 = *K. al-Jumāna* (ed. Ḥasan Ḥusnī ᶜAbd al-Wahhāb, Cairo 1953), p. 23,3 = ash-Sharīshī, *Sharḥ Maqāmāt al-Ḥarīrī* (Būlāq 1284), vol. I, p. 13,19 = Ibn Manẓūr, *Surūr*, p. 266,5. Ibn Durayd, *K. al-Malāḥin* (ed. Jazā'irī, Cairo 1347), p. 37 ult. f.

kutub), vol. VII, p. 233,9; abū Tammām (ed. ᶜAzzām) nr. 79,24; al-Buḥturī (ed. Ṣairafī) nr. 555,27; 560,3 etc. Genauso ist das sehr häufige *an-nakbā'u* "von der Seite wehender Wind" nie mit einer bestimmten Richtung assoziiert. Man kann sich also des Eindruckes nicht erwehren, daß der Verfasser des *Sirr al-khalīqa* von einer zwölfstrichigen Windrose nur eben gehört hat und daß er sie willkürlich mit Namen, die er aus den verschiedensten Quellen kannte, bestückt hat. Das Ganze scheint Schwindel zu sein. Zieht man diese Fiktionen und Mystifikationen in Betracht, so wird offenkundig, daß das *Sirr al-khalīqa* etwas von der "hermetischen" Art hat, die auch das Ibn-Wahshiyya-Schrifttum bestimmt.

Eine wichtige Methode für die Datierung des Werkes wird die Untersuchung seines Sprachgebrauches sein. Daß man dabei sehr behutsam vorgehen muß, sei an dem Beispiel des Ausdruckes für den "Regenbogen" erläutert. Im *Sirr al-khalīqa* steht *qawsu l-ghamāmi* (nicht *al-ghimāmi*, wie Frau Weisser p. 196 schreibt). Der in der Übersetzungsliteratur gewöhnlich verwendete Begriff lautet dagegen *qawsu quzaḥa*, vgl. z.B.: Aristoteles, *K. al-Āthār al-ᶜulwiyya* (ed. Badawī, Cairo 1961), p. 79,6 / (ed. Petraitis, Beirut 1967), p. 89,10 ff.; Ḥunayn b. Isḥāq, *Jawāmiᶜ al-Āthār* (ed. Daiber, Amsterdam 1975), lin. 281; Galen, *K. al-Tashrīḥ al-kabīr* (ed. Simon, Leipzig 1906), p. 36 ult.; Dioscurides, *K. al-Ḥashā'ish* (ed. Dubler, Barcelona 1952-57), p. 11,20; Yūḥannā b. Māsawayh, *K. al-Jawāhir* (ed. Ra'ūf, Cairo 1976), p. 47,5; ᶜAlī b. Rabban aṭ-Ṭabarī, *Firdaws al-ḥikma* (ed. Ṣiddīqī, Berlin 1928), p. 27,9; Pseudo-Plutarch, *K. al-Ārā' aṭ-ṭabīᶜiyya* (ed. Daiber, Wiesbaden 1980), p. 41,19 ff. Es wäre jedoch falsch, zu folgern, daß *qawsu l-ghamāmi* ein Indiz für den angeblich altertümlichen Sprachcharakter des *Sirr* sei. Denn *qawsu quzaḥa* ist der altarabische Ausdruck, vgl. die folgenden Verse: Al-Ḥakam b. ᶜAbdal al-Asadī (gest. ca. 100/718), in *Ḥamāsat abī Tammām* (ed. Freytag), p. 778 v. 1/ (ed. Cairo 1358), vol. IV, p. 295,1/ (Marzūqī) nr. 801,3:

فكأنّما نظروا إلى قمر أو حيث علّق قوسه قزح

ᶜAbd Allāh b. Hammām as-Salūlī (gest. ca. 96/715), bei Abū Ḥayyān al-Tawḥīdī, *k. al-Baṣā'ir* (ed. Kaylānī), vol. II, p. 639,9 f.:

أقرب الأشياء من أخلاقه كلّ لون لوّنت قوس قزح

Dīwān Jarīr (ed. Numān Ṭāhā, Cairo 1969), nr. 251,3:

كأنّ بظر أمه قوس قزح

Der Ausdruck kommt natürlich auch bei jüngeren Dichtern vor, z.B.: as-Sarī ar-Raffā', bei al-ᶜAbbāsī, *Maᶜāhid al-tanṣiṣ* (Cairo 1947), vol. II, p. 208,16 = Ibn Ẓāfir, *Gharā'ib at-tanbīhāt* (Cairo 1971), p. 48,2 = Ibn Manẓūr, *Surūr an-nafs* (ed. I. ᶜAbbās, Beirut 1980), p. 266,13:

والجوّ في ممسك طرازه قوس قزح

Ẓāhir ad-Dīn al-Ḥarīrī, bei Nuwayrī, *Nihāya*, vol. I, p. 94,12:

وقد بات من قزح قوسه بعيدا وتحسبه يقرب

azyabu, 12. (Name ist nicht genannt). Diese Nomenklatur hat in der zeitgenössischen Literatur keine Parallele. Bei Ḥunayn b. Isḥāq, *Jawāmi*ᶜ *al-āthār* (ed. Daiber, Amsterdam 1975), p. 47, lauten dieselben Winde folgendermaßen: 1. *ash-shamālu*, 2. *nakbā'u sh-shamāli*, 3. *nakbā'u ṣ-ṣabā*, 4. *aṣ-ṣabā*, 5. *nakbā'u ṣ-ṣabā*, 6. *nakbā'u l-janūbi*, 7. *al-janūbu*, 8. *nakbā'u l-janūbi*, 9. *nakbā'u d-dabūri*, 10. *ad-dabūru*, 11. *nakbā'u d-dabūri*, 12. *nakbā'u sh-shamāli*. Dieselben Bezeichnungen sind in den *Rasā'il Ikhwān aṣ-ṣafā'* (Beirut 1957), vol. II, p. 71, 15 ff., verwendet. Qusṭūs, *K. al-Filāḥa al-yūnāniyya* (Kairo 1876), p. 10,26 ff., unterscheidet 12 Winde, nennt die vier Hauptwinde mit ihren griechischen und arabischen Namen, die Nebenwinde sind dagegen nur mit den griechischen Bezeichnungen angeführt. Ibn Rushd, *K. al-Āthār al-*ᶜ*ulwiyya* (Hyderabad 1365), p. 34,1 ff., kennt die 12 Windrichtungen des Aristoteles, nennt aber auch nur die vier Hauptwinde bei Namen (Außerdem kennt er nach Alexander von Aphrodisias die elf Windrichtungen). Eine weitere Nomenklatur findet sich bei Olympiodoros, *Tafsīr li-Kitāb al-Āthār al-*ᶜ*ulwiyya* (ed. A. Badawī. Beirut 1971), p. 125 f., bei al-Majūsī, *al-Kitāb al-Malakī* (Būlāq 1294), vol. I, p. 163, 18 ff. und bei Fakhr al-Dīn ar-Rāzī, *K. al-Mabāḥith al-mashriqiyya* (Hyderabad 1343), vol. II, p. 196, 3 ff. Dort lauten die Namen: 1. *ash-shamālu*, 2. *an-nis*ᶜ*u* bzw. *al-minsa*ᶜ*u*, 3. *al-mis*ᶜ*u*, 4. *aṣ-ṣabā*, 5. *an-nu*ᶜ*āmā* 6. *al-azyabu*, 7. *al-janūbu*, 8. *al-harbiyūnu* (?) bzw. *al-ḥurjūju*, 9. *al-hayru* bzw. *al-hayfu*, 10. *ad-dabūru*, 11. *al-jirbiyā'u*, 12. *al-maḥwatu*. Die Lokalisierung der von Olympiodor, al-Majūsī und Fakhr al-Dīn gebrauchten Windnamen stimmt mit der allgemeinen lexikographischen Tradition überein, vgl. Ibn Khālawayh, *k. ar-Rīḥ* (ed. Kratschkovsky, Islamica 1926); al-Marzūqī, *K. al-Azmina* (Hyderabad 1332), vol. II, pp. 74 ff.; al-Bīrūnī, *k. al - Āthār al-bāqiya* (ed. Sachau, Leipzig 1878), p. 340; Th. Nöldeke, *Neue Beiträge zur semitischen Sprachwissenschaft* (Strassburg 1910), p. 62 f. Während *al-azyabu* generell den Süd- oder Südostwind bezeichnet, ist es im *Sirr al-khalīqa* der Nordwestwind! *Dājinun* und *ṣārūfun* sind wohl kaum aramäische Lehnwörter, sondern eher aramaisierende Phantasiegebilde. Daß *al-*ᶜ*aqīmu* "der unfruchtbare Wind", belegt im Koran, Sure 51 (*adh-dhāriyāt*), 41 und bei Kuthayyir (ed. I.ᶜAbbās, Beirut 1971), p. 150 *v.* 2, überhaupt auf eine bestimmte Richtung festgelegt ist, ist reine Willkür, und ebenso verhält es sich mit *ar-rīḥ al-mayyitatu* "der tote Wind". Noch deutlicher wird das willkürliche Vorgehen des Verfassers bei dem Worte *ḥarjafun*, das in der Poesie sehr häufig ist und "heftiger, böiger Wind" bedeutet, aber nie auf eine Richtung festgelegt ist. Vgl. die folgenden Stellen: Ṭarafa (ed. Ahlwardt) 9,1; abū Dhū'ayb 10,9; al-Mutanakhkhil 3,5; Umayya b. abī ṣ-Ṣalt (ed. Hadīthī Baghdad 1975), nr. 116; al-Farazdaq, in *Naqā'id* nr. 61 v. 45; Dhū r-Rumma (ed. abū Ṣāliḥ) 66,3; 67,4; ᶜAmr b. Sha's (ed. Jubūrī, Najaf 1976), 4,19; 8,7; al-Quṭāmī (ed. Barth) 24,21; 32,1; al-Kumayt b. Zayd, *Hāshimiyyāt* (ed. Horovitz) 3, 105; as-Sayyid al-Ḥimyarī (ed. Shukr, Beirut 1966), nr. 59,3 = *Aghānī* (Dār al-

den sei. Diese Annahme kann sich jedoch auf kein einziges sicheres Datum stützen. Die älteste Handschrift ist im Jahre 584 A.H./1188 A.D. geschrieben. Al-Ya^cqūbī bringt in seinem *Ta'rikh* (ed. Houtsma, Leiden 1883), vol. I, p. 134 paen. f., einen kurzen Abschnitt, in welchem er Apollonios von Tyana und Apollonios von Perge kontaminiert hat. Daß er Apollonios den Beinamen *al-yatīm* "die Waise" gibt, ist ein Indiz dafür, daß er das *Sirr al-khalīqa* gekannt hat, denn dort nennt Apollonios sich selbst "eine mittellose Waise" (*yatīmun lā shay'a lī*). Somit wäre die Abfassungszeit des Geschichtswerkes des Ya^cqūbī, also ungefähr das Jahr 267 A. H./881 A. D., das älteste Datum für die Existenz des *Sirr*. Dieses Indiz ist jedoch noch kein Beweis. Daß im *Corpus Gabirianum* Anspielungen auf das *Sirr* und einige kurze Zitate aus ihm enthalten sind, bedeutet nur, daß das *Sirr* in der zweiten Hälfte des 9. und der ersten Hälfte des 10. Jahrhunderts bekannt war. Es ist ein arger Mißgriff, daß Frau Weisser, die sonst nüchtern und kritisch ist, in diesem Punkt eine hoffnungslos antiquierte These nachbetet und "eine Datierung der Übersetzung (des *Sirr*) in die traditionelle Lebenszeit Jābir's, also um 750-800", für möglich hält (p. 54). Ich persönlich glaube, daß das *Sirr* im 9. Jahrhundert in arabischer Sprache verfaßt worden ist und daß es k e i n griechisches Original dafür gegeben hat. Wäre es tatsächlich ein alter Text, so wäre zu erwarten, daß er von Autoren wie al-Kindī, ^cAlī b. Rabban aṭ-Ṭabarī, an-Naẓẓām oder al-Jāḥiẓ benutzt und zitiert worden wäre, Autoren, denen ja noch nicht sehr viele naturphilosophische Informationen zur Verfügung standen.

Im Text kommt eine Anzahl merkwürdiger Namen von Gewährs-männern vor, zum Beispiel: Kālūs, Bīghūjāsiyūs, ^cĀyir, Arthiyās, Aylūs, Arsīlijānis, Munīs, Ṭīsūs, Ṭalūqūs und Platon der Kopte. Frau Weisser nimmt an, daß hinter diesen Namensformen tatsachlich griechische Autoren stecken, die nur noch nicht zu identifizieren seien (p. 162). Aber meiner Meinung nach sind diese Namen fiktiv. Es sind Mystifikationen, durch die der arabische Autor seinem Werk den Anschein eines großeren Alters und einer höheren Autorität zu geben versucht hat. Solche Fiktionen kommen auch in anderen Schriften dieses Genres vor, zum Beispiel im *Muṣḥaf al-qamar* (s. mein Buch "Natur-und Geheimwissenschaften", Leiden 1972, p. 380) und im *K. Muhaj al-muhaj* (s. meinen Katalog der Chester-Beatty Handschriften, Teil I, Wiesbaden 1974, pp. 139 ff.).

Daß der Verfasser vor Fälschungen nicht zurückgeschreckt ist, sei an dem Beispiel der Namen der Winde erläutert (arabischer Text p. 136 f. Kommentar p. 180 f.): Sie sind im Text zum Teil verderbt, können aber mit Hilfe des *K. Ṣifat Jazīrat al-^cArab* von al-Hamdānī (ed. D.H. Müller, Leiden 1884), p. 154, 20 ff., emendiert werden (al-Hamdānī hat hier das *Sirr al-khalīqa* ausgeschrieben). Danach lauten sie in der Uhrzeigerrichtung: 1. *ash-shamālu*, 2. 2. *al-^caqīmu*, 3. *al-ḥarjafu*, 4. *al-qabūlu*, 5. *al-mayyitatu* (= pers. *bādh-i khoshk*), 6. *an-nakbā'u*, 7. *al-janūbu*, 8. *aṣ-ṣārūfu*, 9. *ad-dājinu*, 10. *ad-dabūru*, 11. *al-*

Book Review

Ursula Weisser, *Das "Buch über das Geheimnis der Schöpfung" von Pseudo-Apollonios von Tyana* (Ars Medica. Texte und Untersuchungen zur Quellenkunde der Alten Medizin, III. Abteilung: Arabische Medizin, Band 2), Walter de Gruyter, Berlin-New York 1980, 258 Seiten.

Der arabische Text des *Kitāb Sirr al-khalīqa* ist 1979 von Ursula Weisser in Aleppo ediert worden (s. meine Resension in dieser Zeitschrift, vol. 4, pp. 90-94). Mit dem hier anzuzeigenden Buch hat die Herausgeberin wenig später eine umfassende Studie über das Werk veröffentlicht, die im wesentlichen aus drei Teilen besteht: Im ersten Teil ist Apollonios von Tyana als historische Persönlichkeit und als Gestalt der Legendenbildung der nachfolgenden Jahrhunderte dargestellt. Unter anderem ist pp. 28 ff. ein Inventar der arabisch erhaltenen Pseudepigrapha, die unter dem Namen des Balīnās kursieren, gegeben. Es handelt sich um acht Werke: 1. *K. Sirr al-khalīqa*, 2. *K. aṭ-Ṭalāsim al-akbar*, 3. *Muṣḥaf al-qamar*, 4. *Ris. fī Ta'thīr ar-rūḥāniyyāt*, 5. *K. al-Mudkhal al-kabīr*, 6. *K. al-Aṣnām as-sab'a*, 7. *K. Inkishāf as-sirr al-maktūm*, und 8. *K. al-Khawāṣṣ*. Frau Weisser hat gut daran getan, die *Geoponika*, die Maria Concepción Vazquez de Benito 1974 in Madrid-Barcelona (leider unzureichend) veröffentlicht hat, nicht in diese Liste aufzunehmen. Denn dieses Werk stammt, wie die syrische und die armenische Version zeigen, von Vindanios Anatolios aus Berytos, nicht von Balīnās, wie F. Sezgin, *Geschichte des Arabischen Schrifttums*, vol. IV, pp. 315 ff., vol. V, pp. 427 f. und vol. VII, pp. 318 f. und 399, hartnäckig behauptet (Die siebzehn Überschriften, die Sezgin mitteilt, sind nur die Kapitelüberschriften der ersten Maqāla dieser *Geoponika*.)

Der zweite Teil (pp. 73-153) enthält eine summarische Inhaltsangabe des *Sirr*. Eine integrale Übersetzung zu liefern schien der Verfasserin wegen der Schwierigkeiten des arabischen Textes nicht angezeigt zu sein (p. 2). Ein fortlaufender Kommentar bildet den dritten Teil (pp. 154-232). Hier sind Begriffe erklärt, Quellen nachgewiesen, Parallelen beigebracht und Verweise auf Sekundärliteratur gegeben. Die Verfasserin bemuht sich, die mannigfachen Unstimmigkeiten und Widersprüche des Werkes aufzuzeigen, die ihren Grund in der eklektischen Arbeitsweise des Autors haben. Das *Sirr al-khalīqa* wird als eine "unselbständige Kompilation, in welcher das Material der Vorlagen nicht zu einem widerspruchsfreien System verschmolzen ist", charakterisiert (p. 40). Insgesamt kann man der Verfasserin Belesenheit, vielseitige Kenntnisse und ein kritisches Urteil bescheinigen. Allerdings sind wir von einer Lösung der vielen Probleme, die das *Sirr* aufwirft, noch weit entfernt.

Eines dieser Probleme ist die Herkunft und Datierung des Werkes. Frau Weisser ist der Meinung, daß ein griechischer Autor anzunehmen sei (p. 52 f.) und daß das Werk noch im 8. Jahrhundert A. D. ins Arabische übersetzt wor-

Bibligoraphy

Abū'l-Wafā' al-Būzajānī, *Risāla ilā Abī ʿAlī b. al-Sakr fī iqāmat al-burhān ʿalā'l-dā'ir min al-falak min qaws al-nahār wa'rtifā' min al-waqt*, (Hyderabad: Osmania Publications Bureau, 1948).

P. H. van Cittert, *Astrolabes. A critical description of the astrolabes, noctilabes and quadrants in the care of the Utrecht University Museum*, (Leiden: E. J. Brill, 1954).

Joseph Drecker, *Theorie der Sonnenuhren*. Band I, Lieferung E of *Die Geschichte der Zeitmessung und der Uhren*, edited by Ernst von Bassermann-Jordan (Berlin & Leipzig: Vereinigung wissenschaftlicher Verleger, 1925).

Goldstein. *Ibn al-Muthannā's Commentary on the Astronomical Tables of al-Khwārizmi*, Two Hebrew versions, edited and translated, with an astronomical commentary, by Bernard R. Goldstein.

Robert T. Gunther, *The Astrolabes of the World* (London: The Holland Press, 1976). Reprint of first edition (Paris, 1947).

Kathleen Higgins, "The Development of the Sundial between A. D. 1400 and 1800", unpublished thesis for the degree of B.Sc., Oxford. (Copy in the Museum of the History of Science, Oxford.)

David A. King, *Studies in Astronomical Timekeeping in Medieval Islam* (forthcoming). *Part I: Survey of Medieval Islamic Tables for Reckoning Time by the Sun and Stars*.

Paul Kunitzsch, "On the authenticity of the treatise on the composition and use of the astrolabe ascribed to Messahalla", *Archives internationales d'histoire des sciences*, 31 (1981), 42-62.

Francis Maddison & Anthony Turner, "Catalogue of an exhibition 'Science & Technology in Islam' held at the Science Museum, London, April-August 1976, in association with the Festival of Islam", as yet unpublished.

Henri Michel, *Traité de l'astrolabe*, 2nd edition (Paris: Libraire Alain Brieux, 1976).

J. Millás Vallicrosa, "La introduccion del cuadrante con cursor en Europa", *Isis* 17 (1932), 218-258).

Nadi Nadir, "Abū al-Wafā' on the Solar Altitude", *The Mathematics Teacher*, 3 (1960), 460-463.

Orontii Finei Delphinatis De Solaribus Horologiis et Quadrantibus Libri IIII (Paris: 1531).

Emmanuel Poulle, "Les instruments astronomiques du Moyen Age", *Le Ruban Rouge*, 32 (Mars 1967), 18-29, reprinted as Museum of the History of Science, Oxford, Selected Off-print no. 7.

Robertus Anglicus. Paul Tannery, "Le traité du quadrant de Maitre Robert Anglès (Montpellier, XIII^e siècle). Texte latin et ancienne traduction grecque", *Notices et Extraits des Manuscrits de la Bibliothèque Nationale et autres bibliothèques*, 35 (1897) 561-640.

Peter Schmalzl, *Zur Geschichte des Quadranten bei den Arabern* (München: 1929).

J. J. Sédillot, *Traité des Instruments Astronomiques des Arabes* (Paris: 1834).

ʿAbd al-Raḥmān al-Ṣūfī, *Kitāb al-ʿAmal bi'l-asṭurlāb* (Hyderabad: Osmania Oriental Publications, 1948).

J. Würschmidt, "Die Bestimmung der krummen Stunden der Deklination und der Gebetszeiten mittels des Astrolabs", *Mitteilungen zur Geschichte der Medizin und Naturwissenschaften*, 18 (1919), 183-190.

recension of Ḥabash's *zīj* (3rd-4th/8-9th century), though both authors gave the correct formula as well.[19] Further, the formula (or equivalent) was used by later Muslim authors and underlies several tables to find the time from the height of the Sun or vice versa. It also occurs in a Byzantine treatise on astronomy. Finally, al-Marrākushî cites it in his treatise on instruments.[20] The formula may be derived from a proof by Abū'l-Wafā' (late 4/10th century) of a formula for the time in terms of solar altitude[21] that Ḥabsah had stated and had probably obtained from Brahmagupta[22] (7 th century AD). For we find in this proof (see fig. 4), in which $GZTD$ is the day-circle, TM and ZS are perpendiculars from T (the Sun's position) and Z (the Sun's position at noon) to the horizon-plane GDA, that[23]

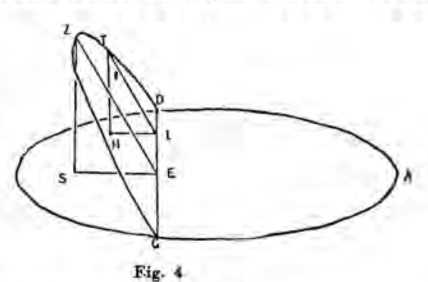


Fig. 4

$$TM : TL = SZ : ZE.$$

Now $TM : SZ = \sin h : \sin H$ and, if only we take $GZTD$ as a semicircle (which, of course, in general it is not), $TL : ZE = \cos t$. Actually, Abū'l-Wafā' does not make this approximation (or mistake), but goes on the prove Ḥabash's correct formula. But the diagram, which in some form must surely have been drawn or thought of to find the correct formula in the first place, is suggestive. That formula (1), or its equivalent in geometrical terms, could have been derived from a mistake is shown by Würschmidt's "derivation"[24] of it by an error similar to that suggested above. Of course, the formula, which is correct for the equinoxes, may have been simply assumed for other times.[25]

In sum, it is suggested here that the horary quadrant was the result of an adaptation – one of great geometrical ingenuity – of an instrumental solution of formula (1), which is an approximation of the true formula. How the formula was arrived at and who invented the instrument remain unknown to us.

19. King, section, 2.5, especially note 21. For al-Khwārizmī, King cites the Hebrew translation of Ibn al-Muthannā's commentary on the *Zīj* (Goldstein, pp. 81-83, 207-208).

20. King, sections 2.5, 4.3 and 4.3.2. On al-Marrākushī, see Sédillot, p. 39.

21. Abū'l-Wafā', first part.

22. Nadir, pp. 460, 462. Al-Khwārizmī (see note 19 above) uses the value 150, common in Indian astronomy, for the radius underlying his treatiment of sines.

23. Abū'l-Wafā', p. 4.

24. Würschmidt, pp. 185-186.

25. This is hinted at by Würschmidt, p. 185, and Cittert, p. 45.

sin δ for the day when the declination is δ – deviate little from those given by formula (1). The errors for the 8 a.m. / 4 p.m. line are the greatest, but even along the summer tropic, where the error is the highest for all hour lines, its deviation is only about 1°49′, equivalent to an error of a little over 8¾ minutes in non-seasonal time.[15] Since the other errors of the instrument – including those of reading the position of the bead and estimating the time when the bead falls between two hour lines – must often exceed a degree or two, such an error would have been acceptable and might even have passed unnoticed. For a contruction of this kind, however, one needs to assume that the bead is set at a distance of $AC \sin H$ from the apex A – a condition hard to justify *a priori*.

Easily the most likely origin of the horary quadrant lies in a development of the instrument called by Millás[16] *quadrans vetustissimus*. Instead of curved lines this instrument has a large number of parallel lines perpendicular to the side carrying the sight and reaching from them to the circular arc. The *quadrans vetustissimus* is clearly related to the horary quadrant, since is has a cursor, a thread, and a bead, which is again set at a distance $AC \sin H$ from A (see fig. 3) – albeit by means of the parallel lines – and it works on formula (1). The bead M'' is put against the line KL corresponding to h (see fig. 3); and, since $AL = AC \sin h$ and $AM'' = AC \sin H$, angle CAM'' will measure t according for formula (1) and can be read off on the scale.[17] Since the horary quadrant, with its hour-lines, is easier to use, but is a less obvious embodiment of the formula, we must suppose that it was a development of the *quadrans vetustissimus* and not *vice versa*. Whether the *quadrans vetustissimus* was a specialisation of the sine-quadrant[18] or the sine-quadrant a generalization of the *quadrans vetustissimus* is a matter for speculation. It can be noticed here that the sine-quadrant was usually supplied with at least one semicircle having a side of the quadrant as diameter.

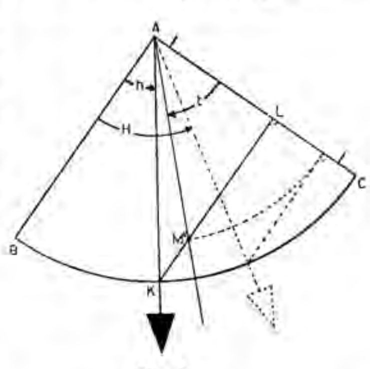


Fig. 3

The equivalent of formula (1) is to be found both in al-Khwārizmī's *zīj* (early 3rd/9thcentury) and, in a calculation of the duration of twilight, in a

15. Drecker, p. 86, gives 10, 13, 12, 9, 5 minutes for an instrument for latitude 48°.

16. Millás, p. 235.

17. For four Latin descriptions of the operation of the instrument, see Millás, pp. 225-226, 227, 239, 239-240. There were other graphical solutions of formula (1) – see, e. g., Sédillot, p. 26.

18. For this instrument see Schmalzl, p. 62 et seq.

find the centre.[12] In 1531 Orontius gave al-Marrākushī's method, which he probably found in his medieval sources.[13]

The lines on the quadrant yield graphical solutions of the formula

$$\sin h = \cos t \sin H \tag{1}$$

where t (in degrees) is fifteen times the number of seasonal hours before or after noon and is measured by angle CAF (the quadrant is actually graduated directly in hours after sunrise); h is the corresponding solar altitude and is measured by angle BAM; and H is the solar altitude at noon on the same day, measured by angle BAM' ($AM = AM'$). Formula (1) is easily shown to correspond to the hour-lines, since $AM/AF = AM'/AC = \sin H$, and angles M and F being right in semicircle AFY.

$$AM : AF = \sin A\hat{Y}M : \sin A\hat{Y}F = \sin h : \sin t$$

If the instrument were used continously from sunrise to noon, or from noon to sunset, on a day when the solar declination is δ, the bead would trace out the on quadrant an arc of a circle of centre A and radius $AC \sin H = AC \cos (\varphi - \delta)$, where φ is the local latitude. But the quadrant seems not to be directly related to instruments, like the astrolabe, that directly imitate the motion of the Sun about the pole. The quadrant's scale serves not only to measure the time, but also the solar altitudes. The front of the astrolabe which certainly has curved seasonal hour-lines approximated by circular arcs, measures altitudes quite differently. Besides, the radius of a parallel-circle on the astrolabe corresponding to declination δ is $R \cos \delta / (1 + \sin \delta)$, where R is the radius of the circle representing the equator; and if, as is usual, the projection is from the South pole, these parallel-circles are in inverse order to those found on the quadrant, where the smallest circular arc traced out by the bead corresponds to the winter tropic. Furthermore, the hour-lines on the quadrant cannot be projections of the circles of equal azimuth on the celestial sphere, since the hour-lines meet at only one point (A in figs. 1 and 2).

It is conceivable that the curves were formed by joining the appropriate positions of the bead found empirically or by calculation. Such procedures were indeed used by instrument-makers.[14] In fact the hour-lines so plotted for latitude 36° – on the understanding that the length of AM is set at AC

12. Robertus Anglicus, pp. 599-600: „... et alius pes [of the compasses] extendatur ... et queratur punctus in linea AC ... donec pes existens in puncto A fiat mobilis et transeat per puncta A H directe". A and C are as in our diagram; H is our F.

13. Orontius, f. 188v, book II, prop. VIII.

14. Michel, pp. 79-81; Higgins, pp. 109-114.

in Arabic describing the instrument.[4] Seasonal-hour diagrams of the same type were inscribed on the backs of astrolabes at least as early as the 4th/10th century, when ʿAbd al-Raḥmān al-Ṣūfī described them,[5] and examples survive from the 7th/13th century.[6] The Latin treatise on the astrolabe attributed to "Messahala" mentions the lines, but this text has recently been shown to be a western compilation of elements of uncertain date, though the latter part of the treatise (on the use of the astrolabe) appears to be based on astrolabe treatises from the school of Ibn al-Ṣāffar.[7] In the Museum of the History of Science in Oxford there is a splendid western example of an astrolabe carrying these lines – not, as usual, in one or both of the top two quadrants, but occupying the entire back of the instrument.[8] Seasonal hour-lines on the backs of astrolabes appear to have been relatively popular in the medieval West,[9] and only went out of fashion in the mid-seventeenth century.[10]

The hour lines are drawn by dividing the arc BC into six equal parts at points D, E, F, G, H, and joining each of these points to A with a circle whose centre lies on AC (or AC produced). Al-Marrākushī, of the 7th/13th century found the centre of the circle AF (to take an example; see figs. 1 and 2) as the intersection of AC and the perpendicular bisector of the straight line AF.[11] at about the same time Robertus Anglicus described a trial-and-error method to

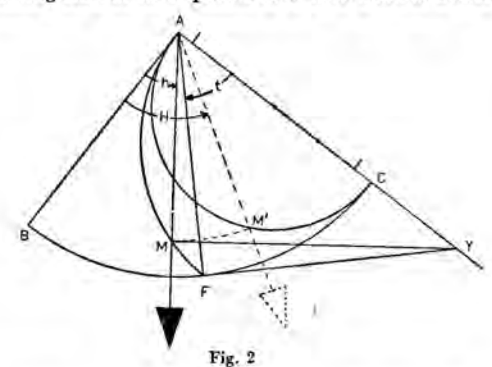


Fig. 2

4. Prof. David King informs me that he is preparing for publication a ninth-century Abbasid Iraqi treatise on the horary quadrant with and withour cursor, found in a manuscript in Istanbul. The treatise casts no light on the earlier history of either instrument, and the author makes no claim to have invented either.

5. Al-Ṣūfī, chapter 174, p. 161.

6. E. g. the astrolabe of Sultan Abū'l-Faṭh Mūsā. See Gunther, plate LIV (between pp. 234 and 235).

7. Kunitzsch, especially pp. 45-46 and 56. The treatises on the astrolabe by John Philoponus and Severus Sebokht (see Gunther, pp. 61-81 and 82-103, for English translations) do not contain a desription of these lines.

8. The instrument belongs to Oriel college and dates, perhaps, form 1450. The horary-quadrant lines appear on a *spherical* instrument in the National Museum in Damascus..

9. See previous note by Professor North.

10. Higgins, pp. 109-114. See Cittert, plates XVIII and XXI and p. 35 for late examples.

11. MS Bodleian Hunt. 201 (Uri I, 902), ff. 69v-70r.

A Note on the Horary Quadrant

Richard Lorch*

THE HORARY QUADRANT WAS OF THE FORM indicated in fig. 1. It is the purpose of this note to enquire about its origin. To tell the time, the instrument was placed in the same vertical plane as the Sun, the sights x and y were aligned with the Sun, and it was observed between (or on) which of the curved hour-lines AC, AD, AE, AF, AG, AH – which severally represent 6, 5, 4, 3, 2, 1 seasonal hours after sunrise or before sunset-the bead M was found. The straight line AB served as the zero hour-line. The seasonal hours thus measured (approximately) were each one twelfth of the time of daylight. To set the bead at the right position for the day, it could be put against the noon-line, the curved line AC, either when the Sun was sighted at noon or when the angle between the thread and AC was made equal to the sum or difference (as appropriate) of the local latitude and the Sun's declinaton for the day. In the latter case the addition or subtraction could be made with tables and calculation[1] or by means of a cursor that slides round BC.[2] We are here not concerned with the cursor, nor with extraneous lines on the quadrant, but only with the hour-lines.

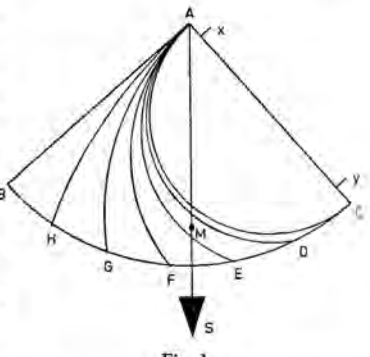


Fig. 1

Examples of the horary quadrant, of Near Eastern provenance, survive from the 4-5/10-11th centuries[3], and there are 3rd-4th/9-10th century treatises

* Institute for the History of Arabic Science, Aleppo University.

It is a pleasure to thank Professor David A. King, of New York University, for reading though this note, making several pertinent criticisms and supplying much information from his unpublished work (see particularly notes 4, 19 and 20). My thanks, too,, go too Professor E. S. Kennedy for his patient advice and help.

1. See Robertus Anglicus, p. 617. Here and elsewhere references are to the bibliography.

2. *Ibid*, p. 615-616. For a photograph of a horary quadrant with cursor, see Poulle, p. 19. Diagrams of such instruments are given by Schmalzl, p. 127 (for Alphonso X's quadrant) and by Tannery in Robertus Anglicus, p. 564.

3. Maddison & Turner, p. 151 (items 70 and 71 in the catalogue). The dates are estimated.

Three European instruments, and two eastern, have concentrics, one of each set having been counted previously for its graduated alidade. The concentrics are at best for the divisions between zodiacal signs. In one European case, the concentrics are drawn as though for all solar altitudes between 0° and 90°. The concentrics on both eastern astrolabes are quite useless, being for the wrong latitude (see below). In only one case out of 41 has the maker given any indication that his unequal-hour lines are – as the graduations stand – of value at specific latitudes. (I say latitudes rather than latitude, since in one of his quadrants the graduations are for latitude 52°, and in the other for latitude 49°.)

Thus out of our 41 instruments, only six are at first sight of any value whatsoever as horary instruments, and of these, only one is earlier in date than the sixteenth century. This solitary medieval exception is a Fusoris-type instrument, IC 192, and on closer inspection it appears that the graduations on its alidade are worthless. The others, with their IC numbers where appropriate, are: IC 165 (Flemish?, 1558); acc. no. 73-11/2 (Italian, 1558); IC 274 (German, *c* 1580); IC 211 (French, 1595); IC 276 (German, 1609 + pasteboard); IC 19 Persian, AD 1641); acc. no. 57-84/164 (Indo-Persian, AD 1666/7).

In summary: out of 132 astrolabes examined, 41 instruments have the unequal-hour lines, and yet only four could have been used in at best a rough and ready way to find unaided the unequal hour. At a season well removed from equinox or solstice, only one of these (57-84/7, with its scale of mid-day altitudes) could have given the time with an accuracy approaching that of the main astrolabe, without the curious technique of using the astrolabe as an auxiliary instrument. Not a single medieval instrument has survived in a form which would suggest that the unequal-hour lines were used meaningfully. But finally, we note the possibility of our using the graduations associated with the unequal hour lines (either the graduations on the alidade, or the concentrics) as a means of deducing the geographical latitude for which the astrolabe (*if properly constructed*) was intended.

Thus on IC 19, the best eastern example, the six o'olock line intersects the concentric for the summer solstice at a point P for approximate altitude (shown on the rim, when the alidade passes through P) 57°. Subtracting 23½°, the approximate geographical colatitude emerges as 33½°, making the latitude 56½°, a nonsensical result. (The four plates now with the instrument range from latitude 21°40' to latitude 37°. The instrument was made for a man in Mashhad, where the geographical latitude is 36° 21'). As a European example: on the instrument IC 211, made for Paris (48° marked) or Lille (51° marked), the horary quadrants (one of equal hours) prove to be of value at geographical latitude 50°, a very reasonable figure.

Astrolabes and the Hour-Line Ritual

J. D. North*

IT SEEMS TO BE COMMONLY BELIEVED that a standard part of the engraving of the back of an astolabe is a set of hour-lines forming, as it were, a double horary quadrant. Although I have made no systematic study of the extant astrolabes of the world, I have examined 132 astrolabes in the Museum of the History of Science in Oxford for unequal-hour lines in the form of circular arcs, with rather surprising results.

Out of a total of 57 European astrolabes from before the year 1800, 25 have these unequal-hour lines, whereas only 16 of a total of 75 eastern astrolabes have them. Of the 25 European astrolabes, 15 have the lines symmetrically arranged as between the two upper quadrants, whereas only two of the eastern 16 have the lines in two quadrants. More significant is the empty ritual in accordance with which the lines are included on almost all of these 41 astrolabes. At best, the lines can give the (unequal) hour with an accuracy only about half as great as that given by the conventional astrolabe itself. At worst, the lines are carelessly drawn, unnumbered, very small indeed, and – worst of all – not associated with an auxiliary scale of solar positions.

This auxiliary scale may be included in at least three different ways:

1. Through graduation of the alidade.
2. Through concentric arcs, crossing the unequal-hour lines, marking as many solar positions during the course of a year as possible.
3. Through a scale of solar positions (mid-day altitudes) on the rim of the astrolabe.

The third possibility is never found on the Oxford astrolabes, although one might have imagined that the idea would have occurred to at least one astrolabist in history, for it is the alternative found on the 'old' quadrant–with–cursor. (On that instrument the date scale is movable, as it should be if the observer's geographical latitude is to be taken into account.)

Graduation of the alidade is found on only three of the European instruments, and on only two of the eastern – in both cases ignoring graduations with a separate purpose. Out of 41 instruments, the alidades of 5 are lost, and of three or four are possibly modern. Even so, it appears that, at best, about one in six of the 41 instruments is likely to have left the workshop with a graduated alidade.

* Filosofisch Inst. der Rikjsuniversiteit, Westersingel 19, 9718 CA Groningen, The Netherlands.

Mathematics and Astronomy in the Works of scholars of the Medieval Orient, ed. by S. Kh. Sirazhdinov, Taskhent: Fan, 1977), 144pp. Contains seven articles.

Mathematics in the Medieval Orient, ed. by S. Kh. Sirazhdinov, (Tashkent: Fan, 1978), 193 pp. Contains ten articles.

From the History of Science in the Epoch of Ulugbek, ed. by S. Kh. Sirazhdinov, (Tashkent Fan, 1979) , 199 pp. Contains thirteen articles on a wide range of subjects.

Izvestiya, Academy of Sciences of the Tadzhik SSR, Division of Biological Sciences, 1980, No.3, 116 pp. Fifteen articles about Ibn Sīnā, to whom the volume is dedicated.

Izvestiya, Academy of Sciences of the Tadzhik SSR, Division of Physico-mathematical, Chemical, and Geological Sciences, 1980, No.3 (77), 104 pp. Dedicated to Ibn Sīnā, the volume has ten articles about his work, concluding with a list of his writings in the natural sciences.

NOTES AND COMMENTS

Recent Soviet Publications in the History of Arabic Science

The information below has been supplied by the directors of the Institute for the History of Natural Science and Technology of the Academy of Sciences of the USSR (103012, Moscow, Staropanskii per. 1/5) and the Institute of Oriental Studies of the Uzbek Academy of Sciences (700000, Tashkent, Prospekt M. Gor'kogo, 81). All the publications are in Russian. There are also many publications in Uzbek and Tajek, but they are not listed below.

Selected Works of Ibn Sina, Vol. 1. Russian translation by A. M. Bogoutdinova, M. Dinorshoeva, et al. (Dushanbe: Irfon, 1980), 420 pp.

Yu. N. Zavadovskii, *Abu Ali ibn Sina. Life and Work* (Dushanbe: Irfon, 1980), 302 pp.

M. M. Voltaev, *Abu Ali ibn Sina - Great Thinker, Scholar, Encyclopedist of the Medieval Orient* (Tashkent: Fan, 1980), 164 pp.

Abu Ali ibn Sina. To 1000 *Years Since the Day of Birth*, ed. by M. B. Baratov, P. G. Bulgakov, and U. E. Karimov, (Tashkent: Fan, 1980), 248 pp. Fifteen studies of various aspects of Ibn Sīnā's work, including medicine, mathematics, astronomy, and music.

N. G. Berozashvili, *The "Tahrir Uklidis* (Euclid)" *of Nasir ad-Din at-Tusi, and the Lexico-grammatiaal Peculiarities of this Monument*, a dissertation for the degree of candidate in philology ,(Tbilisi, 1980).

A. T. Grigor'yan and M. M. Rozhanskaya, *Mechanics and Astronomy in the Medieval Orient* (Moscow: Nayka, 1980), 200 pp.

G. P. Matvievskaya and Kh. Tllashev, *Mathematical and Astronomical Manuscripts of Middle Asian Scholars of the X-XVII*th Centuries (Tashkent: Fan, 1981) , 147 pp.

Nauchnoe Nasledstvo (The Scientific Heritage), vol. 6. *From the Physico-mathematical Sciences of the Medieval Orient*, ed. by G. P. Matvievskaya, (Moscow: Nayka, in preparation). To contain treatises by al-Khāzinī, al-Bīrūnī, al-Ḥusayn, and al-Shīrāzī.

Ibn al-Haitham. "Treatises on the Burning Mirror", *Istoriko-astronomicheskie Issledovaniya*, 15 (1980), 305-338. The article gives translation and commentary.

Auswahl von 25 Schriften aus den Jahren 1934 – 1967. In den folgenden Jahren kam eine Reihe gewichtiger weiterer Titel hinzu. Hartners Arbeiten sind Musterstücke interdisziplinärer, Fachgrenzen überschreitender Studien, die zugleich das Charakteristische der Leistungen innerhalb einzelner Kulturen wie auch die Verbindungen und Übergänge zwischen den Kulturen und deren gegenseitige Einflüsse sichtbar machen.

Der Verstorbene war über die Grenzen Deutschlands weithin bekannt. Er geizte nicht mit seinen Kräften und Kenntnissen und stellte sich bereitwillig in den Dienst wissenschaftlicher Gesellschaften und internationaler Gremien. Von 1971-77 war er Präsident der Académie Internationale d'Histoire des Sciences. Aus vielen Ländern wurden ihm im Lauf der Jahre Ehrungen zuteil.

Willy Hartner vereinte in sich aufs glücklichste die Eigenschaften des grossen Gelehrten mit denen eines noblen Charakters und eines Freundes für alle, die seine Hilfe suchten. In gefährlicher Zeit – wird berichtet – bot er Bedrängten uneigennützig und ohne Rücksicht auf eigene Gefährdung tatkräftige Unterstützung. Wer mit ihm zusammentraf, fand in ihm den gewandten, welterfahrenen, kenntnisreichen Mann, dessen Umgang Genuss gewährte und Bereicherung schenkte.

Die angemessenste Art, das Andenken dieses grossen Gelehrten zu ehren, wäre jetzt wohl, das Institut für Geschichte der Naturwissenschaften an der Universität Frankfurt im Geiste seines Gründers Willy Hartner weiterzuführen. Wenn es zunächst leider auch aussah, als ob dies nicht der Fall sein würde, gibt es in jüngster Zeit doch erfreulicherweise Nachrichten aus Frankfurt, die hoffen lassen, dass das Institut wieder belebt und Hartners verwaister Lehrstuhl neu besetzt werden soll.

Paul Kunitzsch*

*Institut für Semitistik der Universität München.

Die biographischen Angaben stützen sich auf den Nachruf von Matthias Schramm in der *Frankfurter Allgemeinen Zeitung* vom 21.5.1981.

Éloge

WILLY HARTNER

1905 – 1981

Am 16. Mai 1981 verstarb in seinem Haus in Bad Homburg nahe Frankfurt plötzlich mitten aus dem Leben und Schaffen heraus Willy Hartner. Mit ihm verlor die Welt der Wissenschaft einen ihrer universellsten Vertreter. Seine Kenntnisse und seine Urteilskraft umschlossen den Raum von Ostasien bis ins germanische Skandinavien, die Zeitspanne von den Babyloniern über die Renaissance und Copernicus bis zu Newton und Einstein. Am 22. Januar 1905 in Ennigerloh /Westfalen geboren, hatte er sich in seiner Ausbildung, einer familiären Tradition folgend, besonders den Naturwissenschaften gewidmet und zunächst Chemie studiert. Nachdem dieses Studium erfolgreich abgeschlossen war, wandte er sich der Astronomie zu und absolvierte auch darin ein fruchtbares Studium, das er 1928 an der Frankfurter Universität mit der Promotion beenden konnte. Er arbeitete dann hier an der Universität weiter und geriet dabei zunehmend in den Sog der Geschichte der Mathematik und der Naturwissenschaften, die freilich nur in Form einer losen Interessengemeinschaft interessierter Gelehrter betrieben wurde und die noch nicht ihre Heimstatt in einem eigenen Institut gefunden hatte. Seine Begabung und seine weitgespannten Interessen kamen schon bald zum Durchbruch: er arbeitete am China-Institut der Frankfurter Universität über Gegenstände zur Geschichte der Naturwissenschaft in China, und im Kreise der Völkerkundler um Leo Frobenius über Zahlen und Zahlensysteme bei Primitiv- und Hochkulturvölkern. 1935-37 war er Gastprofessor an der Harvard-Universität, wo er im Umgang mit George Sarton seine Beziehung zum Studium der Geschichte der Naturwissenschaften weiter vertiefen und verfeinern konnte. Nach der Rückkehr nach Deutschland und weiteren Arbeitsjahren in Frankfurt erhielt er 1940 eine Dozentur an der Frankfurter Universität. Auf seine Initiative hin wurde schliesslich 1943 an der Frankfurter Universität das Institut für die Geschichte der Naturwissenschaften eingerichtet, dessen Leiter er bis zu seiner Emeritierung war und dessen Adresse unzähligen Kollegen und Schülern in aller Welt als Anlaufstelle wohl bekannt war, wenn sie Rat, Hilfe und Austausch von Meinungen suchten.

Von der einmaligen Begabung Willy Hartners, seinen vielfältigen Sprachkenntnissen, seiner Beherrschung der naturwissenschaftlichen Probleme und Verfahren und seinem sicheren Blick bei der historischen Bewertung und Einordnung der Phänomene zeugen unübersehbar seine zahlreichen Schriften. Die 1968 in Hildesheim erschienene Sammlung *Oriens – Occidens* vereint eine

Landauer: Samuel Landauer, ed., *Themistii in Aristotelis Metaphysicorum Librum Λ Paraphrasis. Hebraice et Latine*, Commentaria in Aristotelem Graeca, vol.V, part V (Berlin, 1903).

Lewin: B. Lewin, "Notes sur un texte de Proclus en traduction arabe", *Orientalia Suecana*, 4(1955), 101-108.

Lorch: Richard Lorch, "Al-Khāzinī's 'Sphere That Rotates by Itself'", *Journal for the History of Arabic Science*, 4 (1980), 287-329.

Matthaei: C. F. Matthaei, *Nemesius Emesenus De natura hominis* (Halle: J. J. Gebauer, 1802).

Pines, 1955: S. Pines, "Une version arabe de trois propositions de la Στοιχείωσις θεολογική de Proclus", *Oriens* 8 (1955), 195-203.

Pines, 1961: S. Pines, "A New Fragment of Xenocrates and Its Implications", *Transactions of the American Philosophical Society*, N. S. 51/2 (1961).

Pingree: David Pingree, *The Thousands of Abū Maᶜshar* (London: The Warburg Institute, 1968).

Sbath: Paul Sbath, *Bibliothèque de Manuscrits*, 3 vols. (Cairo: Friedrich, 1928-1934).

Storey: C. A. Storey, *Persian Literature, a Bio-bibliographical Survey*, Vol. 1, part 2 (London: Luzac and Company, 1972).

Suter: Heinrich Suter, *Die Mathematiker und Astronomen der Araber und ihre Werke* (Leipzig: Teubner, 1900).

Telfer: William Telfer, *Cyril of Jerusalem and Nemesius of Emesa*, The Library of Christian Classics, Vol. IV (Philadelphia: The Westminster Press, 1955).

Türker: Mubahat Türker, "Yaḥyā ibn-i ᶜAdī'nin varlıklar hakkındaki makalesi", *Ankara Üniversitesi Dil ve Tarih-Coğrafya Fakültesi Dergisi*, 17 (1959), 145-157.

Ullmann: Manfred Ullmann, "Zur arabischen Überlieferung der *Disputatio de anima ad Tatianum* des Gregorios Thaumaturgos", *Der Islam*, 54 (1977), 114-117.

Van Ess: Josef van Ess, "Über einige neue Fragmente des Alexander von Aphrodisias und des Proklos in arabischer Übersetzung", *Der Islam*, 42 (1966), 148-168.

Van Riet: Simone van Riet, "Stoicorum Veterum Fragmenta arabica", *Mélanges d'Islamologie*, volume dédié à la mémoire de Armand Abel, sous la rédaction de P. Salmon (Leiden: Brill, 1974), pp. 254-263.

Verbeke & Moncho: G. Verbeke et J. R. Moncho, *Némésius d'Émèse. De Natura Hominis. Traduction de Burgundio de Pise* (Leiden: E. J. Brill, 1975).

Wiedemann: Eilhard Wiedemann, *Aufsätze zur arabischen Wissenschaft*, 2 volumes (Hildesheim: Olms, 1970).

Yaḥyā: ᶜUthmān Yaḥyā, ed., "Al-Ṣuḥuf al-yūnāniyya", in *Al-Kitāb al-Tidhkārī: Shaykh al-Ishrāq Shihāb al-Dīn al-Suhrawardī ...*, ed. I. B. Madkour (Cairo: Al-Hay'at al-Miṣriyyat al-ᶜāmma li'l-kitāb, 1394/1974).

Ẓāhiriyya Catal.: *Fihris makhṭūṭāt dār al-kutub al-Ẓāhiriyya*; Vol. 6, Ibrāhīm Khūrī, *ᶜIlm al-hay'a wa-mulḥaqātuhu* (Damascus, 1969). Vol. 8, ᶜAbd al-Ḥamīd al-Ḥasan, *Al-Falsafa wa'l-manṭiq wa-ādāb al-baḥth* (Damascus, 1970). Vol. 12, Muḥammad Ṣalāḥ ᶜĀyadī, *Al-Riyāḍiyyāt* (Damascus, 1973).

Bibliography

Badawi, 1947: ᶜAbd al-Raḥmān Badawī, *Arisṭū ᶜind al-ᶜarab*, Dirāsāt islāmiyya 5 (Cairo: Maktabat al-Nahḍat al-Miṣriyya, 1947).

Badawi, 1954: Idem, *Arisṭūṭālis, fī al-nafs*, Dirāsāt islāmiyya 16 (Cairo, 1954).

Badawi, 1955: Idem, *Al-Aflāṭūniyya al-muḥdatha ᶜind al-ᶜarab*, Dirāsāt islāmiyya 19 (Cairo, 1955).

Badawi, 1968: Idem, *La transmission de la philosophie grecque au monde arabe*, Études de philosophie médiévale 56 (Paris: Librairie philosophique J. Vrin, 1968).

Daiber: Hans Daiber, *Die arabische Übersetzung der Placita philosophorum* (Saarbrücken: Phil. Diss., 1968).

Dietrich: Albert Dietrich, "Die arabische Version einer unbekannten Schrift des Alexander von Aphrodisias...", *Nachrichten der Akademie der Wissenschaften in Göttingen*, I. *Philologisch-Historische Klasse*, 1964, No. 2, pp. 85-148.

DSB: *Dictionary of Scientific Biography*, 16 vols. (New York: Charles Scribner's Sons, 1970-80).

EI²: *Encyclopaedia of Islam*, 2d. ed, 4 vols. to date (Leiden: E. J. Brill, 1960...).

Endress, Proclus: Gerhard Endress, *Proclus arabus*, Beiruter Texte und Studien, herausg. vom Orient-Institut der Deutschen Morgenländischen Gesellschaft 10 (Beirut, 1973).

Endress, Yaḥyā: Idem, *The works of Yaḥyā b. ᶜAdī* (Wiesbaden: Reichert, 1977).

GAL: Carl Brockelmann, *Geschichte der arabischen Litteratur* (Leiden: Brill, 1937-1949), 2 vols. plus 3 suppl. vols.

GAS: Fuat Sezgin, *Geschichte des arabischen Schrifttums* (Leiden: Brill, 1967-1979), 7 vols. to date.

Gätje: Helmut Gätje, *Studien zur Überlieferung der aristotelischen Psychologie im Islam*, Annales Universitatis Saraviensis, Reihe: Philosophische Fakultät, Bd. II (Heidelberg: Carl Winter, Universitätsverlag, 1971).

GCAL: Georg Graf, *Geschichte der christlichen arabischen Literatur*, Bd. 1-5 (Città del Vaticano: Biblioteca Apostolica Vaticana, 1944-53) .

Gimaret: D. Gimaret, "Sur un passage énigmatique du *Tabyīn* d'Ibn ᶜAsākir", *Studia Islamica*, 47 (1978), 143-163.

Goldstein & Swerdlow: B. R. Goldstein and Noel Swerdlow, "Planetary Distances and Sizes ...," *Centaurus*, 15 (1970), 135-170.

Hill: Donald R. Hill, *Arabic Water-Clocks* (University of Aleppo, 1981).

Kennedy & Mawaldi : E. S. Kennedy and Mustafa Mawaldi, "Abū al-Wafā' and the Heron Theorems", *Journal for the History of Arabic Science*, 3 (1979), 19-30.

Kurd ᶜAlī, Makhṭūṭ: Kurd ᶜAlī, "Makhṭūṭ nādir", *Majallat al-majmaᶜ al-ᶜilmī al-ᶜarabī*, 20 (1945), 1-7, 41-43.

Kurd ᶜAlī, Rasā'il: M. Kurd ᶜAlī, *Rasā'il al-Bulaghā'* 2d. ed. (Cairo, 1913), 3d. ed. (Cairo, 1946; repr. 1954).

21. Why were some things created prior to others, and why were they not created all at once?

لم صارت أنواع الخلائق بعضها متقدما وبعضها متأخرا ولم تخلق في دفعة ؟

22. Why have we said that all things are dependent on God and are realized through Him, while we have stated elsewhere that God is realized from the various created things?

لم قلنا إن جميع الأشياء إنما تعلقها بالله تعالى ونعرفها به وقد قلنا في موضع آخر إن الله تعالى يعرف بأنواع الخلائق ؟

23. Why have we said that God cannot be realized from a demonstration or a definition?

لم قلنا إن الله تعالى لا يعرف بالبرهان ولا بحد ؟

24. Why is God's (existence) demonstrated in a negative and not a positive way?

لم صار إنما يبرهن على الله عز وجل بطريق السلب لا بطريق الإيجاب ؟

25. How does one realize the attributes of God even though He cannot be described?

كيف تعرف صفات الله تعالى وإن كان لا يوصف ؟

26. Why does every existing thing, in general, have (only) one name whereas God has many?

لم صار لكل موجود في أكثر الأمر اسم واحد ولله تعالى عدة أسماء ؟

27. Why is it said that some attributes of God are essential while others are not?

لم قيل إن بعضها صفات الله ذاتية وبعضها غير ذاتية ؟

28. Why does one say "the realization of God", "the realization of His unity", and "someone has realized God", but seldom does one say "someone knows God", "he knows the unity of God", or "he knows (   )"? Realization is by sense perception, while knowledge is through the intellect; God, however, is an intelligible and not a sensible. What (then) is the difference between realization and knowledge?

لم يقال معرفة الله ومعرفة التوحيد وفلان عرف الله وقل ما يقال فلان علم الله وعلم التوحيد وعلم (   )
المعرفة إنما تكون بالحس والعلم بالعقل والله معقول لا محسوس وما الفرق بين المعرفة والعلم ؟

7. Why is the proof of the unity of God that derives from the motion of the heavens sounder than the proof from all the other motions?

لم صار ما يستدل به من حركة الفلك على توحيد الله تعالى أصح مما يستدل به من جميع الحركات الأخر ؟

8. Why is the evidence from the motion of the heavens for the Prime Mover, which is external to it, greater than (the motion's) evidence for its being natural (motion) or (motion) of a soul?

لم صارت دلالة حركة الفلك على المحرك الأول الخارج عنه أكثر من دلا لتها على أنها طبيعية له أو نفسانية ؟

9. Why did the Logician determine that the motion of the heavens is natural, of a soul, and from a mover?

لم حكم صاحب المنطق على حركة الفلك بأنها طبيعية وبأنها نفسانية وبأنها من محرك ؟

10. Why do the Logician's statements concerning the reason for the motion of the heavens contradict one another?

لم صارت أقاويل صاحب المنطق في سبب حركة الفلك مخالفاً بعضها لبعض ؟

11. Why have we said that some things move by themselves and other things move due to something else; and then, in the end, we assert that everything is moved by the Prime Mover?

لم قلنا إن الأشياء منها ما يتحرك بذاته ومنها ما يتحرك بغيره ثم جزمنا القول بآخره إن جميعها إنما يتحرك من المحرك الأول ؟

12. How does one prove that the Prime Mover does not move in any direction?

بم يستدل على أن المحرك الأول ليس يتحرك بجهة من الجهات ؟

13. How does one prove that the Prime Mover is not a body?

بم يستدل على أن المحرك الأول ليس بجسم ؟

14. How does one prove that the Prime Mover is eternal?

بم يستدل على أن المحرك الأول أزلي ؟

15. How does one prove that the Prime Mover is simple?

بم يستدل على أن المحرك الأول بسيط ؟

16. How does one prove that the Prime Mover is one?

بم يستدل على أن المحرك الأول واحد ؟

17. How does one prove that the Prime Mover is the cause of all existing things, the Creator of all created things, and the giver of life to all living creatures?

بم يستدل على أن المحرك الأول هو العلة لجميع الأشياء الموجودة والكون (والمكون ؟) لجميع الأشياء المتكونة والمحيي لجميع الحيوان ؟

18. Why have we stated that God originated something from nothing, whereas we observe that He creates all things from what (already) exists?

لم قلنا إن الله أبدع الشيء لا من شيء وقد رأينا جميع الأشياء إنما يخلقها جل وعز من الشيء الموجود ؟

19. Why have we stated in logic that substance is self-subsistent while in theology we say that it subsists through the power of God ?

لم قلنا في الأقاويل المنطقية إن الجوهر قائم بنفسه وقلنا في الأقاويل الإلهية إنما يقوم بقدرة الله تعالى ؟

20. Why did God create the world and what was the reason that occasioned it?

لم خلق الله العالم وما السبب الداعي اليه ؟

it is a rather early example of an elementary text intended for teaching purposes. Following Ibn Bahrīz's page-and-a-half introduction, the rest of the work consists of a series of schematic diagrams.

No. 41. ff. 132b-133b. **Ḥujaj Ubruqlus allatī yubarhin bihā anna al-ᶜālam abadī (Proclus' Proofs that the Universe Is Eternal).**

Edited in *Badawi*, 1955, pp. 34-42; see *Endress, Proclus*, pp. 15-18; French translation of the first proof in *Badawi*, 1968, pp. 119-20.

No. 42. f. 134a,b **Masā'il Furuqlus fī al-ashyā' al-ṭabīᶜiyya**) Questions on Physical Matters), by **Proclus.**

Edited in *Badawi*, 1955, pp. 43-49; see *Endress, Proclus*, p. 26.

No. 43. ff. 135a-144b. **Kitāb fī al-umūr al-ilāhiyya** (A Book on Theological Matters), by *Abū Aḥmad b. Isḥāq* **al-Isfizārī.**

Concerning the elusive al-Isfizārī (fl. middle of 10th century A. D.), see *Gimaret* (esp. pp. 153-163). This MS represents the only known surviving text of the author, who is not to be confused with abū Ḥātim al-Muẓaffar b. Ismāᶜīl al-Isfizārī, the contemporary of Omar Khayyām mentioned by al-Khāzinī in his *Mīzān al-Ḥikma* (Introduction, fourth *faṣl*, and more extensively later). Hence a table of contents in English translation is given below, each item followed by its Arabic original.

In the colophon the author states that he has completed this work while awaiting unjust execution in a prison in Khuwārizm, this in spite of having obeyed God's command to seek the truth and to live according to it, to the extent of his ability.

Table of Contents

1. Why do we not sense the Prime Mover, for it is stronger than that which is moved and we *do* sense the thing moved?

لم صار المحرك الأول لا نحس به اذ كان أقوى من المتحرك ونحن نحس بالمتحرك ؟

2. Why are the intelligibles more permanent and yet less accessible than the sensibles?

لم صارت المعقولات أبقى وأخفى من المحسوسات ؟

3. Why is the discussion of theological matters more difficult than that of other fields of knowledge?

لم صار الكلام في الأمور الإلهية أصعب منه في سائر العلوم ؟

4. Why is the aim of all philosophy the realization of God and the following of His commandment and action ?

لم صار غرض جميع الفلسفة معرفة الله عز وجل والا بتداء (الاقتداء ؟) بأمره وفعله ؟

5. Why is the realization of the unity of God the last step in all of philosophy, whereas God is the first of all things ?

لم صارت معرفة التوحيد آخر مراتب جميع الفلسفة والله تعالى أول جميع الأشياء ؟

6. Why is the most convincing of the indications by which one shows the way to the realization of the Creator taken from motion?

لم صار ألزم الدلائل التي يستدل بها على معرفة الخالق عز وجل المأخوذة من الحركة ؟

No. 37. ff. 119b-123a *Maqāla* **fī al-radd ʿalā Maqsimūs fī taḥlīl al-shakl al-thānī wa'l-thālith ilā al-awwal** (A Treatise in Refutation of Maximus' Reduction of the Second and Third Figures of the Syllogism into the First), by **Themistius** (author of No. 6 above, which see).

Edited in *Badawi*, 1947, pp. 309-325. French translation in *Badawi*, 1968, pp. 166-180.

At the bottom of f. 123a is a selection from *Kitāb al-Mufīd* by a certain Abū ʿAbdallāh (the rest of the name is illegible). Possibly it is a fragment of the *Mufīd al-ʿulūm wa-mubīd al-humūm* by Jamāl al-Dīn abū ʿAbdallāh Muḥammad b. Aḥmad al-Qazwīnī (see *GAL*, Gl, p. 499; Sl, p. 914).

No. 38. ff. 123b, 39bl-39bl5. **Ajwibat al-masā'il al-wārida min balad al-Shaykh al-Fāḍil al-Ḥakīm Abī al-Khayr al-Ḥasan b. Suwār** (Answers to the questions posed or answered by Ibn Suwār).

The author (b. 331/943) was a logician and philosopher of Baghdad who studied under Yaḥyā b. ʿAdī. It is difficult to decide from the title whether he has posed the questions which are here being answered, or whether he is the respondent. It is clear from the text, however, that the person asking the questions is either ignorant of, or else wishes to challenge, basic Aristotelian notions. Since the answers follow the standard Peripatetic formulations, it would seem that the questions are being answered by Ibn Suwār.

There are three questions: (1) On whether fire can be both a substance (*jawhar*) and a body (*jism*), (2) concerning the problem of the form of an element falling under two genera, and (3) can a substance have an opposite?

No. 39. ff. 125a-128b. *Risāla* **fī al-madkhal ilā ʿilm al-manṭiq** (Introduction to Logic), by **Abū al-Ḥasan ʿAlī b. Aḥmad al-Nasawī** (author of No. 26 above, which see).

There is a note in the beginning to the effect that this text was copied from a copy in the hand of one of al-Nasawī's students, to whom the work was dictated. The work follows the normal order of the Organon and seems to be, as the title states, an introduction to logic in much the same way that the *Tajrīd* (No. 26) is an introduction to geometry. There is one schematic drawing on f. 126a. A note at the bottom of 128b discusses the "universal intellect" and the "world soul".

No. 40. ff. 129a-132a. *Kitāb* **taqyīd ḥudūd al-manṭiq allatī waḍaʿa Arisṭāṭālīs al-faylasūf** (A book Setting Forth the Definitions of Logic Established by Aristotle the Philosopher), compiled by **ʿAbd Yashūʿ b. Bahrīz,** archbishop of Mosul during the reign of the Caliph al-Ma'mūn (see *GCAL*, vol. 2, pp. 119-120).

We are told in the introductory sentences that this work was compiled for the Caliph al-Ma'mūn in order to aid in the understanding and memorization of the basic definitions and classifications of logic. As such, it seems clear that

Edited in *Badawi*, 1947, p. 283; see *Dietrich*, p. 94, and *Van Ess*, p. 150; French translation in *Badawi*, 1968, pp. 145-6.

No. 31. f. 114a. *Maqāla* **fī anna al-quwwat al-wāḥida yumkin an takūn qābila li'l-aḍdād jamīʿan** *ʿalā ra'y Arisṭūṭālīs* (A Treatise to the Effect that It Is Possible for One Faculty to Receive Simultaneously Opposite Stimuli, according to the Opinion of Aristotle), by **Alexander of Aphrodisias.**

Edited in *Badawi*, 1947, pp. 284-5; see *Dietrich*, p.95, and *Van Ess*, p. 150; French translation in *Badawi*, 1968, pp. 147-8.

No. 32. f. 114a,b. *Maqāla* **fī anna al-mukawwan idhā istaḥāl min ʿadamihi istaḥāl min ḍiddihi ayḍan maʿan** *ʿalā ra'y Arisṭūṭālīs* (A treatise to the Effect that the Generated Being, when It Is Transformed from Non-existence, Is also Transformed from Its Opposite Simultaneously, according to the opinion of Aristotle), by **Alexander of Aphrodisias.**

Edited in *Badawi*, 1947, pp. 286-8; see *Dietrich*, p. 95, and *Van Ess*, pp. 150-1; French translation in *Badawi*, 1968, pp. 149-50.

No. 33. f. 114b. *Maqāla* **fī al-ṣūra wa-annahā tamām al-ḥaraka wa-kamāluhā** *ʿalā ra'y Arisṭū* (A Treatise to the Effect that the Form Is the Completion and Perfection of Motion, according to the opinion of Aristotle), by **Alexander of Aphrodisias.**

Edited in *Badawi*, 1947, pp. 289-90; see *Dietrich*, p. 95; French translation in *Badawi*, 1968, pp. 151-2.

No. 34. f. 115a. *Maqāla* **fī ithbāt al-ṣuwar al-rūḥāniyyat allatī lā hayūlā lahā** (A Treatise on the Establishment of the Spiritual Forms Which Are Devoid of Matter), by **Proclus.**

Edited in *Badawi*, 1947, pp. 291-2; also in *Endress, Proclus*, with German translation and study, pp. 12-18, 260-266; see *Dietrich*, p.95. *Pines*, 1955, and *Lewin*, have pointed out that this treatise, in the MS attributed to Alexander, is actually Propositions 15-17 of Proclus' *The Elements of Theology*.

No. 35. f. 115a,b. *Maqāla* **fī anna al-fiʿl aʿamm min al-ḥaraka** *ʿalā ra'y Arisṭū* (A Treatise to the Effect that Action Is More Comprehensive than Motion, according to the opinion of Aristotle), by **Alexander of Aphrodisias.**

Edited in *Badawi*, 1947, pp. 293-4; see *Dietrich*, p. 95; French translation in *Badawi*, 1968, pp. 153-154.

No. 36. ff. 115b-119a. *Maqāla* **fī anna al-fuṣūl allatī bihā yuqassam jins min al-ajnās ...** (A Treatise to the Effect that the Characteristics by which One Genus Is Distinguished from Another ....), by **Alexander of Aphrodisias.**

Edited in *Badawi*, 1947, pp. 295-308, see *Dietrich*, p. 96; French translation in *Badawi*, 1968, pp. 155-165. There are glosses by Abū Bishr Mattā b. Yūnus.

this is difficult to read, but it is well worth translation in extenso. Apparently the scientist was a well-to-do citizen of Rayy (near modern Tehran) who kept open house for students who came to study under him. He would sit, surrounded by books, to consult when callers asked questions. When thirsty he pulled on a rope, at the end of which was a jug. There Avicenna visited him, to consult about the *Qānūn*; also another savant, whose name defies reading.

The following eleven treatises (with the exception of No. 34) are by the third-century Peripatetic philosopher Alexander of Aphrodisias. For a discussion and bibliography of the Arabic Alexander, see G. Strohmaier's article "Al-Iskandar al-Afrūdīsī" in *EI*², vol. 4, pp. 129-130.

No. 27. ff. 107b-112b. **Maqāla fī al-qawl fī mabādi' al-kull bi-ḥasab ra'y Arisṭāṭālis** (A Treatise on the Doctrine Concerning the Principles of the Universe According to the Opinion of Aristotle), by **Alexander of Aphrodisias.**

Edited in *Badawi*, 1947, pp. 253-277. There are other MS copies; for a bibliography, see *Dietrich*, p. 93, and *Van Ess*, p. 150. A French translation is in *Badawi*, 1968, pp. 121-139.

At the bottom of f. 112b are short quotations from al-Kindī, Ibn al-Ṭayyib and Thābit b. Qurra.

No. 28. f. 113a. **Hal al-mutaḥarrik ʿalā ʿiẓam mā yataḥarrak fī awwal ḥarakatihi ʿalā awwal juz' minhu am lā?** (For an object moving along a given distance, does it move, at the beginning of its motion, along the first part (of the given distance) or not?), by **Alexander of Aphrodisias.**

Edited in *Badawi*, 1947, pp. 278-9; see *Dietrich*, p. 94; French translation in *Badawi*, 1968, pp. 140-141.

No. 28a. f. 113a,b. **ʿAn qawl Arisṭāṭālīs fī kitāb al-nafs: inna al-ḥayawān al-kullī...** (On the Doctrine of Aristotle in *De anima* that the Universal Living Creature ....), by **Alexander of Aphrodisias.**

Edited in *Badawi*, 1947, pp. 279-80; see *Dietrich*, p. 94; French translation in *Badawi*, 1968, pp. 141-142. In the MS, this treatise appears as part of the preceding work.

No. 29. f. 113b. *Maqāla* **fī al-radd ʿalā Ks (in) qrāṭīs** *fī anna al-ṣūra qabl al-jins ...* (A Treatise in Refutation of Xenocrates' (assertion) that Species Precedes Genus...), by **Alexander of Aphrodisias.**

Edited in *Badawi*, 1947, pp. 281-2; see *Dietrich*, p. 94. French translation in *Badawi*, 1968, pp. 143-4; English translation and study in *Pines*, 1961.

No. 30. f. 113b. *Maqala* **fī annahu qad yumkin an yaltadhdh al-multadhdh wa-yaḥzan maʿan** *ʿalā ra'y Arisṭū* (A Treatise to the Effect that It Is Possible that the Happy (individual) Be Simultaneously Happy and Sad, according to the opinion of Aristotle), by **Alexander of Aphrodisias.**

the length of the Prophet's life, the fall of the Persian empire, rise of the ᶜAbbāsid dynasty, and so on. Professor David Pingree remarks that this document utilizes not only inferences from conjunctions, but also the concepts of *intihā'* and *qisma*.

No. 26. ff. 86a-106b, 145a. **Kitāb al-tajrīd fī uṣūl al-handasa** (An Epitome of the Elements of Geometry) by **Abū al-Ḥasan ᶜAlī b. Aḥmad al-Nasawī** (fl. 5/11th century).

The book is dedicated to a certain Imām al-Murtaḍā al-Fakhr b. abī al-Ḥasan al-Muṭahhar b. Sayyid al-Zakī Dhī al-Ḥasabayn b. abī al-Qasm (?). It is a textbook for beginners in geometry. In the colophon the author suggests that students who have completed his book may then turn to the Elements of Euclid.

The book consists of an introduction and seven treatises (maqālāt); within the treatises propositions or sections are numbered in the margin.

Treatise 1 (f. 86b): definitions of geometric entities – point, line, surface, etc. There are theorems involving intersecting lines, parallels, and triangles; in particular the Pythagorean Theorem.

Treatise 2 (f. 90a) : seems to be an introduction to geometric algebra, involving the representation of arithmetic operations by geometric figures.

Treatise 3 (f. 91a) : introduces circles and theorems involving chords, tangents, inscribed angles, and such-like.

Treatise 4 (f. 94a): involves polygons inscribed in or circumscribed about a circle.

Treatise 5 (f. 95b): is on the theory of proportions, including combined ratios.

Treatise 6 (f. 99a): deals with similar figures and their properties, especially triangles.

Treatise 7 (f. 103a): introduces solid geometry, including considerable material on the properties of spheres.

The colophon (f. 145a) recommends that one who seeks further enlightenment may study the author's *Kitāb al-balāgh*, a commentary on Euclid's Elements. This copy of the *Tajrīd* was completed in the last part of Dhū al-Qaᶜda, 557/November, 1162.

The book seems not to be of fundamental importance. Nevertheless its contents should be studied in detail. Mr. Mustafa Mawaldi, of the Institute for the History of Arabic Science, University of Aleppo, is preparing a critical edition of the *Tajrīd*.

(Cf. *GAS*, vol. 5, pp. 345-8, which has other references).

Al-Nasawī's Life-Style

The lower part of f. 145a is taken up with a paragraph of recollections by a certain judge, al-Ṣanawbarī, about al-Nasawī, his life and times. Much of

No. 20. f. 82a19-82b. **Jawāb Abī al-Wafā' Muḥammad b. Muḥammad al-Būzjānī ʿammā sa'alahu al-Faqīh Abū ʿAlī al-Ḥasan b. Ḥārith al-Ḥubūbī** (The Answer of Abū al-Wafā' Muḥammad b. Muḥammad al-Būzjānī to a Question Put Him by the Jurist Abū ʿAlī al-Ḥasan b. Ḥārith al-Ḥubūbī).

This text has been published in facsimile in *Kennedy & Mawaldi*, together with a paraphrase using modern symbols and a commentary. In it the famous scientist Abū al-Wafā' (328/940-387/997) was challenged by al-Ḥubūbī to produce and prove a rule for calculating the area of a triangle in terms of its sides. He gives in fact three such rules, none identical with the well-known "Heron's Rule", but all, of course, equivalent to it.

No. 21. f. 83a. **Risāla fī istikhrāj samt al-qibla** (A Paper on extracting the Direction of Prayer) by **Naṣr b. ʿAbdallāh** (al-ʿAzīzī, fl. 4/10th century, see *GAS*, vol. 5, p. 314; vol. 6, p. 208) the Geometer (*muhandis*).

The author's method avoids the difficulties of trigonometric computation by plotting the coordinates of Mecca and the locality in question upon a physical hemisphere, the base of which is the local horizon - plane. Then the required azimuth is constructed.

No. 22. f. 83b. **Al-burhān ʿalā anna al-falak laysa huwa fī ghāyat al-ṣafā'** (A Proof that the Heavens Are Not Completely Transparent), by **Abū Saʿd al-ʿAlā' b. Sahl** (the author of No. 19 above, which see).

There is a reference to the fifth treatise of Ptolemy's *Optics*. The treatise has four figures. In the colophon is a remark to the effect that this version was copied from a copy made from a copy in the hand of Ibn al-Haytham.

No. 23. f. 84a. A page of quotations from Aristotle, Hippocrates, Galen, Ptolemy, Apollonius (Balīnās), and Plato.

No. 24. f. 84b. **Al-Adab al-ṣaghīr** (The Small (Treatise on) Good Manners).

Despite the title, this page of aphorisms does not correspond to Ibn al-Muqaffaʿ's well-known and oft-printed work (cf. *GAL*, SI, p. 233). But as M. Kurd ʿAlī has pointed out, this work does contain many of the same sayings to be found in the text of a Cairo MS called *Kitāb al-Adab*. This latter work, which is likewise attributed to Ibn al-Muqaffaʿ, was published in *Kurd ʿAlī, Rasā'il* (second edition, p. 118). In subsequent editions those additional sayings from the Ẓāhiriyya MS (some 70 in all) were published as a supplement. A selection of them can also be found in *Kurd ʿAlī, Makhṭūṭ*.

No. 25. f. 85a. This is the last page only, including a colophon, of an astrological work by a certain al-Rāzī.

It is evidently another example of the category of world histories based on Jupiter-Saturn conjunctions (see e.g. *Pingree*). This one is centered on the rise of Islam, establishing correlations between astrological indications and

The full name of the author (d. 379/990) was Abū Ḥāmid Aḥmad b. Muḥammad al-Ṣaghānī, see *GAS*, vol. 5, p. 311; vol. 6, p. 217, which spells it Ṣāghānī and which gives other references. This is another example of a category of astronomical writing which commenced with Ptolemy's "Planetary Hypotheses" and which was carried on by Kūshyār, Ibn al-Shāṭir, al-Kāshī, and others (see *Goldstein & Swerdlow*).

Al-Ṣaghānī's paper has three chapters: the first is an introduction, the second is on planetary distances, the third on planetary magnitudes. He refers to a book by Thābit (b. Qurra) and to one by Abū Jaᶜfar Muḥammad b. al-Ḥusayn (cf. *Suter*, p. 80) thus increasing by one the writings ascribed to the latter.

No.17. f. 80a,b. **Risāla Maḥmūd ibn abī al-Qāsim al-tājir fī al-iḥtiyāl lima ᶜrifa miqdārayn min al-dhahab w'al-fiḍḍa fī jism murakkab** (A Paper by Maḥmūd b. abī al-Qāsim the Merchant on the Determination of the Amounts of Gold and Silver in an Alloy).

Who Maḥmūd b. Abī al-Qāsim was we have not a clue. This treatise, however, is a work of ᶜUmar al-Khayyām and has been printed and translated several times. The treatise (or parts of it) either occurs separately (as here) or as part of al-Khāzinī's *Mīzān al-Ḥikma* (Hyderabad, 1359 H., $87_{,18} - 92_{,7}$). It should be noted that there are a number of variations between our copy and other versions, particularly in the beginning. (For the complete bibliography, see Youschkevitch and Rosenfeld's article "Al-Khayyāmī", *DSB*, vol. 7, p. 332).

No. 18. f. 80b. **Mas'ala handasiyya** ((two) Geometric Problem(s)). Anonymous, (two figures).

The author first announces and proves the trivial theorem: in any right triangle the diameter of the incircle is the excess of the sum of the two legs over the hypotenuse.

He then proves that for any triangle the diameter of the incircle is equal to the area divided by the perimeter. In so doing he uses a theorem he attributes to the Banū Mūsā to the effect that the area of a triangle is the product of the semiperimeter times the inradius. He also states that the area of a triangle can be calculated in terms of its sides, thus assuming knowledge of Heron's Theorem or its equivalent (see No. 20 below).

No. 19. ff. 81a-82a. **Risāla fī al-ālat al-muḥriqa** (A Paper on the Burning Instrument) by **Abū Saᶜd al-ᶜAlā' b. Sahl** (The author of No. 22 below, 5 figures).

According to Sezgin (in *GAS*, vol. 5, pp. 341-2; vol. 6, pp. 232-3) the author lived in the 4/10th century, but no reference names this particular treatise.

The problem posed is to construct a device to burn an object from a given distance, either by refraction (*yanfudhu*) or reflection. However, in the discussion only reflection is discussed. A parabola is mentioned, so that the contrivance is no doubt a parabolic mirror. Most of the text consists of geometric proofs.

Question 15, a solar eclipse.

Question 16, a matter concerning the king.

Questions 17 *and* 18, the rise or fall of a price (f. 75b).

Question 19, on encountering the enemy at the beginning of a war.

We find no mention in the literature of a work of this sort attributed to Khayyām, see e.g. *DSB*, vol.7, pp. 323-334.

No. 12. f. 75b. **Ṣanᶜat al-ālat al-zamriyya li-Īliyūs al-Ḥakīm** (Construction of the Whistling Instrument by Īliyūs the Sage).

The device is illustrated by a complicated, poorly drawn figure, which with the explanatory text, takes up only half of a page. The mechanism is water driven and involves a gear train, valves, levers, and two pierced floats (*ṭarjahāra*).

The author's name is probably a mistranscription of Abulīnūs (only a slight emendation is needed). The text is a short account of the "fluting machine" – described in a treatise on musical automata ascribed to "Apollonius the Carpenter". For MSS of this, see *GAS*, vol. 5, p. 143, and *Hill*, pp.15-16. *Wiedemann*, II, pp. 50-57, gives a German translation of the part on the "fluting machine".

No.13. f. 76a. **ᶜAmal āla li-qiyās al-kawākib al-thābita** (Construction of an Instrument for Taking Measurements of the Fixed Stars). Anonymous.

From a drawing it seems that the device is simply a vertical, circular protractor equipped with an alidade for taking altitudes.

No. 14. ff. 76b-77a. **Naᶜmal āla yuᶜlam bihā ᶜamūd kull jabal wa-ṭūl kull ḥā'iṭ wa-irtifāᶜ kull shay' aradnāhu** (We construct an instrument for determining the height of any mountain, the length of any wall, or the altidude of anything desired). Anonymous.

There are four simple drawings. The material seems to consist of applications of elementary geometry.

No. 15. ff. 77a-78a. **ᶜAmal al-ṣandūq li'l-sāᶜāt** (Operation of the Hour Box). Anonymous.

On f. 77b are two simple drawings; on f. 78a eight drawings of details plus one (or two) crude but very complicated representations of the whole apparatus. It is apparently water driven .There are twelve small metallic spheres, one for each hour, presumably to be dropped at appropriate instants. There is a semicircular dial containing the names of the zodiacal signs, perhaps to make arrangements for the seasonal hours.

No. 16. ff. 78b-79b. **Maqālat al-Ṣaghānī fī al-abᶜād wa'l-ajrām** (Al-Ṣaghānī's Treatise on (Planetary) Sizes and Distances).

The device it describes consists of a celestial sphere set down halfway through the top of a chest so that the top corresponds to the horizon plane for the locality. The sphere is caused to rotate about its polar axis with the speed of the daily rotation. It is driven by means of a weight which rests on a slowly sinking surface of sand.

The sphere thus reproduces quantitatively the situation on the celestial sphere in the course of each twenty-four hours. Hence problems may be solved by direct measurement on it.

No. 11. ff. 74b-75b. Masā'il nujūmiyya, aẓunnuhā min kalām ʿUmar al-Khayyāmī (Astrological inquiries which I take to be from the work of ʿUmar Khayyām (d. c. 517/1123).

This curious document consists of a set of nineteen questions, presumably addressed to some astrologer. For each, a horoscope has allegedly been cast from which predictions are to be inferred . As an example we give Question 2 in full. Each (except Question 13) has a response written out. What is peculiar is that every single one of the responses is a demonstration that the configuration described is astronomically impossible. For instance the position of a superior planet in its epicycle may be incompatible with the stated solar position. Has this set been compiled to entrap incompetent astrologers? Cf. No. 9 above.

Question 1, concerning an impending difficulty.

Question 2. The commander of a certain army has drawn up his troops in the face of the enemy. The moon is near the first of the (lunar) month. The two luminaries are in the seventh locus, in auspicious aspect with Venus, which is in the fifth locus, with Jupiter. The horoscope is in Cancer, in a propitious situation, except that the moon is in its deferent apogee opposite Jupiter, in its epicyclic perigee, whereas Mars is ascending in its epicycle in the seventh locus. Will the general be victorious or not?

Question 3, concerning a prospective journey.

Question 4, concerning a prisoner, will he be released?

Question 5, a runaway slave, will he be recovered?

Question 6, concerning rain.

Question 7, a nativity.

Questions 8 *and* 9, on insanity (?) (f. 75a).

Question 10, concerning love.

Question 11, on an enthronement.

Question 12, another nativity.

Question 13, a marriage .

Question 14, on an impending birth.

Problem 15. If the descending node is the nativity *kadkhudā*, does this decrease the length of life (f. 70a)?

Problem 16. A topic involving the *intihā'*.

Problem 17. If the indicators at the year-transfer are the indicators for the first month of the year, ... (f. 70b)?

Problem 18. If the *tasyīr* ends at the ascendant, or if ....?

Problem 19. In an interrogation, determine the *mubtazz*.

Problem 20. Action upon being interrogated simultaneously concerning two affairs (f. 71a).

Problem 21. What if the domicile of the request is split between two signs...?

Problem 22. What if a client asks about about a journey and you do not know his nativity ?

Problem 23. A client inquires about undertaking a raid (*ghazw*), and the horoscope which is the indicator ...

Problem 24. If the choice indicated by the indicators is maleficent (?), and ... (f. 71b).

Problem 25. An inquiry about sickness (f. 72a).

Problem 26. If the moon is eclipsed in Aquarius, and Saturn is in Pisces in its domicile, and ...

Problem 27. At a locality of latitude 16°, what is the length of daylight if the solar altitude is 90° (f. 72a)?

Problem 28. This is a quotation from the poet Dhū al-Rumma involving the Pleiades. Question: what is the latitude of the poet's locality?

Problem 29. Determine the height of a tree or a wall.

Problem 30. Find the shortest distance between two localities by the best method in the *zīj*.

The colophon gives the date of copying as the latter part of Ramaḍān, 555 / the early part of October, 1160.

(For other MSS, see *GAL*, GI, p. 233; SI, p. 399, also according to the catalogue prepared by D. A. King: Cairo, Dār al-kutub, Mīqāt 447,1.)

No. 10. ff. 73a-74a. **Maqāla li'l-Khāzinī** (text: al-Khāzimī) fī **ittikhādh kura tadūr bidhātihā bi-ḥaraka musāwiya li-ḥarakat al-falak wa-maʿrifat al-ʿamal bihā sākina wa-mutaḥarrika** (A Treatise by al-Khāzinī (fl. 520/1126) On Constructing a Sphere That Rotates by Itself with a Motion Equal to the Motion of the Heavens, and Instructions for Its Use, Both at Rest and in Motion).

The author's full name is Abū al-Fatḥ ʿAbd al-Raḥmān al-Khāzinī (*DSB*, vol. 7, p. 335). This work is published in *Lorch* with translation and commentary.

states that the astrological profession is plagued by ignoramuses who should have no right to practise. He therefore propounds a set of thirty problems, together with their solutions, three for each of the ten branches of the discipline.

He divides the art of judgments *(aḥkām)* into the following categories:

1. That having to do with the fate of the universe: year-transfers, eclipses, conjunctions, etc.
2. Everything concerning nativities: the *haylāj*, the *kadkhudā*, etc.
3. Year-transfer of the nativity, the *intihā'āt*, the lord of the year (*sālkhudā*), etc.
4. Interrogations.
5. Choices (*ikhtiyārāt*).

The author requests that the Amīr not divulge the contents to any save qualified persons, lest the ignorant take to learning the answers by heart and it become impossible to distinguish the learned from the charlatan.

Problem 1. Why does the moon not retrodgrade (f. 67b)?

Problem 2. Why are Mercury and Venus never eclipsed?

Problem 3. Why is there zero duration of totality for a solar eclipse?

Problem 4. Calculate a value of the solar equation without a table (f. 68a).

Problem 5. Determine the latitude of a locality on a cloudy day.

Problem 6. Determine the solar true and mean longitudes at given time, and the solar equation, there being no observational instrument at hand.

Problem 7. Is it possible to take (celestial) altitudes with an astrolabe on a cloudy day (f. 68b)?

Problem 8. Is it possible to make an instrument to measure the magnitude of an eclipse or the portion of the moon's face which is illuminated?

Problem 9. Given a local latitude, inscribe certain curves on an astrolabe plate (f. 69a).

Problem 10. Suppose a solar eclipse, visible in one locality, invisible in another, is taking place at the instant horoscopes are cast in the two localities. What are the astrological implications?

Problem 11. Why are judgments for a year taken from the entry of the sun into Aries, and why are judgments not taken for months at the instants of entry of the sun into the signs?

Problem 12. How are the lots to be calculated for a nativity?

Problem 13. How can the horoscope be verified by use of the *nimūdār* (f. 69b)?

Problem 14. A topic involving the *haylāj*.

This fragment consisting of Chapter 1 and part of Chapter 2 of Themistius' (fourth century A. D.) commentary/paraphrase of Book Λ of Aristotle's *Metaphysics* has been edited from this copy by *Badawī* 1947, pp. 329 - 333. The Greek original is not extant, but the Hebrew translation from the Arabic and the Latin translation from the Hebrew have both been edited by *Landauer*.

Themistius spent most of his life in Constantinople as a politician and philosopher. He wrote paraphrases and commentaries on the works of Aristotle and Plato, many of which were translated into Arabic (*DSB*, vol. 13, pp. 307-309).

No. 7. ff. 39b16 - 39b34, 39a; 124a - 124b. *Maqālat al - Shaykh* **Abī Zakariyyā Yaḥyā b. ᶜAdī** *fī mā intazaᶜahu min kitāb al-samāᶜ al-ṭabīᶜī wa-ghayrihi li-Arisṭū* (A treatise by Abū Zakariyyā Yaḥyā b. ᶜAdī concerning what he has extracted from the *Physics* and other (works) of Aristotle).

The text of this essay by the celebrated logician of Baghdad (d. c. 975, *GAL*,GI, p. 207; SI, pp.342, 370) has been edited by *Türker*, based on MS Istanbul Üniversite Kütüphanesi ar. 1458, ff. 106a-108a. *Endress* (*Yaḥyā*, pp. 66-67) lists other MSS.

No. 8. ff. 63b-66a. An untitled set of topics on astronomy, by one **Muḥammad b. Manṣūr al- Marwazī** having the *kunya* **Abū ᶜAbdallāh** (cf. *GAS*, vol. 6, p.191).

There are thirteen routine questions, with answers, involving spherical astronomy. E.g.: in two localities of different latitude, the sums of the meridian altitudes of the first points of Capricorn and Cancer are the same. What is the latitude of each locality?

There follows a paragraph of problems on eclipses, without answers. The first question asks for the difference in immersion of a lunar eclipse as a function of local latitude. Either this is a trick question or the propounder was ignorant, for any lunar eclipse presents the same appearance at all locations.

The concluding paragraph is of questions concerning first visibility of the lunar crescent. The author seems to have commenced an explanation which terminates unfinished, followed by the colophon.

On f. 66a, written in vertical lines in the lower half of the folio, is a list of the "middle books" is astronomy, these to be studied before the Almagest but after Euclid's Elements.

No. 9. ff. 66 b - 72 a. *Risāla ᶜAbd al-ᶜAzīzb. ᶜUthmān* **al-Qabīṣī** *al-munajjim ilā al-amīr Sayf al-Dawla*, **fī imtiḥān al-munajjimīn mimman huwa muttasim bi-hādhā al-ism** (A letter by the astrologer al-Qabīṣī (d.356/967) to the prince Sayf al-Dawla, "On Putting to the Test Those Who are Called Astrologers").

Al-Qabīṣī (*DSB*, vol. 11, p. 226; *GAS*, vol. 6, pp. 208-210) addresses this to the Ḥamdānid governor of Aleppo. In a long-winded introduction the author

Patrologia graeca, X, col. 1137-1146). Gätje has edited two Arabic versions of the work (pp. 95-129) from several MSS. This copy, which he has not used in his edition, corresponds to what he calls the "longer version", though there are some textual differences.

Ullmann has recently described another copy of the longer version that occurs in a Lisbon MS (Academia das Ciências de Lisboa, Arabic MS V. 292, 60bll-63b) and has listed a substantial number of variations from Gätje's text.

For further bibliographical details concerning other editions and translations of this work, see *Gätje* (pp. 54-62) and *Ullmann*.

No. 4. ff. 21a - 35a. **Kitāb al-Fawz** (The Book of Attainment), **by Abū ᶜAlī Aḥmad b. Muḥammad Miskawayh** (d. 421/1030).

This work is not the *Kitāb al-Fawz al-akbar* (The Larger Book of Attainment), which Miskawayh promises to resume at the conclusion of the text; rather, it is the *Kitāb al-Fawz al-aṣghar* (The Smaller Book...), which has been printed twice: once in Beirut (1319/1901), and once in Cairo (1325/1907). Concerning the other writings of Miskawayh, see *GAL*, Gl, p. 342; Sl, p. 582.

No. 5. ff. 36a-37b, 40a - 62a. *Hādhā Kitāb Gharghūryūs usquf Nūsā al-maᶜrūf bi-***Kitāb al-Abwāb fī ṭabīᶜat al-insān wa-hiya thalātha wa-arbaᶜūn bāb** (This is the book by Gregory, the Bishop of Nyssa, known as the "Book of Chapters on the Nature of Man" (consisting of) 43 chapters.)

This work, *De natura hominis*, is not by the well-known Saint Gregory of Nyssa, but by his rather lesser known contemporary Nemesius of Emesa (fl. fourth century A.D.). (For details of how this misidentification occurred, see *Telfer*, pp. 203, 216-17). The edition of the Greek text is due to *Matthaei* (reprinted in Migne's *Patrologia graeca*, XL, col. 503-818), and the work has been translated into various languages. In particular, we should mention the English translation by *Telfer* and the recent edition of the Latin translation (due to Burgundio of Pisa) by *Verbeke & Moncho* (both of which see for information concerning Nemesius and for bibliography).

The Arabic text has not been handled with similar scholarly enthusiasm; it has yet to be edited. The translation is apparently due to Isḥāq b. Ḥunayn (see *Van Riet*, p. 255). This attribution does not occur in our particular MS. *Van Riet* has recently called attention to the need for a critical edition of the *Abwāb*, arguing that it contains important information on the transmission of Stoic ideas to Islamic civilization.

For other MSS, see *GCAL*, II, 130; also *Van Riet*, p. 255. For the table of contents, see the description by *Sbath* (MS 1010, vol. 2, pp. 128-9).

No. 6. f. 38a,b. **Maqālat al-lām. Sharḥ Thāmisṭyūs, tarjamahu Isḥāq b. Ḥunayn** (Book Λ Commentary by Themistius, translated by Isḥāq b. Ḥunayn).

And finally, back on f. 36a, a note states that in Muḥarram 1292 / February 1875 it was bought by Abū al-Ḥasan b. al-Sayyid Muḥammad Riḍwān al-Khurāsānī al-Mashhadī, from the estate of the "Sultan of India", the purchaser being a teacher in the shrine of the Imām Riḍā at Meshed in northeastern Iran.

The owner named in the next to the last paragraph above appears to have been a great-grandson of Muḥammad Shāh, the Mughal emperor (*Storey*, p. 1133, where his name and genealogy are given as Mīrzā M. Ḥ-Sh. b. Mīrzā M. Kāmbakhsh Bahādur b. Mīrzā M. Sulaimān-Shukōh b. M. Shāh).

Thus Ẓāhiriyya 4871 has an illustrious span: in time extending over seven centuries, and in space from Turkey in the west to India in the east, finally returning to safe haven in Damascus,.

5. *The Contents*

No. 1.ff. 5a-6b, 1a-4b. Al-Ṣuḥuf. In other manuscripts the title is *Al-Ṣuḥuf al-Yūnāniyya* (The Greek Epistles), Anonymous.

(A part of the first chapter *Al-Ṣaḥīfat al-gharrā'* is lost; f. 5al corresponds to p. 333.3 of Yaḥyā's edition .This disarranged copy is otherwise complete.)

This work of ethical exhortation has recently been published by ʿUthmān *Yaḥyā* (pp. 319-389), who claims that it had an indirect influence on Shihāb al-Dīn al-Suhrawardī. Yaḥyā used only MS Aya Sofya 2144 (ff. 65b-89a) for his edition, though other copies exist: Aya Sofya 2460,2 and Chester Beatty 4819,1 (ff. 1-16). *Kurd ʿAlī, Makhṭūṭ*, states that another copy of the work exists in the Ẓāhiriyya, but we have been unable to confirm this. The same volume of the same journal (pp. 41-43) contains an extract from this work ("Fī mukhāṭabat al-ghanīy").

No. 2. ff. 7b -19a. Al-Ārā' al-ṭabīʿiyya allatī tarḍā bihā al-falāsifa (Opinions on Natural Philosophy Accepted by the Philosophers).

This is the translation by Qusṭā b. Lūqā (ca. 205/820-300/912) of the *Placita philosophorum*. The work had usually been attributed to Plutarch until Diels in his *Doxographi graeci* (1879) showed it to have been composed by a certain Aëtius (1st or 2nd century A.D.).

Badawī, 1954 (pp. 89-188) originally published the work using this single manuscript. The excellent edition by *Daiber*, which includes a German translation and commentary, makes use of several other manuscripts.

No. 3. ff. 19b - 20b. **Nuskhat al-sabʿat abwāb allatī waḍaʿahā al-Ḥakīm fī ṣifat al-nafs** (A copy of "The Seven Chapters Set Forth by the Philosopher on the Character of the Soul").

According to *Gätje*, this pseudo-Aristotelian work is a rather free translation of the Syriac version of the Λόγος κεφαλαιώδης περὶ ψυχῆς πρὸς Τατιανόν by Gregorios Thaumaturgos (3rd century A. D.) (edition of the Greek text in Migne's

But at present the page on the right is blank, and there are only forty-there treatises in the volume. Evidently about half of the original has vanished, and the remaining folia have been rebound, out of order, for presumably f. 36a was the original title page.

That Baghdad was the place of origin is clear from the fact that the colophons of several treatises (e. g. Nos. 2, 4, and 19) give it as the place of copying.

Another note indicates that in the year 550/1155 a certain Haykal b. Faḍlallāh al-Ḥillī of Baghdad examined the volume, and a third states that in Shaᶜbān 777 / January 1376 it was purchased by Aḥmad b. Ḥasan al-Marḥā al-ᶜAlawī for thirty dīnārs.

The name of a subsequent owner, ᶜAlī b. ᶜAlī b. Ḥusayn b. al-Jammāl al-Jahīrī appears four times, thrice on f. 36a, and once on f. 107a, associated with the date 825 / 1422.

A note on f. 85 b states that a certain Aḥmad b. Ḥasan b. Ḥasan b. Ḥākim examined the manuscript in the year 856/1452.

The names of four additional readers appear, but without dates. They are:

1. Aḥmad b. Maᶜrūf b. Khalīfa b. Malik
2. Ismāᶜīl b. Muḥammad b. Ismāᶜīl al-Juwaynī
   (named on ff. 36a and 85b)
3. Muḥammad b. ᶜAlī b. Jahīr b. al-Jammāl (the son of ᶜAlī... al-Jahīrī ?)
4. Muḥammad al-Ḥijāzī

Thus far no evidence has been exhibited of its having left Baghdad, but one of the inscriptions on f. 36a, dated 13 Jumādā I, 919 / 17 July 1513, cites an owner in Constantinople, ᶜAbd al-Raḥmān b. ᶜAlī b. al-Mu'ayyad, a Ḥanafī jurist (*GAL*, G2, pp. 209, 227-8; S2, p. 319).

On the same folio a further displacement is indicated by a remark that Abū al-Fatḥ Muḥammad b. ᶜAbd al-Salām, the Mālikite muftī, presumably of Damascus, borrowed the book in 943/1536. The new location is confirmed by a statement that Maᶜrūf b. Aḥmad b. ᶜUmar purchased it in Damascus in the year given above. The volume changed hands again in 1075 / 1665, still in Damascus, when Ibrāhīm Amīn al-Fatawī bought it from the estate of Anīs Effendi. Another owner, in 1113/1701, was Muḥammad Tāj al-Dīn b. ᶜAbd al-Ḥusayn al-Qalᶜī (f. 36a).

The last four dates given above are all from f. 36a. However, on the present title page, f. la (hence written after the volume was rebound) is a statement to the effect that on 9 Shawwāl 1238 / 19 June 1823 the book was placed in the library (Persian *kitābkhāna*) of Mīrzā Muḥammad (?) Kay Ḥaydar-Shukōh Bahādur.

only one folio has survived, the total given, 14ff., can be used to estimate the length of the non-extant complete Arabic text of Themistius' commentary.

In the instances listed below in chronological order the scribe has given dates, hence some information concerning the original order of the treatises. When part or all of a work appears on a folio belonging to one which is dated, approximately the same date applies to both.

No. of Work	Title	Date	Folio	Remarks
5	De natura hominis (*al-Abwāb*)	550/1155	36a	
9	*Imtiḥān al-munajjimīn*	Beginning of Ramaḍān, 555/September, 1160	72a	Same date for No. 8
39	*Al-Madkhal ilā ʿilm al-manṭiq*	Dhū al-Ḥijja, 556/ October, 1161	128b	Copied in one evening
2	Placita (al-Ārā')	Beginning of Muḥarram, 557/ December, 1161	19a	Same date for No. 3
4	*Kitāb al-Fawz*	Beginning of Muḥarram, 557/ December, 1161	35a	
36	Alexander's *al-Fuṣūl*	End of Rabīʿ I, 557/ March, 1162	119a	Probably includes Nos. 28-35
37	Maximus	Beginning of Rabīʿ II, 557/March, 1162	123a	Probably includes Nos. 38 and 7
26	*Tajrīd*	End of Dhū al-Qaʿda, 557/ November, 1162	145a	
21	*Samt al-qibla*	557/1162	83a	Probably same date for No. 22
40	*Taqyīd ḥudūd al-manṭiq*	557/1162	132a	Perhaps should follow No. 39; same date as No. 41.
27	Alexander's *Mabādi' al-kull*	Dhū al-Qaʿda, 558/ October, 1163	112b	

So the copying of the collection spanned at least eight years, suggesting that it may have been done by the owner, slowly obtaining access to works he wished to have for himself.

4. *History of the Manuscript*

F.36a, the title page of *al-Abwāb*, is covered with over a dozen annotations in various hands (cf. *Ẓāhiriyya Catal.*, vol. 8, pp. 5-7). One of these states that, "This collection contains eighty works. The table of contents is on your right".

The second category is sharper, involving the exact sciences and technology, subdivided further into: mathematics (Nos. 18, 20, and 26), astronomy and astrology (Nos. 8, 9, 11, 16, 21, and 25), instruments (Nos. 10, and 12-15), optics (Nos. 19 and 22), and specific gravity (No.17).

All the works are from the *awā'il* (or, as some Muslims called them, the "foreign") sciences. Of those from the exact sciences, none are of fundamental importance, although several are of considerable interest. Some are of a preparatory nature. Thus, al-Nasawī's two works (Nos. 26 and 39) are introductions to geometry and logic, and Ibn Bahrīz states that his (No. 40) is to aid the student with the basic terminology of logic.

It looks as though the collection were assembled on behalf of a person whose primary or professional interests were humanistic, but who desired also a speaking acquaintance with scientific matters. This notion is reinforced by the fact that at least two of the people whose names appear on the title page were jurists.

3. *The Manuscript and the Copyist*

At present the volume has 146 folios, 17×26 cm., badly preserved, with ragged edges and some holes. There are usually 39 to 41 lines per page, although sometimes as many as 46. The hand is a cramped but legible *naskh*, frequently with dots left out, and normally no vocalization. Margins are narrow; the scribe squeezed in maximum words per page.

Although there is some variation in the handwriting, we believe the entire manuscript should be attributed to the same anonymous copyist, resident in Baghdad. He was conscientious, inserting numerous marginal corrections, and collating twelve of the surviving forty-three treatises (Nos. 1-5, 9, 11, 27, 31, 36, 37, and 41) with other copies. In the colophons of Nos. 4, 9, 21, and 40 he remarks that the version he is copying is bad (*saqīm*), and urges collation with other copies.

He names some of his predecessors, stating that for Nos. 19, 21, and 22 he is using the copy made by the Qāḍī ibn al-Murakhkhim. In turn, the latter used for No. 19 the copy of "al-ᶜAbd Ḥānī", and for No. 22 that of Ibn al-Haytham. No. 27 is from the hand of "Tumā", and No. 36 from al-Dimashqī, the translator of the work.

The Ibn al-Murakhkhim named above was for some time one of the great judges of Baghdad, and had amassed a large library. However, upon the accession of the Caliph al-Mustanjid in 555/1160 he was relieved of his post. His library was dispersed, and the philosophical works burned (See, e.g., Ibn al-Athīr, *al-Kāmil*, *S. a.* 555).

In a few cases the scribe has indicated the number of folios in a particular treatise, or set of treatises. In the case of No. 6, "The *Lām* Chapter," where

22	Proof the Heavens Are Not Completely Transparent	al- ʿAlāʾ b. Sahl	1	
23	Aphorisms	various authors	1	
24	Treatise on Good Manners	Ibn al-Muqaffaʿ	1	
25	Astrological History	al-Rāzī	1	
26	Kitāb al-Tajrīd (Geometry)	al-Nasawī	42	
27	Principles of the Universe	Alexander of Aphrodisias	11	*
28	A Moving Object	Alexander of Aphrodisias	1+	*
29	Species and Genus	Alexander of Aphrodisias	½	*
30	Happiness and Sadness	Alexander of Aphrodisias	½	*
31	Faculties and Stimuli	Alexander of Aphrodisias	½	*
32	Generation and Non-existence	Alexander of Aphrodisias	1	*
33	Form the Perfection of Motion	Alexander of Aphrodisias	½	*
34	Spiritual Forms Devoid of Matter	Proclus	½	*
35	Action and Motion	Alexander of Aphrodisias	1	*
36	Differentiating Between Genera	Alexander of Aphrodisias	8	*
37	On Maximus' Reduction of the Syllogism	Themistius	8	*
38	Questions to (or from ? Ibn Suwār		1 ½	
39	Introduction to Logic	al-Nasawī	8	
40	Definitions of Aristotelian Logic	Ibn Bahrīz	7	
41	Proofs that the Universe is Eternal	Proclus	3	*
42	Questions on Physical Matters	Proclus	2	*
43	Book on Theological Matters	al-Isfizārī	20	

Leaving out two sets of aphorisms (Nos. 23 and 24), we may put the remainder into two categories: *philosophical*, twenty-four; and *scientific*, seventeen.

Philosophy is here broadly conceived as including not only logic (Nos. 37, 39, and 40), but also physics, psychology, ethics, and theology (Nos. 1-7, 27-36, 38, and 41-43).

Smithsonian Institution, the Fulbright Commission, and the Fellowship Program of the American Research Center in Egypt.

2. *Contents of the Collection*

A good notion can be obtained of the range of subject matter by consulting the list below. It gives the title or topic, author, and approximate length of each of the forty-three treatises or parts of treatises remaining in the collection, in their present order. Asterisks denote those which have been published.

Nº	Title and/or Topic	Author	Length in pp.	Publ.
1	Al-Ṣuḥuf (ethics)	Anon.	12	*
2	Placita philosophorum	Aëtius	24	*
3	Seven Chapters ... on the soul	Gregorios Thaumaturgos	3	*
4	Kitāb al-Fawz	Miskawayh	28	*
5	De natura hominis	Nemesius of Emesa	48	
6	Commentary on Aristotle's Metaphysics	Themistius	2	*
7	On Aristotle's Physics	Ibn ʿAdī	3 ½	*
8	Questions on Astronomy	al-Marwazī	6	
9	Questions on Astrology	al-Qabīṣī	12	
10	A Rotating Sphera Solida	al-Khāzinī	3	*
11	Questions on Astrology	al-Khayyām	2 ½	
12	Construction of a Whistling Instrument	Apollonius	½	
13	An Instrument for Observing the Fixed Stars	Anon.	1	
14	An Observational Instrument	Anon.	1+	
15	The Hour Box (a clock)	Anon.	3	
16	(Planetary) Sizes and Distances	al-Ṣaghānī	3	
17	Specific Gravities of Alloys	Maḥmūd b. Abī al-Qāsim	1 ½	*
18	Two Geometric Problems	Anon.	½	
19	A Burning Instrument	al- ʿAlā' b. Sahl	2 ½	
20	Area of the Triangle	Abū al-Wafā' al-Būzjānī	1 ½	*
21	On Determining the Direction of Prayer	Naṣr b. ʿAbdallāh	1	

A Description of Ẓāhiriyya (Damascus) MS 4871: A Philosophical and Scientific Collection

Jamil Ragep* and E. S. Kennedy**

1. *Introduction*

The manuscript volume here described has already received considerable attention. The contents have been listed in Arabic in *Kurd ᶜAlī, Makhṭūṭ*, in *Badawī*, 1954, and in the *Ẓāhiriyya Catal.*, vol. 8. (Here and in the sequel, references in italics are short titles of items in the bibliography which follows the paper.) Twenty-two of the forty-three treatises which survive have been published. However, almost half of the forty-three are on scientific subjects, and until recently these have been ignored in favor of the philosophical material. It seemed worthwhile to survey the work done thus far, to indicate the contents of and assess those treatises as yet unpublished, to sketch the seven-century history of the volume, and to speculate concerning the motives of the unknown individual who selected these particular works for copying.

Section 2 below lists and classifies the components of the collection. Section 3 describes the manuscript as such, and Section 4 reconstructs its history. The concluding Section 5, by far the longest, lists each treatise separately, locating it in the manuscript. The length of the entry which succeeds depends upon whether or not the text has been published, and upon our estimate of its significance. In some cases tables of contents are given.

Our convention with dates is usually to give the Hijra, then the Christian, separated by a slash. Years and months in one calendar normally fall into two of the corresponding units in the other calendar. Here the Christian year or month cited is the one more nearly corresponding to the Hijra unit.

In an effort involving such divers fields, it was inevitable that the authors become essentially dependent upon assistance from friends and colleagues. Without implicating them in blunders committed by us we thank Professors Gerhard Endress, Josef van Ess, Dmitri Gutas, F. W. Zimmermann, A. I. Sabra, Aḥmad Harīdī, L. Richter-Bernburg, and Aron Zysow.

Part of the work for this study was done while both authors were at the American Research Center in Egypt, appointments made possible by the

* Department of the History of Science, Science Center 235, Harvard University, Cambridge, Mass. 02138, U. S. A.

** Institute for the History of Arabic Science, University of Aleppo, Aleppo, Syria

in *Proceedings of the Second International Symposium for the History of Arabic Science, Aleppo*, 1979.

Kunitzsch 3 P. Kunitzsch, "On the Authenticity of the Treatise on the Composition and Use of the Astrolabe Ascribed to Messahalla", *Archives Internationales d'Histoire des Sciences*, 31 (1981), 42-62.

Lane E. W. Lane, *An Arabic-English Lexicon*, 8 pts., London: Williams and Norgate, 1863, reprinted Beirut: Librairie du Liban, 1968.

Maher S. Maher, *al-Baḥrīya fī Miṣr al-islāmīya wa-āthāruha l-bāqiya* (*The Navy in Islamic Egypt and its Vestiges*) (Cairo: Dār al-Kātib al-ʿArabī, n. d. (1968?)).

Michel 1 H. Michel, "Méthodes de tracé et d'exécution des Astrolabes persans," *Ciel et Terre*, 57 (1941), 481-496.

2 , *Traité de l'Astrolabe* (Paris: Gauthiers-Villars, 1947).

Morley W. H. Morley, *Description of a Planispheric Astrolabe Constructed for Shah Sultan Husain Safawi* (London: Williams and Norgate, 1856), reprinted in *Gunther*, vol. I.

Mukhtār al-Ghāzī Aḥmad Bāshā Mukhtār, *Kitāb Riyāḍ al-Mukhtār: mirāt al-mīqāt wa'l-adwār* (Arabic trans. of the Turkish original), (Bulaq: al-Maṭbaʿa al-kubrā al-Amīrīya, 1306H (= 1888-89).

Neugebauer 1 O. Neugebauer, "The Early History of the Astrolabe", *Isis*, 40 (1949), 240-256.

Neugebauer 2 O. Neugebauer, *A History of Ancient Mathematical Astronomy*, 3 Pts. (Berlin-Heidelberg-New York: Springer Verlag, 1975).

Pines S. Pines, "The Semantic Distinction between the Terms *Astronomy* and *Astrology* according to al-Bīrūnī", *Isis*, 55 (1964), 343-349.

Renaud H. J. P. Renaud, "Additions et Corrections à Suter 'Die Mathematiker und Astronomen der Araber'", *Isis*, 18 (1932), 166-183.

Rosenthal F. Rosenthal, "al-Asṭurlābī and as-Samaw'al on scientific progress", *Osiris*, 9 (1950), 555-564.

Segonds A. P. Segonds, *Jean Philopon: Traité de l'Astrolabe*, Astrolabica 2 (Paris: A. Brieux 1981).

Sezgin F. Sezgin, *Geschichte des arabischen Schrifttums*. 7 vols. to date (Leiden: E. J. Brill, 1967, onwards).

Skeat W. W. Skeat, ed., *A Treatise on the Astrolabe addressed to his son Lowys by Geoffrey Chaucer, A. D.* 1391 (London: N. Trübner & Co., 1872).

de Slane MacG. de Slane, *Ibn Khallikān's Biographical Dictionary*, 3 vols. (Paris: no printing house mentioned, 1868).

Southgate M. S. Southgate, *Iskandarnamah: A Persian Medieval Alexander-Romance* (New York : Columbia University Press, 1978).

Steingass F. Steingass, *A Comprehensive Persian-English Dictionary* (London, 1892; reprinted Beirut : Librairie du Liban, 1975).

Steinschneider M. Steinschneider, *Die arabische Literatur der Juden* (1902; reprinted Hildesheim, 1964).

Storey C. A. Storey, *Persian Literature: a Bio-Bibliographical Survey*, 2. vols. (London: Luzac & Co., reprinted 1970-1972).

Suter H. Suter, "Die Mathematiker und Astronomen der Araber und ihre Werke", *Abhandlungen zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften*, 10 (1900).

Boilot D. J. Boilot. "L'Oeuvre d'al-Bīrūnī: Essai bibliographique", *Melanges de l'Institut Dominicain d'études orientales du Caire*, 2 (1955), 161-255, and "Corrigenda et Addenda," *ibid.*, 3 (1956), 391-396.

Brockelmann C. Brockelmann, *Geschichte der arabischen Litteratur*, 2 vols. (2nd ed.), (Leiden: E. J. Brill, 1943-49); Supplementbände: 3 vols. (Leiden: E.J. Brill, 1937-42).

Carmody F. J. Carmody, *The Astronomical Works of Thābit b. Qurra* (Berkeley and Los Angeles: University of California Press, 1960).

Cary G. Cary ,*The Medieval Alexander* (Cambridge: Cambridge University Press, 1956).

Chelkowski P. Chelkowski, "Niẓāmī's Iskandarnāmeh," *Colloquio sul Poeta Persiano Niẓāmī e la Leggenda Iranica di Alessandro Magno*, (Rome: 1975), pp. 11-53.

Dodge B. Dodge, ed. and trans., *The Fihrist of al-Nadīm*, 2 vols. (New York and London: Columbia University Press, 1970).

Dozy R. Dozy, *Supplément aux Dictionnaires Arabes*, 2nd ed., 2 vols. (Leiden: E.J. Brill and Paris, Maisonneuve Frères, 1927; reprinted Beirut: Libraire de Liban, 1968).

DSB *Dictionary of Scientific Biography*, 15 vols. (New York: Charles Scribner's Sons, 1970-1978).

EI₁ *Encyclopaedia of Islam*. 1st ed., 4 vols. (Leiden: E. J. Brill, 1913-34).

EI₂ *Encyclopaedia of Islam*, 2nd ed., 4 vols. to date (Leiden: E.J. Brill, 1960-1978).

Gandz S. Gandz, "The Astrolabe in Jewish Literature", *Hebrew Union College Annual*, 4 (1927), 469-486.

Gunther R. T. Gunther, *The Astrolabes of the World*, 2 vols. (Oxford: The University Press, 1932).

Ḥājjī Khalīfa Ḥājjī Khalīfa, *Kashf al-ẓunūn ᶜan asāmi l-kutub wa-l-funūn*, 2 vols. (Istanbul: Bahiya Press, 1941).

Hartner W. Hartner, "The Principle and Use of the Astrolabe" in *idem*, *Oriens-Occidens* (Hildesheim: Georg Olms, 1968), pp. 287-311.

Ibn Khallikān Ibn Khallikān ,*Wāfayāt al-aᶜyān* (Cairo, n. d.).

Ibn al-Nadīm Ibn al-Nadīm, *Kitāb al-Fihrist*, ed. G. Flügel (1871; repr. Beirut: Khayats, 1964).

Ibn al-Qifṭī Ibn al-Qifṭī, *Ta'rīkh al-ḥukamā'*, ed. J. Lippert (Leipzig: Dieterich'sche Verlagsbuchhandlung, 1903).

Kennedy See *al-Bīrūnī* 1 and 2.

al-Khwārizmī Abū ᶜAbd Allāh al-Khwārizmī, *Mafātīḥ al-ᶜulūm*, (Cairo: Maṭbaᶜat al-Sharq, 1342H)

King 1 D.A. King, *A Catalogue of the Scientific Manuscripts in the Egyptian National Library* (in Arabic), 2 vols. (Cairo: General Egyptian Book Organization, 1981-82(?)), and *A Survey of the Scientific Manuscripts in the Egyptian National Library* (in English), to be published by the American Research Center in Egypt with Undena Press.

King 2 D. A. King, "Ibn Yūnus and the Pendulum: a History of Errors", *Archives Internationales d'Histoire des Sciences*, 29 (1979), 35-52.

Krause M. Krause, "Stambuler Handschriften islamischer Mathematiker", *Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik, Astronomie, und Physik*, Abt. B, 3:4 (1936), 437-532.

Kunitzsch 1 P. Kunitzsch, "Mittelalterliche astronomisch-astrologische Glossare mit arabischen Fachausdrücken", *Sitzungsberichte der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, phil.-hist.Kl.*, 1977, 1-59.

Kunitzsch 2 P. Kunitzsch, "Observations on the Arabic Reception of the Astrolabe", to appear

(٣٢)

Extract from the travels of Chardin

Source: *Michel* 1, p. 485

Je viens à l'Astrolabe, & je dirai d'abord que ce nom vient d'Asterleb, terme Persan, qui veut dire lèvres des Etoiles; parce que c'est par cet Instrument que les Etoiles se font entendre. D'autres disent, qu'il faut prononcer Astir lab, c'est à dire, connaissance des Etoiles, & c'est comme les Persans apellent d'ordinaire cet Instrument-là; mais dans leurs livres & dans leurs leçons ils l'apellent Veza Kouré, mot abrégé de Veza el Kouré, qui signifie position de la Sphère, parce que cet Instrument & la projection des cercles de la Sphère est un plan. C'est sans doute de ce terme Veza el Kouré qu'est venu le terme barbare de Valzagore, qui se trouve dans Regiomontanus, & dans les auteurs qui l'ont devancé, pour signifier l'Astrolabe.

(٣٣)

قطعة من كتاب رياض المختار لاحمد باشا مختار

المصدر : مختار ، ص ٢٣٨

نبذة تاريخية في الاسطرلاب وشرح لفظه الاسطرلاب لفظ مركب من كلمتين لاتينيتين اسطر بمعنى كوكب وعلى الاصح جرم سماوي ولابيوم بمعنى لوحة او صفيحة وقد خفت الكلمة الثانية فصار الاسم اسطرلاب واستعملها بعضهم بدون تخفيف فقال اسطرلا بيوم وهو كما لا يخفى عبارة عن تسطيح هيئة الكرة السماوية على الواح صغيرة يمكن بواسطتها اجراء الحسابات المتعلقة بالاجرام السماوية واول من ابتكر هذه الآلة واشتغل بها هو بطلميوس الذي عاش بالاسكندرية في القرن الثاني من الميلاد ...

Bibliography of Published Material and Bibliographical Abbreviations

Awwad K. Awwad, "al-Asṭurlab wa-mā ullifa fīhi min kutub wa-rasā'il fī'l-ʿuṣūr al-Islāmīya", *Sumer*, 13 (1957), 154-178.

al-Bīrūnī Abū'l-Rayḥān al-Bīrūnī, *Tamhīd al-mustaqarr li-maʿna l-mamarr*, No. 3 in *Rasā'il al-Bīrūnī*, Hyderabad: Dā'irat al-Maʿarif al-ʿUthmānīya, 1948. Translation by M. Saffouri and A. Ifram, and commentary by E. S. Kennedy, *Al-Bīrūnī on Transits* (Beirut: American University of Beirut Oriental Series No. 32, 1959).

al-Bīrūnī 2 Abū'l-Rayḥān al-Bīrūnī, *Ifrād al-Maqal fī amr al-ẓilāl*, No. 2 in *Rasā'il al-Bīrūnī* (see above). Translation and commentary in E. S. Kennedy, *The Exhaustive Treatise on Shadows by ... al-Bīrūnī*, 2 vols. (Aleppo: Institute for the History of Arabic Science, 1976).

السلام لانه مستنبطه على ما قيل ثم فتحت لام الجر لمجاورة فتحة الهمزة بعدها وعلى [؟] كل فالاسطر جمع سطر اسم للرسوم التي فيه اي اسطر الفلك والحكيم فهو مركب اضافي نقل اسما للالة وتعرف فيه بمقتضى لغة العجم في المنقول بالجمع بين ال والاضافة وتسكين اخر كل من الجزئين لاكنه يستدعي ان يكون همزة اسطر مفتوحة ولا تسمعها في الكلام الا مضمومة منقولا ضمها للام قبلها الا ان يدعى التغيير المذكور فيه ايضاً على لغة من ذكر وحكى جماعة من المورخين ان اول من وضعه بطلميوس صاحب المجسطي وان سببه في وضعه انه كانت معه[3] فكرة فلكية وهو راكب فسقطت منه فداستها[4] دابة فخسفتها فبقت عن هيئة الاسطرلاب وكانت ارباب الرياضة يعتقدون وان هاذه الصورة لا ترسم الا في جسم كري على شكل الفلك فلما رءاه على تلك الصورة علم انه ترسم في السطح وتحصل منه مقاصد الكرة فوضع وتقدم بوضعه على جميع الرياضين ثم لم يهتد احد منهم الى انــه يتاتى المقصود مـــن الاسطرلاب في الخط حتى ظهر الشيخ شرف الدين الطوسي شيخ كمال الدين ابن يونس فوضع المضموم من الاسطرلاب والكرة خط على عصى وكان قد سهى في بعض المواضع فاصلحها الشيخ كمال الدين ابن يونس وهذبها لاكن الاستنباط للطوسي ...

٣– في الاصل : معود [!] ٤– في الاصل : فرامتها

قطعة من الشرح المختصر لمحمد بناني

المصدر : مخطوطة مكتبة محافظة الاسكندرية ، ٣٠٥٤ ج ، ق ٤ ظ

... والاسطرلاب قال ابن ابي الصلت الة يتوصل بها الى معرفة كثير من الامور النجومية التعليمية عـــلى اقرب طريق واقرب ماخذ واسمه عجمي معناه عندهم مقياس النجوم وقيل لاب اسم الفلك باليونانية وقيل اسم لمستنبط هاذه الآلة وفي حياة الحيوان للعلامة الدميري اسطرلاب بفتح الهمزة وسكون السين وضم الطاء معناه ميزان الشمس لان اسطر اسم الميزان ولاب اسم الشمس بلسان اليونان انتهى واول من وضعه بطلميوس وله مع وضعه قصة غريبة حكيناها في الشرح ...

حاشية أخرى للرسالة

المصدر : مخطوطة دار الكتب المصرية ميقات ٢١٣ ، ق ١ ظ

اسطرلاب معناه ميزان الشمس وقال كوشيار [١] يعني مرآة الشمس والاصح اسطر تصنيف ولاب ولد هرمس مصنفه يوناني

١- في الاصل : كشيار

(٣٠)

تعليق في هامش كتاب الاقنوم
لعبد الرحمن الفاسي

المصدر : مخطوطة دار الكتب المصرية ٣٦٦٤ج ، ق ١٧٩ ظ

الاسطرلاب بفتح الهمزة واسكان السين وضم الطاء ومعناه ميزان الشمس لان اسطر اسم للميزان ولاب اسم للشمس بلغة اليونان واول من وضعه بطلميوس بفتح الباء واللام واسكان الياء والطاء وضم الميم وله في وضعه قصة عجيبة

(٣١)

قطعة في الاسطرلاب من شرح منظومة عبد الرحمن الفاسي
في الاسطرلاب لمحمد بناني بن عبد السلام بن حمدون

المصدر : مخطوطة دار الكتب تيمور رياضة ١١٣ ، ص ٩ — ١٠

قال ابن ابي الصلت هو الة يتوصل بها الى معرفة كثير مـــن الامور النجومية التعليمية على اسهل طريق واقرب ماخذ فخرج بقوله على اسهل طريق الى[١] الات[٢] الصحيفتين الزرقالية والشكازية[٢] وربع دايرة ولفظه قيل كلمة اعجمية ومعناها عندهم قيل مقياس النجوم او ميزانها وقيل لاب اسم للفلك باليونانية وقيل اسم لمخترع هاذه الالة من متقدمي الحكما وقيل اصله لاب بلام الجر ولفظته اب وهي عندهم اسم للمعلم والمراد به ادريس عليه

١- في الاصل : الخ
٢ – ٢ – في الاصل : الصيحتين الزرفانية السالشكازيح [هكذا]

عن ابي نصر القمى [٥] انه قال ان لاب لما رسم [٦] الدواير الفلكية في سطح مستو سيل عنه هرمس بان يقول من سطر هـذا ويقول هو في جوابه [٧] سطره لاب [٧] ولهـذا سموه بالاسطرلاب ...

٥- ناقص في أ ٦- في ب : رسم من ٧ - ٧ - في أ : سطرلاب

(٢٩)

حاشية لرسالة في العمل بالاسطرلاب لمؤلف مجهول علق عليها اسحاق الزكالي (؟)

المصادر : أ مخطوطة دار الكتب المصرية طلعت ميقات ١٥٤ ، ١ ، ق ١ ظ
ب مخطوطة دار الكتب المصرية الزكية ٧٨٢ ، ٤ ، ق ١٤ ظ
ج مخطوطة دار الكتب المصرية ك ٣٨٤٤ ، ٢ ، ق ١٥ ظ

الاسطرلاب بالسين وعند البعض بالصاد وقال كوشيار الحكيم في بعض تصانيفه معناه ميزان الشمس ومن ثمة ظن البعض تركيبه مـن لفظة اسطر ولاب الاول بمعنى الميزان والثاني بمعنى الشمس وفي بعض تصانيف ابي ريحان [١] هو في لغة يونان اسطرلافون[٢] معناه مرآة الكواكب وبعضهم قال واحد الكواكب وقال بعضهم اسطر بمعنى التصنيف ولاب اسم ولد هرمس [٣] الحكيم وهو اول من اخترع الاسطرلاب وقيل اول من اخترعه بطلميوس نقل شارح مقامات الحريري عن ابي النصر القمى [٤] لما رسم لاب ولد هرمس[٥] دوائر الفلك في سطح مستو قال هرمس [٤] من سطر هذا قيل في جوابه لاب ومن ثمة قيل اسطرلاب هـذا ما ذكر في شرح الفارسي [٦] للرسالة الفارسية للنصير [٧] الطوسي اسحق الزكالي[٨] .

١- في ج : ركان
٢- في أ و ب و ج : اسطرلا نون
٣- في أ و ب و ج : هرميس
٤- في ا و ب و ج : العمى
٥- في ج : هرميس
٦- في ج : الفازي
٧- في أ و ب و ج : للنصر
٨- في أ : الرمحاني ، في ب ج : الركالي .

الطالع وسمت القبلة وعرض البلاد وغير ذلك او عن كيفية وضع الالة على ما بين في كتبه وهو من فروع علم الهيئة كما مر واصطرلاب كلمة يونانية اصلها بالسين وقد يستعمل على الاصل وقد تبدل صادا لانها في جوار الطاء وهو الاكثر يقال معناها ميزان الشمس وقيل مراة النجم ومقياسه ويقال له باليونانية ايضاً اصطرلافون واصطر هو النجم ولافون هو المراة ومن ذلك سمى علم النجوم اصطرنوميا وقيل ان الاوائل كانوا يتخذون كرة على مثال الفلك ويرسمون عليها الدوائر ويقسمون بها النهار والليل فيصححون بها المطالع الى زمن ادريس عليه السلام وكان لادريس ابن يسمى لاب وله معرفـة في الهيئة فبسط الكرة واتخذ هذه الآلة فوصلت الى ابيه فتامل وقال من سطره فقيل سطرلاب فوقع عليه هذا الاسم وقيل اسطر جمع سطر ولاب اسم رجل وقيل فارسي معرب من استاره ياب اي مدرك احوال الكواكب قال بعضهم هذا اظهر واقرب الى الصواب لانه ليس بينهما فرق الا بتغيير الحروف وفي مفاتيح العلـوم الوجه هو الاول وقيل اول من وضعه بطلميوس واول من عمله في الاسلام ابراهيم بن حبيب الفزاري ومن الكتب المصنفة فيه تحفة الناظر وبهجة الافكار وضياء الاعين

(٢٨)

قطعة من رسالة في الالات الفلكية لمنجمك

المصادر آ : مخطوطة دار الكتب المصرية ميقات **٧٣٥** ، **ق ١** ظ

ب : مخطوطة دار الكتب المصرية ميقات **٧٠** ، **ق ١** ظ

... المقالة الخامسة في رسم الالات الحادثة عن تسطيح الكرة كالاسطرلاب الشمالي والجنوبي والزرقاله والشكازية والارباع المستعملة بالخيط والمري مهدفـة وهي مشتملة على عدة ابواب الباب الاول في رسم الاسطرلاب وهو الة شريفة منسوبة الى اليونانيين واورد[١] كوشيار في بعض تصانيفه ان معناه ميزان الشمس ولهذا ظن ان اسطرميزان ولاب شمس وفي بعض تصانيف ابي الريحان اسمها اسطرلافون[٢] اي مراة النجوم ولهذا خرج [له][٣] حمزة الاصفهاني من الفارسية ستاره ياب وزعم بعضهم ان اسطر تصنيف ولاب اسم حكيم اخترع الاسطرلاب وهو ابن هرمس الحكيم كما حكى[٤] شارح المقامات الحريرية[٤]

١– في ب : اورد ٢– في أ و ب : اسطرلاقون ٣– ناقص في الاصل فانظر ملتقط رقم ٧ اعلاه ٤ – ٤ – في آ : شارح المقامات الحريري ، وفي ب : صاحب المقامات الحريرية

(٢٥)

فائدة في الاصطرلاب يقال انها نقلت من النفحة المسكية

المصدر : مخطوطة لندن المكتبة البريطانية اضافية ٩٥٩٩ ، ق ٧ و

فايدة اما بطلميوس الفالوذي فانه صنف كتاب المجسطي[١] بكسر الميم والجيم وتخفيف اليا كلمة يونانية معناها ... [؟][١] وهو اول من عمل الاصطرلاب وهو بفتح الهمزة وضم الطا قال[٢] كوشيار ابن لبان بن باشهري الجيلي ان الاصطرلاب كلمة يونانية معناها ميزان الشمس وقال بعض الحكما ان لاب اسم الشمس باليونانية[٣] اهـ من النفحة المسكية

١ – ١ – في الهامش ٢– في الاصل : هو (!) ٣– في الاصل : اليونان

(٢٦)

قطعة في الاصطرلاب من شفاء الغليل فيما في كلام من الدخيل لشهاب الدين الخفاجي

المصدر : مخطوطة دار الكتب المصرية مصطفى فاضل لغة ٢٠ ، ق ٧٥ ظ

... اصطرلاب م والالات التي يعرف بها الوقت اصطرلاب والطرجهاره وهي ، له مائية وبنكام وهي رملية وكلها الفاظ غير عربية ذكره في نهاية الارب ...

(٢٧)

قطعة من كشف الظنون لحاجي خليفة

المصدر : النص المطبوع في استانبول عام ١٩٤١ م ، المجلد الاول ، عمود ١٠٦ – ١٠٧

علم الاسطرلاب

هو علم يبحث فيه عن كيفية استعمال آلة معهودة يتوصل بها الى معرفة كثير من الامور النجومية على اسهل طريق واقرب ماخذ مبين في كتبها كارتفاع الشمس ومعرفة

(٢٤)

قطعة في الاسطرلاب من شرح على البرجندي على رسالة بيست باب لنصير الدين الطوسي

المصادر : أ مخطوطة دار الكتب المصرية طلعت مجاميع ٣٩٨ ، ٢ ، ق ٤ ظ

ب مخطوطة دار الكتب المصرية طلعت ميقات فارسي ٢ ، ٢ ، ق ٣١ و

ج مخطوطة دار الكتب المصرية س ٤٤٣٥ ، ق ٥ و

.. لغت اصل اسطرلاب بسين است وبعضى [١] انرا بصاد بدل كرده اند[٢] كوشيار در بعضى تصانيف خسود [٣] اورده است كه معنى او ترازوي [٤] آفتاب است [٥] واز اينجاست كه[٥] بعضى كمان برده اند كه اسطر ترازوست [٦] ولاب افتاب بود[٧] ودر بعضى [٨] تصانيف ابي ريحان مذكور[٩] است كه اصل او در لغت [١٠] يونان اسطرلابون [١١] است ومعنى او آينه' كواكب [١٢] ونزديكيست [١٢] باين آنجه بعضى آنرا [١٣] بستاره[١٤] ياب تفسير كردهاند وبعضى كفتهاند كه اسطر تصنيف است ولاب نام پسر هرمس حكيم است[١٥] كه تسطيح[١٦] اسطرلاب اختراع اوست وشارح مقامات حريرى از ابي نصر قمى نقل كرده [١٧] است كه جون لاب [١٨] ولد هرمس [١٨] دواير فلكى را در سطح مستوى رسم ساخت هرمس ازو سئوال كرد كه من سطر هذا ودر جواب كفت سطره لاب وبدين سبب انرا [١٩] اسطرلاب كفتند ...

١- في ج : وبعض ٢- في أ و ب : كنند ٣- في ج : خو
٤- في ب : ترازو ٥ - ٥ - في أ : واز ينجاست ، في ج : وازين است
٦- في ب : ترازو است ٧- ناقص في أ و ج ٨- في ب : بعض ، في ج : بعض نرر (؟)
٩- في أ و ج : مسطور ١٠-في أ و ب و ج : لغة
١١- في ج : اسطرلا بو ١٢ - ١٢ - في أوج : نزديك است ١٣- في ب : اورا
١٤-في ج : ستاره ١٥- ناقص في أ و ب ١٦- ناقص في أ و ج
١٧- في أ و ج : آورده ١٨ - ١٨ - ناقص في ب و ج ١٩- في ب : اورا

(٢٠)
قطعة من اول رسالة في العمل بالاسطرلاب لشرف الدين الخليلي

المصدر : مخطوطة استانبول فاتح ٥٣٩٧ ، ق ٦٥ ظ

... الاسطرلاب لفظ اعجمي معناه مقياس النجوم وقيل ميزانها او مرآتها ...

(٢١)
قطعة من رسالة في العمل بالاسطرلاب الاكري لمؤلف مجهول

المصدر : مخطوطة استانبول حامدية ١٤٥٣ ، ق ٢١٣ ظ

... الاسطرلاب لفظة اعجمية تفسيرها [١] مرآة النجوم وقيل ميزان الشمس ...

١- في الاصل : تفسر

(٢٢)
قطعة من حياة الحيوان للدميري

انظر ٣٢

(٢٣)
فائدة عن لاب من القاموس المحيط لمجد الدين الفيروزابادي

المصادر : أ : مخطوطة دار الكتب المصرية لغة ٣٤ ، باب الباء ، فصل اللام
ب : مخطوطة دار الكتب المصرية مصطفى فاضل هيئة ١ ، ق ١ و

... واللاب [١] بالنوبة[٢] ورجل[١] سطر اسطرا [٣] وبنى عليها حسابا فقيل اسطرلاب ثم مزجا ونزعت الاضافة فقيل الاسطرلاب[٤] معرفة والاصطرلاب لتقدم السين على الطاء ...

١ - ١ - في ب : اسم رجل ٢- اي في بلد النوبة (؟) ٣- في ب : سطرا ٤- في ب : الاسطر اللاب

(١٦)
قطعة من مقدمة مقاصد ذوي الالباب في العلم بالعمل بالاصطرلاب لابي علي الفارسي

المصدر : مخطوطة دار الكتب المصرية قوله ميقات ٢ ، ١ ، ق ٢ ظ

... الفصل الاول في التسمية اسطرلاب اسم مركب يوناني فأُسْطُر اسم للشمس ولاب اسم للميزان وقيل اسم المراة فمعناه حينئذ ميزان الشمس او مراة الشمس اذيجرزون تقديم المضاف اليه على المضاف عند التلفظ بها وعن العرب ان اسطر بفتح الهمزة جمع سطر عملها لاب وهو ابن ادريس عليه السلم على هذه الالة فصار مجموع الاسمين علما على هذه الآلة ...

(١٧)
قطعة من كتاب نهاية الارب للنويري

انظر ٢٦ ادنـــــاه

(١٨)
قطعة من رسالة في العمل بالاسطرلاب للمزي

المصدر : مخطوطة استانبول فاتح ٥٣٩٧، ٢٥ ، ق ١٩٥ ظ

... الاسطرلاب وهي لفظة يونانية فهم منها انه ميزان للشمس وبالجملة هو آلة يتوصل بها الى معرفة كثير من الاعمال النجومية التعليمية من غير الخمسة المتحيرة باسهل طريق و اقرب ماخذ .....

(١٩)
قطعة من تحفة الطلاب في العمل بالاسطرلاب لمؤلف مجهول

المصدر : مخطوطة استانبول فاتح ٥٣٩٧ ، ٢٤ ، ق ١٩٠ و

... اما الاسطرلاب فهي لفظة يونانية فهم منها انه ميزان الشمس واما لاب فهو رجل حكيم قد سطر هذه الاسطر فسمى بها اسطرلاب وبالجملة هو آلة يتوصل بها الى معرفة كثير من الاعمال باسهل طريق واقرب ماخذ ....

(١٣)

قطعة من رسالة مغربية او اندلسية مجهولة المؤلف

المصدر : مخطوطة دار الكتب المصرية ميقات ١١٦٩ ، ٦ ، ق ٤٥ و

... الاسطرلاب وهي كلمة يونانية واصلها اسطرلابول [!] ومعنى الامر ذات النجوم حذف ما بعد الباء للتخفيف ...

(١٤)

قطعة من رسالة في الاسطرلاب لموسى بن ابراهيم

المصدر : مخطوطة نيويورك كولومبيا ٢٨٥ ، ١ ، ق ١ ظ

... الاستطرلاب [!] ومعناه باليونانية اخذ ارتفاع الكوكب لان اسطر في اللغة كوكب والاخذلات [!] وقال بعض ان معناه ميزان الكوكب و هو منسوب الى بطلميوس ..

(١٥)

قطعة من ملخص الالباب في العمل بالاسطرلاب لابن جماعة الكناني

المصدر : مخطوطة دار الكتب المصرية مصطفى فاضل ميقات تركي ٦ ، ١ ، ق ١ ظ

... الباب الاول معنى لفظ الاسطرلاب الاسطرلاب لفظ عجمي معناه باليونانية مقياس النجوم وقيل معناه ميزان الشمس ويجوز بالسين والصاد وقيل اصله الاسطرلاقون واسطر هو النجم ولاقون هو المراة ومعناه مراة النجوم ثم عرب فقيل اسطرلاب واما قول بعضهم ان لاب اسم رجل واسطر جمع سطر مضاف اليه[١] فلا يعتمد (؟)[١] عليه لانه اسم اعجمي فاشتقاق معناه من العربية بعيد ...

١ — ١ — في الاصل : في لا يعرج

(١٢)

قطعة من كتاب وفيات الاعيان
لابن خلكان

المصدر : النص المطبوع (القاهرة بلا تاريخ) ، المجلد الثاني ، ص **١٨٤ – ١٨٥**

ابو القاسم هبـــة الله بن الحسين ...
المنعوت بالبديع الاسطرلابي الشاعر المشهور
احـــــــد الادبـــــــاء الفضـــــــلاء

... والاسطرلابي بفتح الهمزة وسكون السين المهملة وضم الطاء المهملة وبعدها راء ثم لام الالف ثم باء موحدة هذه هي[١] النسبة الى الاسطرلاب وهو الآلة المعروفة قال كوشيار بن لبان بن باشهري الجيلي صاحب كتاب الزيج في رسالته التي وضعها في علم الاسطرلاب ان الاسطرلاب كلمة يونانية معناها ميزان الشمس وسمعت بعض المشايخ يقول ان لاب اسم الشمس بلسان اليونان فكانه قال اسطر الشمس اشارة الى الخطوط التي فيه وقيل ان اول من وضعه بطلميوس صاحب المجسطي وكان سبب وضعه له انه كان معه كرة فلكية وهو راكب فسقطت منه فداستها دابته فخسفتها فبقيت على هيئة الاسطرلاب وكان ارباب علم الرياضة يعتقدون ان هذه الصورة لا ترسم الا في جسم كري على هيئة الافلاك فلما رآه بطلميوس عـــلى تلك الصورة علم انه يرتسم في السطح ويكون نصف دائرة يحصل منه ما يحصل من الكرة فوضع الاسطرلاب ولم يسبق اليه وما اهتدى احد من المتقدمين الى ان هذا القدر يتأتى في الخط ولم يزل الامر مستمراً على استعمال الكرة والاسطرلاب الى ان استنبط الشيخ شرف الدين الطوسي المذكور في ترجمة الشيخ كمال الدين بن يونس رحمهما الله تعالى وهو شيخه في فن الرياضة ان يضع المقصود من الكرة والاسطرلاب في خط فوضعه وسماه العصا وعمل له رسالة بديعة وكان قـــد اخطأ في بعض هذا الوضع فاصلحه الشيخ كمال الدين المذكور وهذبه ...

١– ناقص في الاصل

يظهر فيه [١٢] الكواكب [١٣] ويجوز قلب [١٣] السين صادا لمجاورة الطاء لتعرب مخرجهما [١٤] [١٥] انتهى من شرح مقامات الحريري [١٥]

١٢- في أ : في ١٣-١٣- في أ : وقلب ١٤- في ب : مخرجا هما
١٥-١٥- في أ : به (؟) شرح المقامات

فائدة في الاسطرلاب يقال انها منقولة من شرح مقامات الحريري للمطرزي

المصدر : مخطوطة دار الكتب المصرية طلعت ميقات ٢٥٥ ، **ق ٢ ظ**

اسطرلاب كلمة يونانية ومعناه ميزان الشمس عن ابي الحسن وقال ابو ريحان هو آلة اليونانيين اسمها اصطرلابون اي مراة [١] النجوم ولهذا خرج [له] [١] أ حمزة الاصبهاني من الفارسية انه [٢] ستاره‌ياب [٢] وعن ابي نصر [٣] ان العلماء الاولين كانوا اتخذوا [٤] كرة على مثال الفلك يتحرك على قطبين عليها دواير عظام كانوا يقيسون [٥] بها الليل والنهار ويصححون بها الطالع الى أيام أدريس [٦] عليه السلام [٧] وكان له ابن يقال له لاب له معرفة حسنة في هيئة [٧] الفلك فبسط الكرة واتخذ هذا الاسطرلاب وانفذه الى ابيه فقال من سطره فقيل سطره لاب فوقع عليه هذا الاسم والاول اصح والاصل فيه السين والصاد ابدل منه لمكان الطاء مقدمة شرح مقامات الحريري لناصر [٨] بن ابي المكارم بن علي المطرزي .

١- في الاصل : مرات ١ أ ناقص في الاصل فانظر ملتقط رقم ٧ اعلاه
٢-٢- في الاصل : ستارة باب ٣- في الاصل : عمر ٤- في الاصل : تخذوا
٥- في الاصل : يقسمون ٦-٦- في الاصل : ع م ٧- في الاصل : هية (؟)
٨- في الاصل : ناصر

(١١)

قطعة من مقدمة الرسالة في عمل الاسطرلاب المسرطن لابي نصر احمد بن زرير

المصدر : مخطوطة ليدن ٥٩١ ، **ق ٣٢ ظ**

... ان الاسطرلاب كلمة يونانية وهي آلة شريفة وميزان الشمس تحـــوي على اكثر الاعمال النجومية بالقوة وكانت تحويهـــا بالفعل لو امكن ان تنقسم دوايرها الى الدقايق والثواني ...

الكتب في تسطيح الكرة تسطيح الكرة لبطليموس والفرغاني واحسنها استيعاب الوجوه الممكنة [16] في صنعة الاسطرلاب للشيخ الامام ابي الريحان محمد بن احمد البيروني [16] ...

١٦ – ١٦ – في الاصل : للشيخ الامام ابي الريحان محمد بن احمد في صنعة الاسطرلاب البيروني [!]

(٩)

قطعة من رسالة في العمل بالاسطرلاب [للزرقاله]

المصدر : مخطوطة استانبول ايا صوفيا ٢٦٧١ ، **ق ١٣٣** ظ

... اعلم ان اسم الاسطرلاب لفظة يونانية ترجمتها اخذ الكواكب وذلك لانه يوخذ به[1] ان ما يطلب علمه من مواضع الكواكب ويذكر بطلميوس انه كالكرة قد بسطت فصير مركزه[2] قطبها الظاهر ...

١– ناقص في الاصل
٢– في الاصل : مركز

(١٠)

فائدة في الاسطرلاب

منقولة من شرح مقامات الحريري لشارح مجهول

المصادر : أ : مخطوطة دار الكتب المصرية مصطفى فاضل هيئة ١ ، ق ١ و
ب : مخطوطة دار الكتب المصرية تيمور حكمة ١٥ ، **ص ١٣٧**

الاسطرلاب [1] مقياس النجوم والشمس يعنى شيء[2] ينظر فيه ويعرف به[2] سير الكواكب والشمس واول [3] من وضع[4] هذا الشيء لاب وهو اسم [5] ابن[6] ادريس[7] عليه السلام [7] فلما صنع هذا الشكل وجيء به الى ادريس [8] عليه السلام [8] قال [9] من سطر هذه [10] الاسطر قيل له لاب فاضيف الى لاب وقيل فارسي معرب اصله بالفارسية [11] ستاره ياب [11] يعنى

١– في ب : اسطرلاب
٢ – ٢ – في ب : يعرف فيه
٣– في ب : أول
٤– في ب : صنع
٥ – في ب : رسم
٦– في أ : لا بن
٧ – ٧ – في ب : ع م
٨ – ٨ – ناقص في ب
٩– في أ و ب : فقال
١٠– في ب : هذا
١١ – ١١ – في أ : ستاره ثاب ، وفي ب : ستاره

الا من احكم امر الفلسفة وعلا فيها والثاني ان يضعوه بالكشف والبيان ارادة لشرحه وبسطه واظهار علله وذكر ان الاسطرلاب محدود بثلاثة حدود لا يكون الا منها الارثماطيقي وهو معرفة حساب الاعداد وخواصها والثاني معرفة الهندسة وهي المسح بالقسي والاوتار المثلثة والمربعة الى المعشرة والمناسبات وما جرى مجراها والاسطرنوميا[٦] وهو معرفة ما يشتمل عليه الزيجات من معرفة حركات الكواكب بمراكز تداويرها واركانها واختلاف صعودها وهبوطها ورجوعها واستقامتها وابطايها وسرعتها في سيرها واخذها في العرض وغير ذلك مما يشتمل عليه الزيجات قال وهذا كله معروف موجود في الاصطرلاب ويسمى ذات الصفايح لاشتماله عليها وذكر ان علة تسطيح ابرخس للمسطح هو ان الفلك المستوى المعبر عنه بدايرة معدل النهار في الكرة وفي الاسطرلاب المسطح هو المشتمل على اجزاء الحجرة[٧] من الام والفلك المايل ما اشتمل من الكرة على البروج واجزايها وفي الاسطرلاب المسطح هو منطقة فلك البروج من الشبكة والفلك المايل في الطبيعة مثل المستوى ولكن اختلاف اقطارها خالف بينهما ويميل مركز احدهما عن مركز الاخر بقدر الميل الاعظم وهو في الكرة من جهة الشمال والجنوب فاراد ابرخس ان يصير[٨] الميلين في جانب واحد واختار وضعه شمالياً لانه الموضع العامر من الارض فجمع المسطح ما في البيضة من الفلكين المستوى والمايل وقد قام البرهان الهندسي انه لا يمكن ان يوجد اسطرلاب يودي للاعمال الحسابية التعليمية على غير الوصفين الاصليين[٩] الشمالي[١٠] والجنوبي وان جميع الاوضاع على اختلافها لا تخرج عنها وانما تختلف صور اجناسها من اختلاف التركيب من هذين الاصلين وسمى كل من الوضعين باسم جهة [١١] القطب الظاهر في عرض الاسطرلاب ومقنطراته من دواير موازية للافق ونقطة سمت الراس مركزها في الكرة وانما اختلفت مراكزها في نوعي المسطح للتسطح وحدبة [١٢] قوس الافق الشمالي الى ما يلي اسفل الاسطرلاب وافق الجنوبي بالعكس ومقنطرات احدهما يخالف اشكال المقنطرات الاخر لمقنطرة عرض الصفيحة في الجنوبي تكون خطا مستقيماً ثم يعود وضع المقنطرات الى خلاف وضع الاول [١٣] فتكون حدباتها الى ما يلي الشمال عكس المقنطرات الى خلاف الوضع الاول [١٣] فتكون [١٤] حدباتها الى ما يلي الشمال عكس المقنطرات دون عرض البلد الى[١٥] ......[١٥] ومن جيد

٦- في الاصل : والاسطرلاب وبرميقا
٧- في الاصل : الكرة الحجرة ، وكلمة الكرة مشتوية
٨- في الاصل : يصر
٩- في الاصل : الاصلين
١٠- في الاصل : الشمال
١١-هذه الكلمة غير واضحة في الاصل
١٢- في الاصل : وحدبه
١٣ - ١٣ - مكرر ومشتوب
١٤- في الاصل : فيكون
١٥ - ١٥ - في الاصل بياض

قطعة من مقدمة رسالة في استعمال الاسطرلاب للبيروني

المصدر : مخطوطة باريس ٢٤٩٨، ١، ق ١ظ – ٢ و

... وما عثرنا لاحد من القدماء على كتاب في استعمال الاسطرلاب غير كتاب[١] ابيون البطريق[١] في العمل في الاسطرلاب المسطح افرازا له في التنقيب عن الاسطرلاب الكري واشتمل كتابه هذا على مائة وسبعة وخمسين بابا اذا حصلت بالتهذيب ونقحت عن زوايد التقريب نقصت عدتها شيئا كثيراً على ان ابوابه في الكتاب ناقصة عما يضمنه الفهرست من الاعداد واعماله في بعضها ميسرة لقصور الترجمة عنها وفساد الاصل المنقول وثابت بن قرة اما انه تولى الترجمة واما انه اصلح منه ما امكن عند المطالعة ...

١ – ١ – في الاصل : اهون الطريق [! !]

(٨)

قطعة من اول مقدمة المقياس المرجح في العمل بالاسطرلاب المنسوب الى ابي ريحان البيروني

المصدر : مخطوطة دار الكتب المصرية طلعت ميقات ١٥٥ ، ١ ، ق ١ ظ – ٢ ظ

بسم الله الرحمن الرحيم وبه نستعين المقياس المرجح في العمل بالاسطرلاب المسطح رهو مقدمة ومقالتان وكل اسم[١] السين فيه اصل وفيه طاء كالصراط والاصطرلاب او خاء كمسخرات او عين كمسعنة اوقاف كصندرق فانه يجوز فيه السين والصاد والاصطرلاب اسم عجمي واستشقاق[٢] معناه من العربية بعيد وذكر ابو الحسن ثابت بن قرة في العمل بالاسطرلاب له ان ابرخس وهو قبل بطلميوس وضع الاسطرلاب وسطحه على مثل ما وضعه لاب بعد ان كان كريا وان الذي دعاه الى ذلك انه رأى الكرة[٣] كثيراً عناوها قليلا نفعها[٣] فاراد ان يضع الة قريبة يسيرة جامعة لكثير من الاعمال يوضح بها ما غمض في الآلة المقبية الكرية وذكر انه كان من عادة الحكما اذا[٤] ارادوا[٥] وضع كتاب ان يضعوه على وجهين احدهما ان يضعوه بالغامض في العلم والرمز في القول الذي لا يدركه

١ – كلمة اسم مكررة في الاصل والثانية مشتوية ٢ – في الاصل : واشتقتاق
٣ – ٣ – هكذا في الاصل ٤ – في الاصل : انهم ذا ، مصلح الى : اذا ٥ – في الاصل : ارادو

(٦)

قطعة من كتاب الموازنة لحمزة الاصفهاني

انظر ٧ ادناه

(٧)

قطعة من كتاب التفهيم لصناعة التنجيم لابي الريحان البيروني

المصدر : مخطوطة لندن المكتبة البريطانية ٨٣٤٩ (كما طبعت في النص المطبوع ، لندن ، ١٩٣٤ م ، ص ١٩٤)

ما اصطرلاب هو آلة لليونانيين اسمها اصطرلابون اي مراة النجوم ولهذا خرج له حمزة الاصفهاني من الفارسية انه ستاره ياب [١] ...

١- في الاصل : بشاره باب

قطعة في معني الاسطرلاب من افراد المقال في امر الظلال للبيروني

المصدر : النص المطبوع (حيدراباد ، ١٩٤٨ م) ، ص ٦٩ ، مع تصليحات كنيدي في ترجمته (حلب ، ١٩٧٦ م) ، ص ١١١

... قد ذكر حمزة الاصفهاني في كتاب الموازنة ان الاسطرلاب لفظة فارسية قد عربت فانها ستاره [١] ياب اي مدرك النجوم وممكن ان يكون هذا اسمه عند الفرس اما مشتقا من الفعل الخاص به واما معربا من اليونانية كتعريب الفارسية فان أسمه باليونانية اسطرلابون [٢] واسطر هو النجم بدليل ان علم الهيئة يسمى عندهم اسطرونوميا وصناعة احكام النجوم اسطرولوجيا [٣] وهو آلة وجدنا لهم في صنعتها والعمل بها كتبا قديمة ولم نجد لغيرهم فيها شيئاً وان كان عندهم منقولا منهم واهل المشرق لا يعرفون الاسطرلاب ولا يهتدون لغير استعمال الظل بدله ...

١- في النص المطبوع : اشاره ٢- في الاصل المطبوع : اسطرليون ٣- في النص المطبوع : اسطرلوخيا .

ص ٢٧٣ :

الفـــــزاري

... وهو اول من عمل في الاسلام اسطرلابا وعمل مبطحا ومسطحا وله من الكتب ... كتاب العمل بالاسطرلاب وهو ذات الحلق كتاب العمل بالاسطرلاب المسطح ...

ص ٢٨٤ :

الكلام على الآلات وصناعها

كانت الاسطرلابات في القديم مسطحة واول من عملها بطلميوس وقيل عملت قبله وهذا لا يدرك بالتحقيق واول من سطح الاسطرلاب ابيون البطريق وكانت الآلات تعمل بمدينة حران ومن ثم تشتتت وظهرت ولكنها زادت واتسع للصناع العمل في الدولة العباسية منذ أيام المأمون الى وقتنا هذا فان المأمون لما اراد الرصد تقدم الى ابن خلف المروروذي فعمل له ذات الحلق وهي بعينها عند بعض علماء بلدنا هذا وقد عمل المروروذي الاسطرلاب ...

قطعة من كتاب تاريخ الحكماء
لابن القفطي

المصدر : النص المطبوع ، (ليبزيج ، Leipzig ، ١٩٠٣) ، ص ٧١

انبـــــون

البطريق حكيم رياضي مهندس عالم بصناعة الآلات الفلكية كان في حدود مبدأ الاسلام قبله او بعده فمن تصنيفه كتاب العمل بالاسطرلاب المسطح ...

(٥)

قطعة من مقدمة كتاب الاصطرلاب لكوشيار بن لبان

المصدر : مخطوطة باريس المكتبة الاهلية عربي ٢٤٨٧

... الاسطرلاب كلمة يونانية واشهر ما قيل في معناه ميزان الشمس ...

حسنة [9] في هيئة [10] الفلك فبسط الكرة واتخذ هذا الاسطرلاب الذي في ايدي الناس وانفذه الى ابيه ادريس فاخذه [11] ادريس وتامله [11] وقال هذا مـــن سطره [12] فقيل [13] له هذا اسطرلاب [13] فوقع عليه هذا الاسم واستعمله [14] الناس من بعده [15] وللاسطرلاب قطاع [15] كثيرة انا اذكرها هنا اسم [16] كل قطعة منها ...

١٠– في ب : هية ١١ – ١١ – في ب : وتامله ادريس ١٢– في أ : اسطره
١٣ – ١٣ – سطره لاب ١٤– في أ و ب : واستعملوه
١٥ – ١٥ – في ب : وايضا يقال ان الاسطر بلسان الروم هو الميزان واللاب الشمس فسموه اسطرلاب اي ميزان الشمس والاسطرلاب [كذا] اقطاع ١٦– ناقص في أ

(٣)
قطعة من مفاتيح العلوم لابي عبد الله الخوارزمي

المصدر : النص المطبوع (القاهرة ، ١٣٤٢ هـ) ، ص ١٣٤

... الاصطرلاب معناه مقياس النجوم وهو باليونانية اصطرلابون واصطر هو النجم ولابون هو المرآة ومـــن ذلك قيل لعلم النجوم اصطرنوميا وقد يهذي بعض المولعين بالاشتقاقات في هذا الاسم بما لا معنى له وهو انهم يزعمون ان لاب اسم رجل واسطر جمع سطر وهو الخط وهذا اسم يوناني اشتقاقه من لسان العرب جهل وسخف ...

(٤)
قطع من كتاب الفهرست
لابن النديم

المصدر : النص المطبوع (١٨٧١ م)

ص ٢٧٠ :

ايون البطريق

واحسبه قبل الاسلام بيسير او بعده بيسير وله من الكتب كتاب العمل بالاسطرلاب المسطح..:

Appendix

Arabic and Persian Texts

Note: The texts are numbered according to the numbers assigned to the authors in the main part of the paper.

(١)

قطعة من كتاب العمل بالاصطرلاب
المنسوب الى ما شاء الله

مترجمة من النص اللاتيني (انظر اعلاه)

... [اصطرلاب اسم يوناني معناه اخذ الكواكب] ...

(٢)

قطعة من كتاب المدخل الى علم النجوم
لابي نصر القمي

المصادر : أ مخطوطة دار الكتب المصرية طلعت ميقات ٢٢٢ ، ق ١١٥ و – ١١٥ ظ
ب مخطوطة استانبول فاتح ٤٣٢٧ ، ق ٤٤ و

... الفصل الثاني من المقالة الثالثة في ذكر الاصطرلاب[١] واسم كل قطعة منه[٢] وما فيه من الخطوط والمقنطرات والدواير والاقسام كان العلماء الاولون اخذوا[٣] كرة على مثال الفلك تتحرك على قطبين وركبوا عليها عنكبوتا عليه[٤] منطقة فلك البروج وعلى الكرة الدوائر العظام مثال دواير الارتفاع ودواير الافق ودواير نصف النهار ودايرة[٥] معدل النهار وغيرها من الدواير وكانوا يقيسون[٦] بها النهار والليل ويصححون[٧] بهـا الطالع الى ايام ادريس النبي[٨] عليه السلام وكان لادريس ابن يقال له لاب وله[٩] علم جليل ومعرفة

١– في ب : الاسطرلاب ٢– في أ : منها ٣ – في ب : اتخذوا
٤– في ب : عليها ٥– في ب : دواير ٦ – في أ : يقيسوا ، في ب : يقسموا ٧– في أ : ويصححوا ، في ب : ويصححون ٨ – ناقص في أ
٩ – ٩ – في ب : معرفة حسنة

Persian text[1] contains legends about Alexander and is stated to be taken from a work entitled *Sharafnāma* by Ibrāhīm Fārūqī, and I have been unable to identify the author, or the relation of the work to the medieval Islamic folklore on Alexander.[2]

The text translates as follows:

"A first story: Alexander commanded all the sages to construct something so that it would remain in the world as a memorial to him. So Aristotle constructed an astrolabe which elucidated the secrets of the spheres for all the sages. It is the balance of the sun, which is called in Greece *asṭar-tarāzū* or *lāb-i āftāb*. Some said that Lāb is the name of another sage who by the request of Alexander constructed the astrolabe. Another opinion is that Lāb is the name of the son of Aristotle who is the astrolabe-constructor. According to the fourth story Lāb is the name of a son of Idrīs – blessings and praise be upon him – who had the greatest skill in the knowledge of science, and he made the astrolābe with the greatest excellence. But the first story is the most correct. It is also called *asṭurlāb* and *sṭrulāb* and *ṣṭurlab* and *ṣulāb*. Taken from the *Sharafnāma* of Ibrāhīm Fārūqī".

1. I am grateful to Prof. E. S. Kennedy of the Institute for the History of Arabic Science in Aleppo and to Prof. Peter Chelkowski of New York University for reading and translating this text.

2. On the Alexander legends in general see the article "*Iskandarnāma*" in EI_2 by A. Abel. Ibrāhim Fārūqī is not mentioned in *Storey*, and no such references to Aristotle and the astrolabe are contained in such basic works on the medieval Alexander legends as *Southgate* and *Cary*. The astrolabe is mentioned in the Iskandarnāmeh of Niẓāmī (*c.* 1175): in a decisive battle against the Russians Alexander is guided by the calculations of an astrolabe (*Chelkowski*, p. 38).

Conclusion

The extent to which such popular etymologies gained acceptance in informed Muslim circles is revealed in the entry for *Lāb* in Steingass' *Persian-English Dictionary*, published in 1892.[1] Steingass lists the following meanings for *lāb*: "the sun; request; supplication; name of the son of Idrīs; also of the inventor of the astrolabe; or of the son of a Greek King of the name of Istar(?)". In the last meaning given Istar is probably a corruption of *asṭur*. With the identification of *Lāb* as the son of *Asṭur* we should bring this survey of medieval notions about the origin of the Arabic term *asṭurlāb* to an end.

1. *Steingass*, p. 1110. The article *asṭurlāb* in Lane's *Arabic-English Lexicon*, published in 1863, is based on the remarks of al-Nuwayrī and al-Fīrūzābādī (nos. 17 and 23). Cf. *Lane*, I, 58, cited in *Gunther*, I, p. 111 and *Gandz*, p. 475.

extant in MS Alexandria Baladīya 3504 J (copied 1186H), the author quotes the opinion of al-Damīrī (no. 22) on *asṭurlāb*, and adds that "Ptolemy was the first person to make an astrolabe and there is a strange story about his making it which we have related in the (longer) commentary".

1. On Muḥammad Bannāni see *Brockelmann*, II, p. 615 (where the Alexandria manuscript is mentioned), and SII, p. 686 (*etc.*). He is not mentioned in *Suter*, or even in *Renaud*, which is essentially a list of Maghribi scientists overlooked by Suter.

32. *Miscellaneous*

In 1941 Henri Michel published an account by a seventeenth-century French traveller named Jean Chardin describing the methods used by Persian astronomers to construct astrolabes. This little-known study is of considerable interest for the history of Islamic instrumentation, and also contains an account of the opinions of the Persian astronomers on the meaning of the word *asṭurlāb*.[1] These include the notion that "*asterleb*" is a Persian word meaning "lips of the stars", or that the word should be pronounced *astir lab* and means "knowledge of the stars". These meanings have no counterpart in the Islamic written sources. Chardin adds that the Persians call the instrument *veza kouré* (from Arabic *waḍᶜ al-kura*, meaning "placing the sphere") "in their books and in their lessons". Again I know of no Islamic sources in which the astrolabe is called by this name, although it was associated with Arabic sources by medieval and renaissance astronomers in Europe.[2]

1. *Michel* 1, p. 485.
2. *Cf. Hartner*, p. 287 and *Kunitzsch* 1, pp. 20-21 *sub vuazcalcora*.

33. *Aḥmad Bāshā Muhktār*

In a text-book on astronomy called *Riyāḍ al-Mukhtār* and published in both Turkish and Arabic in the 1880's, the author al-Ghāzī Aḥmad Bāshā Mukhtār states that *asṭurlāb* is derived from two *Latin* words: *asṭur* meaning "star or celestial body" and *labiyūm* meaning "plate" (*lawḥa* or *ṣafīḥa*).[1] He also states that the astrolabe was invented by Ptolemy.

1. *Mukhtār*, p. 238. I owe this reference to the kindness of Prof. Paul Kunitzsch.

34. *Ibrāhīm Fārūqī*

After this study was completed I came across a group of explanations of the term *asṭurlāb* in Persian, some of which clearly represent quite different traditions from those which I have documented in the Arabic sources. During the course of preparing a photograph of the quote from al-Muṭarrizī in MS Cairo Dār al-Kutub Ṭalᶜat *miqāt* 255, fol. 2v, for inclusion in my forthcoming volume of photographic plates of extracts from the Cairo scientific manuscripts, I noticed another relevant quote immediately below - see Plate 1. This

further information, translated the remarks of al-Birjandī (no. 24), and introduced some minor modifications. For example, he said that the meaning of the Greek *asṭurlāfūn* (which is written *asṭurlānūn* in each of the copies I have consulted) was *mir'āt al-kawākib*, "mirror of the stars" and that some had said *wāḥid al-kawākib*, implying that the term meant "mirror of the star". Here, however, *wāḥid* must result from a corruption of *akhdh*.

1. The treatise exists in numerous copies, many of which include the marginalia. I have used MSS Cairo Ṭalᶜat *mīqāt* 154, Zakīya 782, and K 3844.

30. ᶜ*Abd al-Raḥmān al-Fāsī*

The seventeenth-century Moroccan scholar ᶜAbd al-Raḥmān al-Fāsī compiled a lengthy poem called *al-Uqnūm* on the different branches of knowledge, which included a section on the astrolabe.[1] In the margin of a Cairo manuscript of this work is a note on the orthography of *asṭurlāb* and *Baṭlaymūs* (= Ptolemy),[2] as well as a remark that Ptolemy was the first person to make the astrolabe, and a reference to the existence of a curious story about his invention of the instrument.[3] The details of this story are preserved in a commentary on al-Fāsī's section on the astrolabe: see the next section.

1. On al-Fāsī see *Renaud*, no. 541; *Brockelmann*, II, pp. 612 and 675, and SII, pp. 694-695; and the article "ᶜAbd al-Raḥmān al-Fāsī" by E. Levi Provençal in EI_2.

2. Ptolemy's name in Arabic was more often written Baṭlamyūs, but in late texts both forms occur. *Cf.* the article "Baṭlamiyūs" in EI_2 by M. Plessner.

3. MS Cairo Dār al-Kutub J3664 (287 fols., copied *ca.* 1250H), fol. 179v.

31. *Muḥammad Bannānī*

Muḥammad Bannānī ibn ᶜAbd al-Salām ibn Ḥamdūn, a scholar of Fez who died in 1163/1750, wrote an extensive commentary on al-Fāsī's poem (see no. 30) which is extant in MS Cairo Taymūr *riyāḍa* 113 (144 pp., 1327H). In a discussion of the etymology of *asṭurlāb*, the author first mentions that it is a foreign word meaning *miqyās al-nujūm*, "instrument for measuring the stars," or *mīzān al-nujūm*, "balance of the stars". He adds that "it is said that" firstly *Lāb* is the name of the celestial sphere in Greek, and secondly that *Lāb* is the name of the inventor of the instrument and that it was originally *li-Ab*, "to the Father", where *Ab* was the the name of "the Teacher", that is, Idrīs. Since *asṭur* is the plural of *saṭr*, *asṭurlāb* are the "lines of the sphere" (*asṭur al-falak*) and "lines of the philosopher" (*astur al-ḥakīm*). Muḥammad Bannānī concludes with a story about the invention of the astrolabe by Ptolemy, which was related by "a group of historians". This story is none other than the one related by Ibn Khallikān (no. 12), and Muḥammad Bannānī's treatise is the only medieval scientific work known to me which contains this delightful story.

In a shorter commentary by Muḥammad Bannānī[1] on the same poem,

26. *al-Khafājī*

The celebrated Egyptian philologist Shihāb al-Dīn al-Khafājī (d. 1659) in his book on Loan-words in Arabic entitled *Shifā' al-ghalīl...*, gives no information on *aṣṭurlāb* other than that it, along with the terms *ṭarjahāra* and *binkām*, is not Arabic. He adds that the word is mentioned in the *Nihāyat al-arab*, a work by al-Nuwayrī (no. 17), and in fact al-Khafājī's remark is actually taken directly from al-Nuwayrī.

1. On al-Khafājī see *Brockelmann* II, pp. 368-369, and SII, p.396. I have consulted MS Cairo Dār al-Kutub Muṣṭafā Fāḍil *lugha* 20, in which *aṣṭurlāb* is mentioned on fol. 75v. Brockelmann lists only the Cairo manuscript, which may have been the basis for the two printed editions that he mentions.

27. *Ḥājji Khalīfa*

The seventeenth-century Turkish scholar Ḥājjī Khalīfa[1] in his bibliographical encyclopaedia *Kashf al-Ẓunūn* records various interpretations of the name *asṭurlāb*.[2] He quotes Kūshyār and al-Bīrūnī without mentioning their names, and also the *Mafātīḥ al-ʿulūm*. When quoting al-Bīrūnī Ḥājjī Khalīfa presents the name as *aṣṭurlāfūn*, perhaps reflecting a contemporary Greek pronunciation of β.[3] He concludes the passage on the astrolabe with the statement that the first person to make an astrolabe was Ptolemy and that the first person in Islam to make one was Ibrāhīm ibn Ḥabīb al-Fazārī, and then cites titles of three books on the astolabe, none of which is extant.

1. See the article "Kātib Chelebī" in EI_2 by O S. Gökyay.
2. *Ḥājjī Khalīfa*, I, cols. 106-107.
3. The 1892 Cairo edition of Ḥājjī Khalīfa's work has *asṭurlāqūn*.

28. *Munajjimak*

Muḥammad ibn Aḥmad Fazā'ī (?), known as Munajjimak (= the little astronomer), was chief astronomer in Istanbul about 1675 A.D., and wrote a treatise on instruments of which only fragments survive. The fifth *maqāla* of Munajjimak's treatise deals with regular planispheric astrolabes, universal astrolabes, and quadrants, and begins with a discussion of the word *asṭurlāb*. Munajjimak's remarks appear to be based on those of al-Birjandī (no.24), but in the story attributed to Abū Naṣr al-Qummī it is no longer clear whether Hermes or Lāb is answering the question who drew the lines. Having been translated from Arabic to Persian and back to Arabic, the anecdote is now hopelessly confused .See also the next entry.

1. Munajjimak is not listed in the modern bibliographical sources. The text of the passage is found in MSS Cairo Dār al-Kutub *mīqāt* 735 and 70, which are two fragments of the fifth *maqāla* of his treatise.

29. *Isḥāq al-Zakālī* (?)

In some marginalia to an anonymous Arabic treatise on the astrolabe in fifteen *faṣl*s an individual named Isḥāq al-Zakālī (?),[1] on whom I have no

23. *al-Fīrūzābādī*

The celebrated philologist al-Fīrūzābādī (b. 1329 in Shiraz, d. 1415 in Zabid) included an entry on his *lāb* in his lexicon entitled *al-Qāmūs al-muḥīṭ*.[1] Al-Fīrūzābādīstates that Lāb was a man who drew lines and based calculations upon them and that the lines were called *asṭur-Lāb*[in], "the lines of Lāb". This became a compound word and the annexation construction was dropped. With the definite article the name became *al-asṭurlāb*, or *al-aṣṭurlāb* with a *ṣād* because of the *ṭā'*. This etymology from the *Qāmūs* is also found in an astronomical manuscript copied in Amud about the year 1610 (see no. 10).

1. On al-Fīrūzābādī see the article by H. Fleisch in EI_2. I have examined MS Cairo Dār al-Kutub *lugha* 34 of this work, transcribed in 899H from the author's copy. The entry on *asṭurlāb* in Lane's *Arabic-English Lexicon* is based mainly partly on al-Fīrūzābādī.

24. *al-Birjandī*

There is no reference to the origins of *asṭurlāb* in the treatise on the astrolābe by the celebrated thirteenth-century Persian scholar Naṣīr al-Dīn al-Ṭūsī. However, in the Persian commentary on this treatise by ʿAlī al-Birjandī (*fl. ca.* 1500),[1] there is a section in which the author quotes the opinions of Kūshyār, al-Bīrūnī, and through him al-Iṣfahānī (not named), as well as the anonymous commentator on the *Maqāmāt* of al-Ḥarīrī and through him Abū Naṣr al-Qummī.[2] In this quotation the answer to the question asked by Hermes – not Idrīs – is either due to Lāb or Hermes himself: the Persian is ambigous. al-Birjandī also mentioned that some people had said that *asṭur* means *taṣnīf*, "a written work or compilation," and that Lāb, a son of Hermes, had invented the instrument. Al-Birjandī was later quoted by Munajjimak (no. 28) and Isḥāq al-Zakālī (no. 29) .

1. On al-Birjandi see *Suter* no. 456; and *Storey*, pp. 54 and 80-82.
2. The Persian text edited in the appendix was kindly prepared by Prof. E. S. Kennedy.

25. *Jalāl al-Dīn al-Suyūṭī*

MS London B. M. Add. 9599, fol. 7r, contains a note on the Arabic words *al-Mijisṭī* and *asṭurlāb* stated to be taken from *al-Nafḥa al-miskīya*, a work by the late-fifteenth-century Egyptian polymath Jalāl al-Dīn al-Suyūṭī.[1] The author states that Ptolemy was the first person to make an astolabe. He adds that Kūshyār had said that the term *asṭurlāb* was Greek and meant "balance of the sun", and that some had said that *Lāb* was the name of the sun in Greek.

1. On al-Suyūṭī see *Brockelmann*, II, pp. 180-204, and SII, pp. 178-194. On the treatise *al-Nafḥa al-miskīya* see II, p. 202 (no. 291) and SII, p. 197.

19. *Anonymous*

The author of a treatise on the astrolabe in 14 *bābs* entitled *Tuḥfat al-ṭullāb fi'l-ᶜamal bi'-l-asṭurlāb*, which is probably a fourteenth-or fifteenth-century Egyptian or Syrian compilation, discussed the etymology of *asṭurlāb* in the introduction to his treatise.[1] He states that the name *asṭurlāb* is Greek and means "balance of the sun", and also that Lāb was a wise man who drew the lines (*asṭur*), so that the instrument was called *asṭur-Lāb*. This passage is related to the parallel passage in the treatise of al-Mizzī (see no. 18 above).

1. I have examined MS Istanbul Fatih 5397,24 (fols. 190r-195v, cop. 1113H) of this work. Awwad listed several manuscripts of what he thought to be copies of a work with this title and attributed the treatise to the Andalusian astronomer Abū'l-Qāsim Aḥmad b. ᶜAbd Allāh b. Muḥammad al-Ṣaffār, but the listings and attribution are confused (*cf. Awwad*, nos. 28 and 29). MS Princeton Garrett 1024 appears be to a copy of the same work as contained in the Fatih manuscript, and is likewise anonymous. The other manuscripts listed by Awwad are copies of a different treatise by Ibn al-Ṣaffār which has been published (see the article "Ibn al-Ṣaffār" by B. R. Goldstein in EI_2).

20. *Sharaf al-Dīn al-Khalīlī*

Sharaf al-Dīn al-Khalīlī, the nephew of the celebrated astronomer of mid-fourteenth-century Damascus Shams al-Dīn al-Khalīlī, wrote treatises on the standard instruments of his time, including one of the use of the astrolabe.[1] In the introduction to this he states that *asṭurlāb* is a foreign word meaning "(instrument for) measuring the stars" or alternatively "balance" or "mirror of the stars".

1. On Sharaf al-Dīn al-Khalīlī see *Suter*, no. 427, and *Brockelmann*, II, p. 157, and SII. p, 158. I have used MS Istanbul Fatih 5397 (fols. 65v-71r) of this treatise.

21. *Anonymous*

The anonymous author of a treatise in 25 *bābs* on the spherical astrolābe which was probably another fourteenth-century Syrian compilation,[1] states that *asṭurlāb* is a foreign word to be explained as "mirror of the stars" or as "the balance of the sun".

1. This treatise is extant in MS Istanbul Hamidiye 1453, fols. 213v-219r), cop. 869H.

22. *al-Damīrī*

The late fourteenth-century Egyptian scholar al-Damīrī is celebrated for his encyclopaedia on zoology and folklore entitled *Ḥayāt al-ḥayawān*.[1] In this work al-Damīrī states that *asṭurlāb* means "balance of the sun" because *asṭur* means "balance " and *lāb* means "sun" in Greek. Al-Damīrī was later quoted by Muḥammad Bannānī (see no. 32).

1. On al-Damīrī see the article in EI_2 by L. Kopf. I have been unable to locate the reference to *asṭurlāb* in the published text of his encyclopaedia.

15. *Ibn Jamāʿa*

Ibn Jamāʿa was a scholar of Hama in the late thirteenth century[1] and in the first chapter of his work on the use of the astrolabe he states that *asṭurlāb* is a foreign word meaning "measurer of the stars" or "balance of the sun", or according to another opinion, *asṭurlāqūn* "mirror of the stars", taking *asṭur* as "star" and *lāqūn* as "mirror". Here perhaps *lāfūn* is intended: see the remarks on Hājji Khalīfa (no. 27). Ibn Jamāʿa adds that the derivation from *asṭur* and *Lāb* is not to be relied upon.

1. On Ibn Jamāʿa see *Brockelmann*, II, pp. 89-90, and SII, pp. 80-81; and *Awwad*, no. 179; and on his family see the article "Ibn Djamāʿa" in EI_2 by K. S. Salibi. I have used the unique copy MS Cairo Dār al-Kutub Muṣṭafā Fāḍil *mīqāt turkī* 6,1 (fols. 1v-20r, copied *ca.* 1150H) of his work on the astrolabe.

16. *Abū ʿAlī al-Fārisī*

Two etymologies for *asṭurlāb* are proposed by Abū ʿAlī al-Fārisī (*fl.* Hama, *ca.* 1300) in his treatise on the astrolabe entitled *Maqāṣid dhawiʾl-albāb* ....[1] Al-Fārisī first states that the name is a compound Greek word, *ustur* (the text is vowelled) measing "sun" and *lāb* meaning "balance", or, according to others ""mirror", and then states that "the Arabs" say that *asṭur* is the plural of *saṭr*, "line", and that *lāb* is the son of *Idrīs*.

1. Al-Fārisī is not listed in the modern bio-bibliographic sources on Islamic science, except for *Awwad*, no. 175. His treatise is extant in the unique copy MS Cairo Qawala *mīqāt* 2,1 (fols. 1r-57v, copied *ca.* 800H).

17. *al-Nuwayrī*

Al-Nuwayrī (d. 1332 in Tripoli),[1] in his encyclopaedia entitled *Nihāyat al-arab fī funūn al-adab*, states that *asṭurlāb*, as well as the terms *ṭarjahāra* and *binkām* for water- and sand-clocks, were not Arabic.[2] This statement is also recorded by al-Khafājī (no. 26).

1. On al-Nuwayrī see *Brockelmann*, II, p. 175, and SII, pp. 173-174.
2. Quoted in *Lane*, I, p. 58, from the commentary on the *Nihāyat al-arab* by Muḥammad ibn al-Ṭayyib al-Fāsī, (*Brockelmann*, SI, pp. 541 and 685?). I have been unable to locate any reference to *asṭurlāb* in the published text of the *Nihāyat al-arab*.

18. *al-Mizzī*

Shams al-Dīn al-Mizzī, a leading astronomer in Damascus in the midfourteenth century, wrote a treatise on the use of the astrolabe.[1] In the introduction he states that the word *asṭurlāb* is Greek and that it means "balance of/for the sun".

1. On al-Mizzī see *Suter* no. 406; and *Brockelmann*, II, pp. 155-156, and SII, pp. 156 and 1018 (no. 15). I have used MS Istanbul Fatih 5397, 25 of his treatise on the astrolabe.

a famous instrument-maker of late-eleventh- / early-twelfth-century Baghdad, Ibn Khallikān cites first the etymology of Kūshyār (no. 5), and then presents an anecdote about the invention of the astrolabe by Ptolemy, introduced with the word *qīla*, "it is said that ...". The story is that Ptolemy was taking a ride with an armillary sphere in his hand; inevitably, he dropped it and the animal on which he was riding trod on it and squashed it: the result was an astrolabe. Ibn Khallikān goes on to relate that neither Ptolemy nor any of the ancients realized that the sphere could also be represented on a line and that Sharaf al-Dīn al-Ṭūsī was the first to develop a linear astrolabe, later to be improved by his student Kamāl al-Dīn ibn Yūnus. Ibn Khallikān concludes this section with a discussion about the futility of trying to represent the sphere at a point!

Indeed Sharaf al-Dīn al-Ṭūsī[2] did devise a linear astrolabe, called *ʿaṣal-Ṭūsī*, "al-Ṭūsī's stick", which was modified by his student Ibn Yūnus,[3] also a scholar of distinction. It is of interest that Ibn Khallikān early in his career met Kamāl al-Dīn ibn Yūnus in Mosul, but it seems unlikely that he would have picked up the anecdote about Ptolemy from such a serious scholar. The only reference to the anecdote known to me in later Arabic literature is in the writings of the eighteenth-century Moroccan author Muḥammad Bannānī (no. 32).

1. On Ibn Khallikān see the article in EI_2 by J. W. Fück. The passage is found in *Ibn Khallikān*, II, pp. 184-185, translated in *de Slane*, III, pp. 581-582.

2. On Sharaf al-Dīn al-Ṭūsī see the article in *DJB* by R. Rashed. For a brief discussion of his linear astrolabe see *Michel* 2, pp. 115-123.

3. On Kamāl al-Dīn ibn Yūnus see *Suter*, no. 354, and *Brockelmann*, SI, p. 859.

13. *Anonymous (Maghribi or Andalusian)*

Another etymology occurs in an anonymous Maghribi or Andalusian treatise on the astrolabe preserved in MS Cairo Dār al-Kutub *mīqāt* 1169,6 (fols. 45r-57r, 1158H). This treatise begins with the statement that *asṭurlāb* is a Greek word which was originally *asṭurlābūl* [read *asṭurlābūn*!],[1] meaning *dhāt al-nujūm*, "possessing stars" and that the letters after the *b* were removed "to make (the word) lighter", that is, "to make it easier to pronounce".

1. There is a possibility that a Spanish influence is operating here to provide an ending *-ol*.

14. *Mūsā ibn Ibrāhīm*

Yet another etymology is contained in a treatise on the astrolabe attributed to Mūsā ibn Ibrāhīm, on whom I have no further information. The treatise is contained in MS New York Columbia 285,1 (fols 1v–8r, of *ca.* 1000H?), and begins: "*ʾsṭrlʾb* [*sic*!] in Greek means taking the altitude of a star because *ʾsṭr* is star in that language and taking is *lāb*.[1] Some people say that it means balance of the stars. It is attributed to Ptolemy".

1. The manuscript has *lāt* rather than *lāb*, which is probably en error of the copysist rather than the author.

classic of Arabic belles-lettres.[1] In this work there is no mention of any aspect of astronomy. However, a note on the etymology of *asṭurlāb* and the invention of the instrument, stated to be taken from a commentary on al-Ḥarīrī's *Maqāmāt*, is found in MS Cairo Dār al-Kutub Taymūr *ḥikma* 15, p. 137, immediately preceding a copy of the treatise *Unmūdhaj al-ᶜulūm* by Jalāl al-Dīn al-Dawānī.[2] The author describes the instrument as "one for measuring the stars and the sun", stating that the first person to make it was Lāb, and then adding an alternative derivation from Persian (due to Ḥamza al-Iṣfahānī), in which, however, the Arabic paraphrase in based on the meaning "mirror of the stars", not on the correct meaning of the Persian. The same note is found in MS Cairo Dār al-Kutub Musṭafā Fāḍil *hay'a* 1, fol. 1r, preceding ᶜAlī Birjandī's marginalia to Qāḍī Zāde's commentary on al-Jaghmīnī's *al-Mulakhkhas fī'l-hay'a*, copied about the year 1610 in Amud, Iran. The note on *asṭurlāb* from an unspecified commentary on the *Maqāmāt* occurs together with another stated to be taken from the *Qāmūs* (of al-Fīrāzābādī (see no. 23)).

Another note stated to be taken from the commentary on the *Maqāmāt* by al-Muṭarrizī (*fl.* Khwarizm and Baghdad, d. 1213)[3] occurs in Cairo Dār al-Kutub Ṭalᶜat *mīqāt* 255, fol. 2v, amidst various notes preceding a collection of treatises on instruments and timekeeping–see Plate 1. Al-Muṭarrizī quotes successively Abū'l-Ḥasan (Kūshyār), Abū Rayhān (al-Bīrūnī), Ḥamza al-Iṣfahānī, and Abū Naṣr (al-Qummī).

1. On al-Ḥarīrī see the article in EI_2 by S. S. Margoliouth and Ch. Pellat.

2. On al-Dawānī see the article in EI_2 by A. K. S. Lambton, and on his treatise see *Brockelmann*, II, p. 282.

3. On al-Muṭarrizī see *Brockelmann*, I, pp. 350-352, and also p. 327. I have been unable to locate this passage in the Cairo manuscripts of al-Muṭarrizī's commentary listed by Brockelmann.

11. *Abū Naṣr Aḥmad b. Zarīr* (?)

MS Leiden Or. 591 (pp. 32–46, copied 630 H) contains a treatise on the astrolabe with a crab-shaped rete (*musarṭan*) by an individual named Abū Naṣr Aḥmad b. Zarīr (?)[1] Since the author mentions the celebrated astrolabist Hibat Allāh al-Asṭurlābī (*fl.* Baghdad, *ca.* 1100) we may presume that he lived in the twelfth century. Abū Naṣr states at the beginning of his treatise that *asṭurlāb* is a Greek word, and that the astrolabe is a fine instrument and the "balance of the sun" (*mīzān al-shams*).

1. Abū Naṣr and his treatise are mentioned in *Suter*, no. 484.

12. *Ibn Khallikān*

The celebrated thirteenth-century Syrian historian and literary scholar Ibn Khallikān[1] discussed the origin of *asṭurlāb* in his biographical dictionary *Wafayāt al-aᶜyān*. In his entry on Abū'l-Qāsim Hibat Allāh al-Asṭurlābī,



Plate 1: Two sets of stories about the early history of the astrolabe, one in Arabic and the other in Persian, found in MS Cairo Ṭalʿat *mīqāt* 255, fol. 2v (see nos. 10 and 30).
Reproduced with kind permission of the Egyptian National Library.

Abū'l-Rayḥān, that is, al-Bīrūnī, but this attribution is called into question by the fact that al-Bīrūnī is mentioned in the text.[1] The treatise is divided into two *maqālas*, parts, the first of which contains six *fuṣūl*, sections, but the Cairo manuscript breaks off in the first *fasl* of the second *maqāla*.

The anonymous author asserts in his discussion of the origin and meaning of the word *asṭurlāb* that Abu'l-Ḥasan Thābit ibn Qurra (see no. 4) in a book on the use of the astrolabe had stated that Hipparchus before Ptolemy had invented (*waḍaʿa*) the astrolabe and had made it plane (*saṭṭaḥa*) in the same way as Lāb had done. The writer continues with a discussion of the reason why Hipparchus had chosen a northern projection. Now the only work on the astrolabe known to have been written by Thābit is a translation of the treatise by Abywn al-Baṭrīq (see no. 4), but it seems unlikely that a scholar of the calibre of Thābit would himself have subscribed to the story of Lāb, or have mentioned it without critical comment. We may perhaps conclude that the reference to Hipparchus was found already in the treatise of Abywn, but how could this Greek treatise have contained the nonsense about Lāb?

1. On this treatise see already *Sezgin*, VI, pp. 78 and 169.

9. *al-Zarqāllu*

MS Istanbul Aya Sofia 2671,5, fols. 133v-151v, copied in 1224, is a unique copy of an anonymous treatise on the planispheric astrolabe,[1] whose author can be identified as the eleventh-century Toledo astronomer al-Zarqāllu (Azarquiel).[2] At the beginning of the treatise al-Zarqāllu states that *asṭurlāb* is a Greek word which means *akhdh al-kawākib*, "taking the stars", because by means of it the derived knowledge of the positions of the stars can be obtained. Al-Zarqāllu quotes Ptolemy as stating that the astrolabe is like the celestial sphere made into a plane, with the visible pole made to be its centre. al-Zarqallu is probably referring to the introduction of the Arabic version of Ptolemy's *Planisphaerium*, a copy of which precedes his treatise in the Aya Sofia manuscript.[3]

1. This work, falsely attributed to Euclid on fol. 1r of the manuscript, is listed in *Krause* p. 525, no. 15.

2. On al-Zarqāllu see the article by J. Vernet in *DSB* and the references there cited. It was not previously known that al-Zarqāllu wrote on the regular planispheric astrolabe. The author of the treatise on the astrolabe presents a star catalog for the year 459H, which is precisely the date mentioned by al-Zarqāllu in one of his three treatises on the universal plate, extant in a unique copy in fols. 1r-75r of the same Aya Sofia manuscript (*cf*. fols. 10r and 148v). This particular treatise is arranged in 80 *bābs*, as compared with his other two treatises of sixty and one hundred *bābs*: thus each of al-Zarqāllu's three treatise is now known to exist in the original Arabic.

3. *Cf*. *Krause*, p. 443, and *Sezgin*, V, p. 170.

10. *al-Ḥarīrī and Commentators*

The *Maqāmāt* of the eleventh-century Baṣra litterateur al-Ḥarīrī are a

Ḥamza stated that *asṭurlāb* is an Arabicization of the Persian, *sitāra yāb*, "taker of the stars".

1. On Ḥamza al-Iṣfahānī see *Brockelmann* I, p. 152, and *SI*, p. 221; *Sezgin* I, pp. 336-337; and also the article in EI_2 by F. Rosenthal.

2. Al-Bīrūnī cites al-Iṣfahānī's etymology of *awj* in his treatise *On Transits* (I, text, p. 17, trans., pp. 20-21).

3. Namely, MS Cairo Dār al-Kutub *lugha* 90 (49 fols., *ca.* 700H).

7. *al-Bīrūnī*

The great eleventh-century scientist Abū'l-Rayḥān al-Bīrūnī mentioned the etymology of the word *asṭurlāb* at least twice in his writings.[1] In the first instance that has come to my attention, namely, in his treatise on astrology entitled *al-Tafhīm fī sināʿat al-tanjīm*, he states that the astrolabe was a Greek instrument called *asṭurlābōn* meaning "mirror of the stars", which was why Ḥamza al-Iṣfahānī (see no. 6) had explained it as being from Persian *sitāra yāb*. Al-Bīrūnī was not happy about this explanation, as we learn from his book on shadows entitled *Ifrād al-maqāl fī amr al-ẓilāl*. Here he states that Ḥamza in his book *al-Muwāzana* had stated that *asṭurlāb* is an Arabicized Persian word, the origin being *sitāra yāb*, "taker of the stars". Al-Bīrūnī adds that this Persian name may very well have been derived from the special fuction of the instrument or may have been adapted (*ʿarraba* here does not mean "to render into Arabic "but rather "to borrow a word into any language") from the Greek, in the same way that Ḥamza maintains that the Arabic word is an adaptation of the Persian. Al-Bīrūnī indicates his knowledge that the Greek name is *asṭurlābōn* and that *astur* means "star" in Greek, as in the Greek words *astronomia* and *astrolojia*.[2] He adds that he has found ancient books on its construction and operation by the Greeks but not by other peoples, and that the people of the east (the Indians) do not known about the astrolabe and use only shadows.

As noted in the section on Ibn al-Nadīm (no. 4), al-Bīrūnī was familiar with the treatise of Abywn in the translation of Thābit. See also the next section.

1. On al-Bīrūnī see the article in *DSB* by E. S. Kennedy, and *Sezgin*, V, pp. 375-383, VI, pp. 261-276, and VII, pp. 188-192.

2. See further *Pines*.

8. *Anonymous* (*al-Miqyās al-murajjaḥ*)

MS Cairo Ṭalʿat *mīqāt* 155 is a very unusual compendium of Arabic works on the astrolabe and quadrant, some of which merit detailed study. The manuscript was copied in Egypt about 1650 A. D. and several of the treatises are of Maghribi origin. The first treatise (fols. 1r–15v) is entitled *Kitāb al-Miqyās al-murajjaḥ fī'l-ʿamal bi'l-asṭurlāb al-musaṭṭaḥ* and is attributed to

4. *Ibn al-Nadīm*, p. 273.

5. See *Sezgin*, VI, p. 103. The orthography *Abywn* seems acceptable. Flügel's critical apparatus indicates variant readings from two manuscripts: *Aynwn* and *Abnwn* in the first instance (p. 24) and *Abnwn* and *A x x wn* (where each *x* indicates a letter which can be read as a *b*, *n*, *y*, *etc.*) in the second (p. 26). I assume that Abywn is found in the other two manuscripts used by Flügel for this section (on which see p. 3). Flügel suggested on original Απίων (p. 24).

J. Lippert, in his edition of Ibn al-Qifṭī's *Ta'rīkh al-ḥukamā'* (p. 71) gave the name as *ʾnbwn* and listed no variants. The unique copy of al-Bīrūnī's treatise on different types of astrolabes, MS Paris B. N. ar. 2498,1 gives the name as *ohwn al-ṭryq* (fol. 1r).

Dodge, pp. 670-671, translates Ibn al-Nadīm's remark thus: "The first [Muslim] to make a plane astrolabe was *Abīyūn* al-Baṭrīq", despite the fact that elsewhere (p. 644) he translates; "*Abīyūn* al-Baṭrīq: I believe that he lived a little before or a little after the advent of Islām", and elsewhere (p. 649); "al-*Fazārī*... was the first person in Islām to make the astrolabe..." Dodge's own notes on Abīyūn (p. 943) are a mess: "He was the first person in Islām to make an astrolabe of the planisphaerum or flat type. The name may be confused with that of Abū Yahya al-*Baṭriq*, who may have helped al-*Fazārī* to introduce the astrolabe. The name may be for Apion".

6. Private communication from my freind W. J. Fulco, S. J. I had previously wondered whether Abywn might be identical with Ahron al-Qiss "the priest", who wrote on medicine in Syriac about the time of the birth of Islam (*cf. Sezgin*, III. pp. 166-168) and who is also mentioned by Ibn al-Nadīm (p. 297). Although the names Abywn and Ahon could conceivably be confused in unpointed Arabic, this identification seems highly improbable.

7. See note 5 above.

8. Both *Suter*, p. 99, and *Boilot*, no. 47, suggest that this work is the same as that found in MS Berlin Ahlwardt 5794, which is not the case.

9. See note 5 above.

10. On Thābit see the article in *DSB* by A. B. Rosenfeld and A. T. Grigorian, and *Sezgin*, V. pp. 264-272, and VI, pp. 163-170, especially p. 169, no. 22. Dr. Richard Loroch has drawn my attention to the coincidence that al-Ṣūfī's treatise on the sphere also contained 157 chapters.

5. *Kūshyār ibn Labbān*

Kūshyār was an astronomer and mathematician of some distinction who lived in Iran *ca.* 1000 A. D. In the introduction to his treatise on the use of the astrolabe Kūshyār says that *asṭurlāb* is a Greek word and that the most common explanation of its meaning is *mīzān al-shams*, "balance of the sun".

1. On Kūshyār see *Sezgin*, V, pp. 343-345, and VI, pp. 246-249, and VII, pp. 182-183. I have used MS Paris B.N. ar. 2487 (copied 679H) of his treatise on the use of the astrolabe.

6. *Ḥamza al-Iṣfahānī*

Al-Bīrūnī (no. 7) informs us that the literary scholar Ḥamza al-Iṣfahānī (893 - *ca.* 970)[1] discussed the etymology of the word *asṭurlāb*, and also the word *awj* (= apogee).[2] Al-Bīrūnī specifically cites al-Iṣfahānī's work *al-Muwāzana* as the source for his information. The full title of al-Isfahānī's treatise is *al-Khaṣā'iṣ wa'l-muwāzana bayn al-ʿarabīya wa'l-fārisīya*, and unfortunately the only known copy thereof[3] is incomplete and there is no reference in the surviving text of either of the terms *asṭurlāb or awj.* According to al-Bīrūnī,

khaṭṭ = line, stressing that the word is Greek and that its derivation from an Arabic root indicates stupidity and folly.

1. I have used the Cairo edition of his treatise: see *al-Khwārizmī* in the bibliography. This appears to be based on the edition of van Vloten, as the "English" title page is in Latin. On the author see the article "al-Khuwārizmī" by J. Vernet in *DSB*.

4. *Ibn al-Nadīm*

The tenth-century scholar Ibn al-Nadīm, author of the bibliographical compendium known as *al-Fihrist*,[1] states that Ptolemy was the first to make (*ᶜamal*) the astrolabe, and adds that it is said that it may have been made before him although this cannot be known with certainty.[2] He goes on to say that the first person to make an astrolabe plane (*saṭṭaḥ*) was Abywn (= Apion) the Patriarch, whom he lists elsewhere as the author of a treatise on the planispheric astrolabe and states that he lived "a little before (the advent of) Islam or a little after."[3] Elsewhere he says that the mid-eighth-century Baghdad astronomer al-Fazārī was the first person in Islam to make (*ᶜamal*) an astrolabe. Ibn al-Nadīm also notes that astrolabes were made in the city of Harran and that they spread from there throughout the Abbasid Empire in the time of the Caliph al-Ma'mūn, that is, in the early ninth century.

The identity of Abywn al-Baṭrīq is by no means certain,[5] although it seems probable that he was a Coptic patriarch, since the name Abywn is well attested in Coptic.[6] The only other reference to Abywn known to me in the later Arabic scientific literature, apart from a remark by the thirteenth-century historian of science Ibn al-Qifṭī,[7] which is based on Ibn al-Nadīm, is in the introduction of a treatise on the use of the astrolabe by the eleventh-century scientist al-Bīrūnī (see no. 7). This treatise differs from al-Bīrūnī's other two treatises on the astrolabe, the *Istīᶜāb* and *Ikhrāj mā fī quwwat al-asturlāb ilā l-fiᶜl*, and is extant in a unique copy in MS Paris B. N. ar. 2498,1.[8] The text is corrupt and indeed the name Abywn al-Baṭrīq miscopied.[9] However, al-Bīrūnī states that he had seen Abywn's treatise on the astrolabe (in its Arabic translation), and notes that it contained 157 chapters and that it was translated by Thābit ibn Qurra, the celebrated scholar and translator of Baghdad at the end the ninth century.[10] Al-Bīrūnī further observes that the text used for the translation was corrupt and that Thābit had improved it where possible and that the chapters in the book did not correspond to those listed in the table of contents. Abywn has previously been overlooked in studies of the early history of the astrolabe. In the section on al-Bīrūnī (no. 7) I shall present evidence that Abywn ascribed the invention the astrolabe to Hipparchus.

1. On Ibn al-Nadīm see the article in EI_2 by J. W. Fück.
2. *Ibn al-Nadīm*, p. 284.
3. *Ibn al-Nadīm*, pp. 270 and 284.

Note added after the completion of this paper:

Prof. Paul Kunitzsch informs me that the Latin treatises on the astrolabe ascribed to Messahalla appear to be based on Western Islamic compilations based on treatise by Maslama al-Majrīṭī or some of his disciples such as Ibn al-Ṣaffār. In the Latin texts there seems to be a confusion between Mezleme, *etc.* for Maslama and Messahalla for Māshā'allāh. Thus the Latin phrase *acceptio stellarum* and the equivalent *akhdh al-kawākib* used by al-Zarqāllu seems to derive from a western Arabic tradition. See further *Kunitzsch* 3.

2. *Abū Naṣr al-Qummī*

Abū Naṣr al-Ḥasan ibn ᶜAlī al-Qummī was an astronomer of the late tenth century.[1] His major work was an extensive treatise entitled *al-Mudkhal ilā ᶜilm aḥkām al-nujūm*, dealing mainly with astrology but also containing sections on theoretical astronomy. In the second *faṣl* of the third *maqāla* al-Qummī wrote about the astrolabe and presented an etymology of *asṭurlāb* which was quoted by several later writers (see no. 10). No doubt the fact that al-Qummī was an astronomer gave authority to his derivation of *asṭurlāb*, which was that the instrument was invented by Lāb, a son of Idrīs, and that when his father asked who had drawn the lines on it (*man saṭarahu*?) he was told that Lāb had drawn the lines on it (*hādhā asṭuru Lāb* or *saṭarahu Lāb*), whence the name *asṭurlāb*. There is no lexical evidence for the IVth form (*afᶜala*) of the root s-ṭ-r, which occurs in one version of the text consulted.

In one of the copies of al-Qummī's treatise that I have used there is the additional fiction that *asṭur* is Greek for *mīzān* (= balance) and *lāb* for the sun, whence *asṭurlāb*, meaning *mīzān al-shams* (= balance of the sun). This etymology also occurs in later sources (see nos. 10 and 22).

1. On al-Qummī see *Suter*, no. 174; *Krause*, no. 174; *Brockelmann*, I, p. 253, and SI, pp. 388 and 398; and *Sezgin*, VII, pp. 174-175.

I have used MSS Cairo Dār al-Kutub Ṭalᶜat *mīqāt* 222,2 (fols. 60r-177r, 619H) and Istanbul Fatih 3427,1 (fols. 1v-113v, 708H) of al-Qummī's treatise, in which the texts of the passage are rather different. In a third copy consulted, MS Cairo Dār al-Kutub Muṣṭafā Fāḍil *mīqāt* 208 (91 fols., *ca.* 1150H), this section has been left out: in the introduction to the third *maqāla* (fol. 34v) it is stated that the section has been omitted because it could be done without (*turika li-l-istighnā' ᶜanhu*).

3. *Abū ᶜAbd Allāh al-Khwārizmī*

Various etymologies of *asṭurlāb* are given by the tenth-century encyclopaedist al-Khwārizmī (not to be confused with the ninth-century astronomer) in his *Mafātīḥ al-ᶜulūm*. He first states that the word means *miqyās al-nujūm*, "instrument for measuring the stars," and derives the Greek *asturlabon* from *astar*=*najm*=star and *lābōn*=*mir'ā*=mirror, drawing a parallel in the Greek word *astronomia* for astronomy. He then speaks contemptuously of those who claim that *Lāb* is the name of a man and that *asṭūr* is the plural of *saṭr* =

11	Abū Naṣr ibn Zarīr	
	Sharaf al-Dīn al-Ṭūsī	See no. 12
	Kamal al-Dīn ibn Yūnus	See no. 12
	al-Jaghmīnī	See no. 10
	Naṣīr al-Dīn al-Ṭūsī	See no. 24
	Ibn al-Qifṭī	See no. 4
12	Ibn Khallikān	See also no. 31
13	Anonymous (Maghribi or Andalusian)	
14	Mūsā ibn Ibrāhīm	
15	Ibn Jamāᶜa	
16	Abū ᶜAlī al-Fārisī	
71	al-Nuwayrī	See also no. 26
18	al-Mizzī	See also no. 19
	Shams al-Dīn al-Khalīlī	See no. 20
19	Anonymous (*Tuḥfat al-ṭullāb*)	See also no. 18
20	Sharaf al-Dīn al-Khalīlī	
21	Anonymous (spherical astrolabe treatise)	
	Geoffrey Chaucer	See no. 1
22	al-Damīrī	
23	al-Fīrūzābādī	See also no. 10
24	al-Birjandī	See also nos. 10, 28, 29
25	al-Suyūṭī	
26	al-Khafājī	See also no. 17
27	Ḥājji Khalīfa	
28	Munajjimak	See also no. 24
29	Isḥāq al-Zakālī (?)	See also no. 24
30	al-Fāsī	See also no. 31
31	Muḥammad Bannānī	See also nos. 12, 22, 30
32	Miscellaneous	
33	Aḥmad Bāshā Mukhtār	
34	Ibrāhīm Fārūqī	

1. *Māshā'allāh*

The treatise on astrolabe construction attributed to the late eighth-/early ninth-century Baghdad astrologer Māshā'allāh[1] is no longer extant in Arabic, but the Latin translation[2] begins: *astrolabium nomen grecum est cuius interpretatio est acceptio stellarum...*, that is, "astrolabe is a Greek word whose meaning is taking the stars". This last expression corresponds to Arabic *akhdh al-kawākib*, which is also attested in various later Arabic sources. The Latin version of Māshā'allāh's treatise on the use of the astrolabe, which is also no longer extant in Arabic, has a different *incipit*.[3] Likewise, no etymology is offered by Geoffrey Chaucer in his treatise on the use of astrolabe, which is closely related to that of Māshā'allāh.[4]

1. On Māshā'allah see D. Pingree's article in *DSB*, and *Sezgin*, VI, pp. 127-129, and VII, pp. 102-108. His treatise dealing with both the construction and use of the astrolabe is mentioned in *Ibn al-Nadīm*, p. 273.

2. *Cf. Steinschneider*, p. 18, cited in *Gandz*, pp. 475-476. See also *Carmody*, pp. 23-25 and *Skeat*, p. xxv.

3. *Cf. Skeat*, p. 88.

4. *Cf. Skeat*, pp. 1-14.

I make no claim to have exhausted the available Islamic sources on the origin of the astrolabe and the etymology of its name. I have not ventured further than the standard lexicographical sources, although since *asṭurlāb* is not an Arabic word it is not listed in the most famous medieval Arabic dictionaries such as the *Lisān al-ʿArab* and the *Tāj al-ʿarūs*. However, I have checked all the medieval Islamic tratises on the astrolabe currently available to me.[15] Most medieval Muslim writers on the astrolabe do not broach the subject of the origin of *asṭurlāb*. The following are the exceptions.

15. The only list of medival Islamic works on the astrolabe is *Awwad*, but it is severely incomplete and needs to be supplemented with various additional works listed in *Suter*, *Brockelmann*, *Krause*, *Renaud*, *Storey*, *Sezgin*, and *King* 1. *Kunitzsch* 2, based on some three dozen texts in Greek, Syriac, Arabic, and Latin, deals with the Arabic technical terminology of the component parts of the astrolabe but not the term *asṭurlāb* itself.

Table of Contents

The following is a list of the ancient and medieval authorities cited in the main part of this paper. I have numbered those for whom direct quotes. are available concerning the etymology of *asṭurlāb* and the invention of the instrument. The corresponding Arabic and Persian texts presented in the appendix aere similarly numbered.

	Ab	See no. 31
	Hermes	See nos. 24, 28
	Idrīs	See nos. 2, 16, 24, 31, 34
	Lāb	See nos. 2, 3, 8, 10, 15, 16, 19, 23, 24, 28, 34
	Alexander (= Iskandar)	See no. 34
	Aristotle	See no. 34
	Hipparchus	See nos. 4, 8
	Ptolemy	See nos. 4, 8, 9, 12, 14, 25, 27, 30, 31, 33
	Abywn	See nos. 4, 7, 8
	al-Fazārī	See nos. 4, 27
1	Māshā'allāh	
	Thābit ibn Qurra	See nos. 4, 7, 8
2	Abū Naṣr al-Qummī	See also nos. 10, 24, 28
3	Abū ʿAbd Allāh al-Khwārizmī	See also no. 27
4	Ibn al-Nadīm	See also nos. 1,4, 7
5	Kūshyār	See also nos. 10, 11, 24, 25, 27
6	Ḥamza al-Iṣfahānī	See also nos. 7, 10, 24
7	al-Bīrūnī	See also nos. 4, 5, 6, 10, 24, 27
8	Anonymous (*al-Miqyās al-murajjaḥ*)	
9	al-Zarqāllu	See also no. 1
10	al-Ḥarīrī and commentators	See also nos. 2, 5, 6, 7, 24, 34
	Ibn al-Ṣaffār	See nos. 1, 19
	Maslama al-Majrīṭī	See no. 1
	Hibat Allāh al-Asṭurlābī	See nos. 11, 12

explanations of the curious term *kursī* (whence English "throne") for the part of the astrolabe which projects outward from the main body of the instrument to bear the ring and cord by which the astrolabe can be held or suspended. The *kursī* of the astrolabe perhaps derives from the handle of a hand-mirror.[11]

The popular medieval Islamic attribution of the invention of the astrolabe to an individual named Lāb, a son of Idrīs (= Enoch), is pure fiction. This attribution occurs in the writings of Abū Naṣr al-Qummī, and is criticized already by his late contemporary Abū ʿAbd Allāh al-Khwārizmī. There are other stories about Idrīs in Islamic folklore, which credit him with the invention of geomancy, the art of writing, and the craft of making garments.[12] The association with Lāb was popular because it provided a purely Arabic etymology of the name *asṭurlāb*. The first element *asṭur* is the plural of *saṭr*, "line", so that *asṭurlāb* means "lines of Lāb". In the later Arabic sources on *asṭurlāb* Lāb becomes a son of Hermes.[13] W. H. Morley, in the introduction to a monograph published in 1856 which remains one of the most valuable studies on Islamic astrolabes, wrote rather unkindly: "the fables of (the) invention (of the astrolabe) by Abraham, Solomon, Enoch, or by a certain person named Lāb, are unworthy of notice."[14]

The anecdote recorded by Ibn Khallikān about the invention of the astrolābe by Ptolemy is also fiction. Ptolemy is said to have been riding on some animal carrying a celestial sphere in his hand; he dropped the sphere, the beast trod on it and squashed it, and the result was the astrolabe. The anecdote, which I find as charming as the story of Newton and the apple, is not new to the modern literature, because it occurs in the published text and translation of Ibn Khallikān's biographical dictionary, but it has hitherto been overlooked by historians of science. I have no information on the origin of this anecdote.

Of greater historical interest is the statement attributed to Thābit ibn Qurra that the astrolabe was invented by Hipparchus. This is the first instance in the Arabic sources of a reference to Hipparchus in this connection. I have attempted to trace Thābit's source for this information to a Greek treatise on the astrolabe which has hitherto been overlooked in discussions of the early history of the astrolabe. But the statement about Hipparchus attributed to Thābit also includes a reference to Lāb, which would hardly occur in a Greek source. A Persian text discovered after this paper was completed associates the invention of the astrolabe with Aristotle, which is again fiction.

11. This connection was first noted by Prof. Derek de Solla Price of Yale University.

12. *Cf.* the article "*Idrīs*" by G. Vajda in EI_2.

13. *Cf.* the article "*Hirmis*" by M. Plessner in EI_2.

14. *Morley*, p. 5. On the astrolabe in Jewish Bible exegesis and in the Talmud and Halakhah see *Gandz*, pp. 480-482.

are discussed in chronological order, as far as possible. The original Arabic and Persian texts are presented in the appendix to this paper. A few of the statements ihave been discussed previously by E. Wiedemann (1909),[3] F. Rosenthal (1950),[4] S. Pines (1964),[5] S. Maher (1968),[6] E. S. Kennedy (1976),[7] and F. Sezgin (1978).[8] Also S. Gandz (1927) has surveyed the references to the astrolabe and its terminology in medieval Jewish literature.[9]

In some early Arabic texts, such as the one attributed to Mashā'allāh (spurious?) and an anonymous one (by al-Zarqāllu?), we find the statement that *asṭurlāb* means *akhdh al-kawākib*, literally "taking the stars". This corresponds to an interpretation of the Greek, assuming that the second element λαβον comes from the verb λαμβάνειν, "to take", past stem λαβ. In Persian the phrase *akhdh al-kawākib* can be conveniently rendered *sitāra yāb*, the Indo-Iranian *sitāra* meaning "star" and *yāb* being from the verb *yāftan*, meaning "to find" or "to take". Ḥamza al-Iṣfahānī states that *asṭurlāb* is an Arabicization of this Persian phrase.

Kūshyār explains *asṭurlāb* as meaning *mīzān al-shams*, "balance of the sun". This is curious not least because *mīzān al-shams* is attested in early scientific Arabic as referring to a special variety of sundial.[10] Abū ʿAbd Allāh al-Khwārizmī and al-Bīrūnī explain *asṭurlāb* as meaning *mir'āt al-shams*, "mirror of the sun", asserting that λαβον means "mirror", which is not the case. Nevertheless, the reference to the notion of a mirror is interesting not least because of the resemblance between the basic shapes of an astrolabe and a hand-mirror. In this connection I have not found any medieval Arabic

3. E. Wiedemann records the etymologies of al-Bīrūnī, Abū ʿAbd al-Khwārizmī *Mafātīḥ al-ʿulūm*), and Ḥājjī Khalīfa (*Wiedemann* 1, I, p. 551, and II, p. 459).

4. F. Rosenthal, in an article on al-Samaw'al and Hibat Allāh al-Asṭurlābī published in 1950, mentioned the derivation of *asṭurlāb* from *asṭur* and *Lāb* suggested by Abu ʿAbd ʿAllāh al-Khwārizmī and Ibn Khallikān (*Rosenthal*, p. 555).

5. S. Pines, in a study of the terms "astronomy" and "astrology" according to al-Bīrūnī, discussed the etymologies of al-Khwārizmī and al-Bīrūnī (*Pines*, pp. 346-347).

6. S. Maher, in her book on the navy in Muslim Egypt, cited and reproduced the text of the derivations in the marginalia by Isḥāq al-Zaqālī to the anonymous treatise in 15 *faṣls*, and in the fifth *maqāla* of the treatise by Munajjimak (*Maher*, pp. 255-256 and 386-387).

7. E. S. Kennedy discussed the statements of al-Bīrūnī in the *Shadows* in his recently-published commentary thereon (*al-Bīrūnī* 2, text, p. 69, trans., p. 111, comm., p. 53).

8. F. Sezgin in his monumental bio-bibliographical survey of early Islamic literature discusses the attribution of the astrolabe to Hipparchus in the treatise *al-Miqyās al-murajjaḥ* which is falsely attributed to al-Bīrūnī (*Sezgin*, VI, p. 78).

9. *Gandz* contains references to the etymologies of Māsha'allāh, Ḥājji Khalīfa, and Lane. The reference to an etymology by ʿAli b. ʿĪsā (p. 475) is in fact a reference to the etymology of Abū ʿAbd Allāh al-Khwārizmī.

10. *Cf. Dozy*, II, p. 809, where no specific medieval context is mentioned. See, however, E. S. Kennedy's translation and commentary of a passage on an instrument for reckoning time of day called *mīzān* which is described by al-Bīrūnī in his book on shadows (*al-Bīrūnī* 2, I, pp. 153-156, and II, pp. 82-83), and also the remarks in *King* 2, pp. 49-50.

The Origin of the Astrolabe According to the Medieval Islamic Sources

David A. King*

THE MEDIEVAL ARABIC *asṭurlāb* or *aṣṭurlāb* for astrolabe was derived from the Greek ἀστρόλαβος (or ἀστρολάβον ὄργανον), name of several astronomical instruments serving various purposes, including the demonstration and graphical solution of many problems of spherical astronomy.[1] As Otto Neugebauer has shown in a section on the early history of the astrolabe published in his monumental *History of Ancient Mathematical Astronomy*, the underlying theory of stereographic projection was known in the time of Hipparchus (*ca.* 150 B.C.) and the astrolabe as it was known in medieval times was probably first described by Theon (*ca.* 375 A.D.).[2]

The purpose of this study is to draw attention to a series of statements in the medieval Islamic sources about the etymology of the Arabic word *asṭurlāb* or *aṣṭurlāb* and about the invention of the instrument. These statements

* Department of Near Eastern Languages and Literatures, New York University, New York, NY 10003, USA.

Acknowledgements

The research on medieval Islamic science conducted at the American Research Center in Egypt during 1972-79 was sponsored mainly by the Smithsonian Institution and National Science Foundation, Washington, D.C. (1972-79), and by the Ford Foundation (1976-79). This support is gratefully acknowledged.

It is a pleasure to record my gratitude to the Egyptian National Libary, where most of the manuscripts used in this study are preserved, and also to the Municipal Library in Alexandria, the Suleymaniye Library in Istanbul, the Universiteitsbibliotheek in Leiden, the British Library in London, Columbia University Library in New York, and the Bibliothèque Nationale in Paris. Prof. Franz Rosenthal of Yale University and Dr. Michael Carter of the University of Sydney kindly read this paper in its penultimate form, and their valuable comments on certain linguistic and stylistic matters have been incorporated in the present version. Further comments of a more technical nature by Prof. Paul Kunitzsch of the University of Munich have also been included. Any shortcomings are of course my own responsibility.

The passage on the invention of the astrolabe in the Taymûr *ḥikma* manuscript was noticed by my friend Dr. Dimitri Gutas in the Egyptian National Library one bitterly cold day in the winter of 1975. The other passages recorded in these pages were collected on more lonely occasions since then. This paper is dedicated to the memory of the happy times spent with Dr. Gutas in Cairo.

1. In general, *aṣṭurlāb* is prefered in early treatises, even in late copies thereof, and *asṭurlāb* is standard in late treatises. On the Greek name for the astrolabe see also *Segonds*, pp. 18-25.

2. See *Neugebauer* 2, II, pp. 868-879, and also *Neugebauer* 1. Here and elsewhere references by author or short title are to the bibliography at the end of the paper.

Bibliography

1. Banū Mūsā, *K. Ma*ʿ*rifat misāḥat al-ashkal* (ed. Naṣīr al-Dīn al-Ṭūsī in *Nine Tracts*, (Hyderabad-Dn: Osmania Oriental Publications Bureau, 1940).

2. Berggren, J. L., "Al-Sijzī on the Transversal Figure", *Journal for the History of Arabic Science*, 5 (1981), 23-36.

3. Bīrūnī, Abū'l-Rayḥān, *Al-Qānūn al-Mas*ʿ*ūdī* (Hyderabad-Dn.: Osmania Oriental Publications Bureau, 1955).

4. Brockelmann, C., *Geschichte der arabischen Litteratur*, 2 vols., 2nd ed., (Leiden: E. J. Brill, 1943 and 1949), and Supplementbände, 3 vols., (Leiden: E. J. Brill. 1937, 1938 and 1942).

5. Hermelink, H., "Vermischte Abhandlungen über Astronomie . . . Bankipore Nr. 2468", *Zentralblatt für Mathematik*, 54 (30. Oktober 1956), 1-2.

6. Kennedy, E. S. and H. Hermelink, "Transcription of Arabic Letters in Geometrical Figures", *Journal of the American Oriental Society*, 82 (1962), 204.

7. *Rasā'ilu'l-mutafarriqa fī'l-hai'at li'l-mutaqaddimīn wa mu*ʿ*aṣiray il-Bīrūnī* (Hyderabad-Dn.: Osmania Oriental Publications Bureau, 1948).

8. Sezgin, F., *Geschichte des arabischen Schrifttums*, Vol. V (Leiden: E. J. Brill, 1974).

9. Woepcke, F., *L'Algèbre d'Omar Alkhayâmi*, (Paris, 1851).

we have shown how such a line may be drawn by fixed geometry". On the other hand, if the work on the nonagon were an early one, composed before he framed his views on vergings, it is strange that he would write in his treatise on trisection that "nothing relating to this problem (trisection) has been solved either by the ancients or the moderns except for these two geometers (Abū Sahl al-Kūhī and Thābit ibn Qurra)", [9, pp. 117–18]. Presumably the construction of the nonagon by trisection would "relate to this problem"; so rather than assume al-Sijzī was keeping silent about a youthful work he regretted, we conclude that he did not write this treatise.

Two other persons known to have written on the nonagon during this period were Abū'l-Jūd and al-Bīrūnī; but the former used conic sections rather than vergings and was more interested in an algebraic approach to the problem, while the latter says of constructions of the nonagon by moving instruments or conics that "they are of slight use when it comes to numbers", and then gives two algebraic methods for obtaining the side, [3, p. 287]. Moreover the rather ponderous style of proof in the present treatise, including the citation of Book I of *The Elements* on the exterior angle of a triangle and the proof that TG intersects AE in the direction of E, hardly recalls that of either of these two mathematicians.

We conclude that the treatise is incorrectly attached to that of al-Sijzī, since he did not write it, and that it is the work of a tenth-century geometer whom, without further evidence, it is impossible to identify. In view of the striking similarity of its key step to the proof of the Banū Mūsā, this treatise appears to be another instance to the influence of the Banū Mūsā's work in medieval Arabic mathematics.

Acknowledgements

I wish to thank the Institute for the History of Arabic Science of the University of Aleppo for providing a photograph of MS Bankipore 2468/38 studied in this paper and for their hospitality during a stay in Aleppo when I did research on this paper, and I thank R. Rashed and J. Hogendijk for conversations which convinced me that the treatise on the nonagon is not due to al-Sijzī.

be on His prophet Muḥammad and his family. (19) Its editing was finished in Mūṣul in Muḥarram the year 632 (Hijra).

Commentary:

Only the inclusion of this treatise in Bankipore 2468 lends some support to our supposition that *The Nine-sided Figure* was composed in the latter part of the tenth or the early eleventh century, for that is the period from which most manuscripts in this codex come. Certainly from the point of view of the contents it could have been written at any time during the Islamic period. Thus, when al-Bīrūnī remarked in *al-Qānūn al-Masʿūdī* that one cannot trisect a general angle without moving instruments or using conic sections [3, p. 287] and observed that to construct a regular nonagon it suffices to trisect two-thirds of a right angle [3, p. 297], he was merely summarizing what had been known to geometers since antiquity. Even the Banū Mūsā gave in the mid-ninth century in their *Book of the Knowledge of the Measurement of Figures* exactly the procedure for trisecting a general rectilineal angle that is used here for trisecting one of 60°, [1, p. 24].

When the lettering in their proof is adapted to Fig. 1 the proof runs as follows. Draw a diameter $YDN \parallel BG$ and draw NG. Thus GT is equal and parallel to ND, and so NG is equal and parallel to DT. This means $GN \perp DE$; so GN, and hence $\widehat{GN}$, is bisected by DE. Thus $\widehat{EN} = \frac{1}{2}\widehat{GN}$. But $\widehat{BY} = \widehat{GN}$ and $\widehat{AY} = \widehat{EN}$, so $\widehat{AY} = \frac{1}{2}\widehat{BY}$, and so $\angle ADY = \frac{1}{3}\angle ADB$. Thus the treatment by the Banū Mūsā makes it plain that TD is equal to the chord of an arc that is $\frac{2}{3}$ of BA, which is a key step in *The Nine-sided Figure*.

Thus the purpose of the present treatise appears to have been simply to point out that when a well-known trisection procedure is applied to an angle of 60°, the verging produces directly the side of the regular nonagon iself. This is a very nice observation, giving a surprise ending to the usual construction, and certainly one worth a short treatise.

Since this short work immediately follows al-Sijzī's *The Transversal Figure*, it is tempting to suppose he was the author, for he also wrote on the trisection of the angle and the construction of the regular heptagon, and such an elegant construction of the nonagon would complete this activity very nicely. However, in view of the fairly clear and consistent attitude al-Sijzī displayed towards verging constructions he probably would not have considered such a construction of the nonagon as valid, much less elegant, for in his treatise on the trisection of an angle he describes a verging construction in a "Proposition resolved by one of the ancients by means of a straightedge and compass but which we must resolve by means of fixed geometry", [9, p. 120].

It does not seem likely that after expressing such a view al-Sijzī would write a treatise using a verging construction without at least adding, "and

point *T* and the circumference at the point *G*, and *TG* is equal to half the diameter, then I say that the line *TD* is always (20) equal to the side of the regular nine-sided figure in it (the circle)"? The reply is that that is true; (21) what I claim about it is sound. The proof of it (is as follows): We produce the diameter *AE* and the chord *BG* in straight lines in the directions (22) of *E*, *G* so that they meet; and I say first that their meeting is possible and the contrary is impossible, for if it were possible that the two were produced (23) and did not meet, then we draw from the point *G* a perpendicular to the diameter, *GL*. Then the lines *AE*, *BG* are either parallels (24) or their distance in the directions *E*, *G* is further as they run side-by-side. If they are parallels, then *TG* is equal to (25) *DL* because of the parallelism; but it was supposed equal to *DE*, i. e. equal to half the diameter, and that is a contradiction. Thus their distance (26) in the directions *E*, *G* is wider than parallelism; and that is even more of a contradiction because of what we proved (since such a *GT* would be even smaller than the previous *GT*, and hence less than the radius). Thus it is necessary (27) that the two lines *EA*, *BG* meet if they are produced in straight lines in the directions *E*, *G*; so let them be produced and let their meeting be at (28) the point *K* and draw *BD*, *DG* and produce *GM* parallel to *DK*. Then the ratio of *TM* to *MD* is as the ratio of *TG* (29) to *GK*; and *TM* is equal to *MD*, since *TG* is equal to *GD* ,and *GM* is perpendicular to *TD*. Thus *TG* is equal to *GK*, and because of that (30) *DL* is equal to *LK*. Since the exterior angle *BGD* of the triangle *GDK* is equal to the two opposite interior angles *GDK*, *GKD*, as proved in the first book of *The Book of The Elements*, while the angle (280*r*:1) *BGD* is equal to the angle *GBD*, since *BD* is equal to *DG*, and the angle *GDK* is equal to the angle *GKD*, the angle *KBD* (2) is equal to twice the angle *BKD*. Similarly, the exterior angle *BDA* of the triangle *BDK* is equal to the two opposite interior angles *DBK*, *DKB*; (3) (so) angle *DBK* is two-thirds of angle *BDA* and the angle *BKD* is one-third of angle *BDA*. (4) However, triangle *ABD* is equilateral, since *AB* was supposed equal to half the diameter, so angle *BDA* (5) is two-thirds of a right angle and thus angle *BKD*, i.e. angle *GDK* which is equal to it, is two-ninths of a right angle. Certainly (6) the sum of the angles around the center in any circle is four right angles; (7) so it is necessary that the angle whose chord is (8) the side of a regular nine-sided figure in any circle (9) four-ninths of a right angle. We have already proved (10) that the angle *GDK* is two-ninths of a right angle and the line *GL* (11) is half the chord of double the arc *GE*; (so) the line (12) *GL* is half the side of the regular nine-sided figure (13) in the circle *ABG*. Also certainly the line (14) *TD* is double the line *GL*, since its ratio to it is as the ratio (15) of *TK* to *GK*, and *TK* is double *GK* by what we proved. Thus *TD* (16) is equal to the side of the regular nine-sided figure in (17) the circle *ABG*; and that is what we wanted to prove. This is its figure. (18) It is finished with praise to God and with His good success. His blessings

An Anonymous Treatise on the Regular Nonagon

J. L. Berggren*

In 1948 Osmania Oriental Publications Bureau published a collection of twelve treatises, mostly from the 10th and 11th Centuries, taken from the codex Bankipore 2468, [7]. Over thirty years have elapsed since then but only three of these treatises have been the subjects of published investigations and one more has been translated (into Russian). Although the cover states the volume contains eleven treatises there is in fact a twelfth, an anonymous treatise attached both in the codex and the printed book to the work of the 10th century scholar Muhammad b. ᶜAbd al-Jalīl al-Sijzī, *On the Transversal Figure*. Perhaps because this treatise ends half-way down f. 279^v of the manuscript and the anonymous treatise *The Nine-sided Figure* begins on the next line, there is no mention of the latter in such standard works as Brockelmann [4] or Sezgin [8], although Hermelink noted it in his review of the volume [5] .

The purpose of the present paper is to translate and comment on *The Nine-sided Figure* and to consider its authorship. In a separate paper [2] we consider the treatise to which it is joined, the previously unstudied treatise of al-Sijzī, *On the Transversal Figure*. A facsimile of the manuscript text appears on p. 36-33 of this journal.

In the following translation "$(m\ r/v{:}n)$" denotes the beginning of line n of folio m (*recto/verso*) of Codex Bankipore 2468, while a simple "(n)" denotes the beginning of line n. Parentheses enclose additions to the text or explanations, and the figure found in the text is copied as nearly as possible, with the letters transcribed according to the system of Kennedy and Hermelink [6], in Fig. 1; however the lines NY and NL are not in the text and have been added by us to facilitate our later discussion of some work of the Banū Mūsā.

What follows is a translation of *The Nine-sided Figure.* (279v:17) The nine-sided figure. What is the proof of the assertion of one who says, "(Given) the circle ABG whose center is D and whose quartering diameters (18) are AE, ZH, if the two chords AB,BG are drawn in it subject to the condition that AB is equal to half its diameter and BG cuts the diameter (19) at the

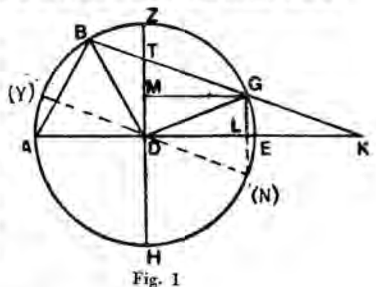
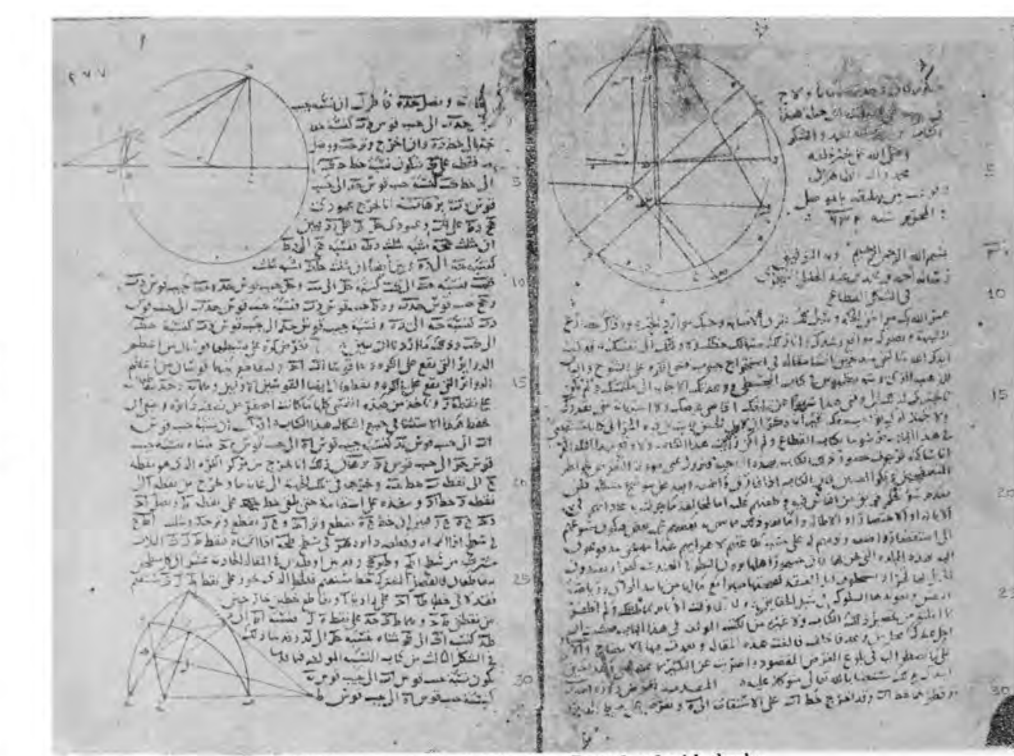


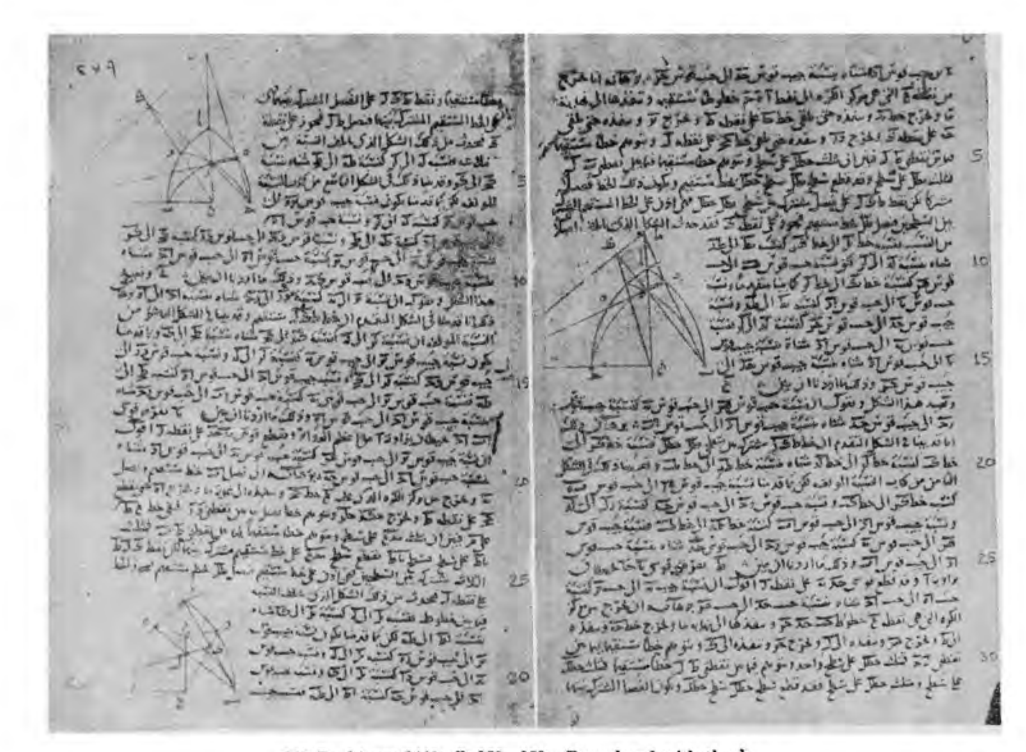
Fig. 1

* Simon Fraser University, Burnaby, British Columbia



MS Bankipore 2468, ff. 276v–277r. Reproduced with thanhs.

MS Bankipore 2468, ff. 277v–278r. Reproduced with thanks.



MS Bankipore 2468, ff. 278v–279r. Reproduced with thanks.



MS Bankipore 2468, ff. 279v–280r. Reproduced with thanks.

line AG. By similar triangles $AB:AD = BE:DH = (BE:EZ)(EZ:DH)$ and $EZ:DH = ZG:GD$ (again by similar triangles); so $AB:AD = (BE:EZ)(ZG:GD)$. See Figure 2a.

We note that while the idea of the proof, so far as it applies to a particular case, goes back to Ptolemy (*The Almagest* [3], pp. 45-6), the use of the chart of permutations to produce twelve diagrams to which one proof applies seems to be al-Sijzī's own, very attractive, idea.

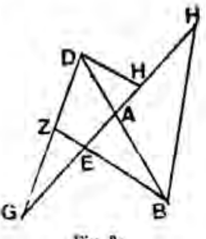


Fig. 2a

At the end of the proof (44r) al-Sijzī writes: "The proof of it was composed by the methods which I proved in my book *The Compound Ratio for Every Method*, one explanation for the twelve cases. And this is another one of those proofs, which I indicate in red when it differs from them, and the extension of its lines and its letters are also in red in the transversal (figure). This method is easier than the rest of the methods I have seen in their books. At this point we will break off the discourse since our goal is attained in this letter. Praise is God's regarding the goodness of his deeds and may God bless our lord Muḥammad and his family and his companions, and peace on them. It was derived on the first of Muḥarram, the year 389 Hijra".

There are no red letters or lines in the diagrams accompanying the treatise, but there are additional lines in the diagrams, namely lines labelled BH and passing through B parallel to DZ, just as the line used in the proof was labelled DH, passed through D, and was parallel to BZ. These may be the lines that were originally in red and there is no difficulty is forming a proof using them, one that is entirely analogous to the proof al-Sijzī gives using DH, (details in [1], p. 53). See Fig. 2a. , an exact copy of one in the manuscript.

The passage quoted above makes it clear that the work al-Sizjī refers to in his *Transversal Figure* as *The Compound Ratio* is not the treatise we are summarizing but an as-yet-unrecovered work of his whose full title was *The Compound Ratio for Every Method* (*al-nisba al-mu'allafa li-kulli ṭarīq*).

Then, though the passage quoted would seem to be the end, the treatise in fact continues for another page and a half, including a table stating what form the proportion $a:b = (g:d)(e:w)$ takes if two quantities, such as a and g, are equal. That this appendix is really by al-Sijzī is shown when, having given the table just mentioned the author writes "And we compose tables for determining the unknown one of six magnitudes when five of them are known, and the proof is in my book *On the Compound Ratio*". These tables, however, are omitted by the scribe, even though the treatise ends with instructions for their use.

true, it is not of much use, since the other ratios entering into the proportion are altered). On 42*r* he comes to the main point of the treatise. He realizes that if he is to give one proof valid for the twelve cases arising from one side of the diagram, the lines in each of the twelve figures to which his proof applies will have to bear some permutation of the labels *ADB*, *AEG*, *BZE* and *GZD*. To this end be makes the following chart of the permutations (*ibdāl*) of the three letters in each of these labels.

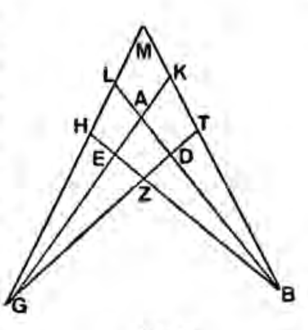


Fig. 1a

CHART 1a.

(as found on f. 42*r* of the manuscript)

The first	*ABD*	*ADB*	*BAD*	*BDA*	*DAB*	*DBA*
The second	*AEG*	*AGE*	*EGA*	*EAG*	*GAE*	*GEA*
The third	*BZE*	*BEZ*	*EBZ*	*EZB*	*ZBE*	*ZEB*
The fourth	*DZG*	*DGZ*	*ZDG*	*ZGD*	*GDZ*	*GZD*

There is no simple rule that would generate the chart from its first column though the interchange of entries (2,3) – i.e. second row and third column– with (2,4), (3,3) with (3,5), and (3,4) with (3,6) ,would produce a chart in with the entries in any one column are generated from the corresponding entries in the first column by the same permutation. In any case, al-Sijzī now shows how, if we choose one of the above labels for any line of the tranversal figure, we may use the chart to determine the labelling of the other lines. He takes the case when we label the "first" line *DBA*. We find, he says, that among the other lines there are two emanating from *D* and *A* with only one point in common, and so "we seek the common (letter) from the beginning of the two rows of the second (table) and find *G*". Then the second row shows immediately that the letter following *AG* is *E*, and the fourth row shows that the letter following *DG* is *Z*.

Thus the entries in the first and third rows allow us to form twelve diagrams illustrating the twelve cases of the transversal theorem in which the letters *A*,*B*,*D*,*Z* and *E* label the two right-hand lines. For each of these twelve cases he proves (43*v*) that $AB:AD = (BE:EZ)\,(GZ:GD)$, as follows. In each figure draw *DH* parallel to *BE*, where *H* is the intersection of *DH* with the

Acknowledgements:

I wish to thank the Institute for the History of Arabic Science of the University of Aleppo for providing photographs of the treatise from Codex Bankipore 2468 studied in this paper, as well as J. Hogendijk, D. King, and J. Sesiano for providing copies of works which, in al-Sijzī's words, "do not exist in the city I inhabit". Finally I thank H. E. Kassis for saving me from several blunders in the translation of the preface to al-Sijzī's work.

Bibliography

1. Björnbo, A.,"Thābits Werk über den Transversalensatz (liber de figura sectore). Mit Bemerkungen von H. Suter. Hsg. und erganzt . . . von H. Bürger und K. Kohl", *Abh. zur Geschichte der Naturwiss. und der Med.*, Heft VII, Erlangen (1924), 1-90.

2. Kennedy ,E. S. and H. Hermelink, "Transcription of Arabic letters in Geometrical Figures", *Journal of the American Oriental Society*, 82, No. 2 (April – June ,1962), 204.

3. Ptolemy, C., *Handbuch der Astronomie* (Vol. I), and comm. by K. Manitius with preface and corrections by O. Neugebauer (Leipzig: B. G. Teubner, 1963).

4. *Rasā'ilu'l-mutafarriqa fi'l-hai'at li'l mutaqaddamīn wa muᶜāṣiray il-Bīrūnī* (Hyderabad-Dn.: Osmania Oriental Publications Bureau, 1948).

5. Sezgin, F., *Geschichte des arabischen Schrifttums*, Vol. V (Leiden: E. J. Brill), 1974.

6. Al-Sijzī, ᶜAbd al-Jalīl "Fī taḥṣīl īqāᶜ al-nisba al-muʾallafa al-ithnaí ᶜashara fī'l-shakl al-qaṭṭāᶜ al-musaṭṭaḥ bi-tarjama wāḥida wa kayfiyat al-aṣl alladhī tatawalladu minhu hādhihi'l-wujūh", Leiden, MS Or. 168, ff. 41*r*-44*v*.

Appendix

Al-Sijzī's treatise on the compound ratio in MS Leiden Or. 168

Since in the treatise we have discussed above al-Sijzī does not deal with the plane case of the transversal theorem, we have thought that the reader might wish to have a brief account of the one known treatise where he does discuss the theorem, namely his *Fī taḥṣīl īqāᶜ al-nisba al-mu'allafa ...*, Leiden MS Or. 168 (ff. 41*r* – 44*v*). Another account may be found in [1].

Al-Sijzī begins (41*r*) by distinguishing among the twelve cases obtained from "one side" of the transversal figure the four cases obtained by *tarkīb*, the two obtained by *tafṣīl*, and the other six obtained by *ibdāl* (interchanging antecedent and consequent in the previous cases). On 41*v* he next shows that when we prolong BE to H, so that $EH = EZ$ (Fig. 1a.), and complete the figure to a transversal figure GHL, LAB, BZH and GZD, ratios such as BE: EZ, which were examples of *tarkīb* in the first figure, may be replaced by equal ratios (in this case $BE: EH$) which are now examples o *tafṣīl*. (While this is

CHART I

THEOREMS IN ORDER	PROOF	SIX CASES FOR *ADB*
$\frac{\mathrm{Sin}\ \widehat{AB}}{\mathrm{Sin}\ \widehat{BD}} = \frac{\mathrm{Sin}\ \widehat{AE}}{\mathrm{Sin}\ \widehat{EG}} \cdot \frac{\mathrm{Sin}\ \widehat{GZ}}{\mathrm{Sin}\ \widehat{ZD}}$	Intersection of planes *ATG*, *THE*. From Theorem 3 of his book.	Whole to lower part
$\frac{\mathrm{Sin}\ \widehat{BD}}{\mathrm{Sin}\ \widehat{AB}} = \frac{\mathrm{Sin}\ \widehat{DZ}}{\mathrm{Sin}\ \widehat{ZG}} \cdot \frac{\mathrm{Sin}\ \widehat{EG}}{\mathrm{Sin}\ \widehat{EA}}$	From Theorem 4.	Lower to whole
$\frac{\mathrm{Sin}\ \widehat{AB}}{\mathrm{Sin}\ \widehat{AD}} = \frac{\mathrm{Sin}\ \widehat{BE}}{\mathrm{Sin}\ \widehat{EZ}} \cdot \frac{\mathrm{Sin}\ \widehat{GZ}}{\mathrm{Sin}\ \widehat{GD}}$	Intersection of planes *AEG*, *BDZ*. From Theorem 1.	Whole to upper
$\frac{\mathrm{Sin}\ \widehat{AD}}{\mathrm{Sin}\ \widehat{AB}} = \frac{\mathrm{Sin}\ \widehat{GD}}{\mathrm{Sin}\ \widehat{GZ}} \cdot \frac{\mathrm{Sin}\ \widehat{EZ}}{\mathrm{Sin}\ \widehat{EB}}$	Number not given.	Upper to whole
$\frac{\mathrm{Sin}\ \widehat{BD}}{\mathrm{Sin}\ \widehat{DA}} = \frac{\mathrm{Sin}\ \widehat{BZ}}{\mathrm{Sin}\ \widehat{ZE}} \cdot \frac{\mathrm{Sin}\ \widehat{GE}}{\mathrm{Sin}\ \widehat{GA}}$	Intersection of planes *DZG*, *BAE* From Theorem 5.	Lower to upper
$\frac{\mathrm{Sin}\ \widehat{DA}}{\mathrm{Sin}\ \widehat{BD}} = \frac{\mathrm{Sin}\ \widehat{GA}}{\mathrm{Sin}\ \widehat{GE}} \cdot \frac{\mathrm{Sin}\ \widehat{EZ}}{\mathrm{Sin}\ \widehat{ZB}}$	From Theorem 6.	Upper to lower
		SIX CASES FOR *BZE*
$\frac{\mathrm{Sin}\ \widehat{BE}}{\mathrm{Sin}\ \widehat{EZ}} = \frac{\mathrm{Sin}\ \widehat{BA}}{\mathrm{Sin}\ \widehat{AD}} \cdot \frac{\mathrm{Sin}\ \widehat{GD}}{\mathrm{Sin}\ \widehat{GZ}}$	Intersection of planes *AEG*, *BDZ*. Number not given.	Whole to upper
$\frac{\mathrm{Sin}\ \widehat{EZ}}{\mathrm{Sin}\ \widehat{BE}} = \frac{\mathrm{Sin}\ \widehat{GZ}}{\mathrm{Sin}\ \widehat{GD}} \cdot \frac{\mathrm{Sin}\ \widehat{AD}}{\mathrm{Sin}\ \widehat{AB}}$	From Theorem 8.	Upper to whole
$\frac{\mathrm{Sin}\ \widehat{BE}}{\mathrm{Sin}\ \widehat{BZ}} = \frac{\mathrm{Sin}\ \widehat{AE}}{\mathrm{Sin}\ \widehat{AG}} \cdot \frac{\mathrm{Sin}\ \widehat{GD}}{\mathrm{Sin}\ \widehat{GZ}}$	Intersection of planes *ADB*, *GEZ*. From Theorem 9.	Whole to lower
$\frac{\mathrm{Sin}\ \widehat{BZ}}{\mathrm{Sin}\ \widehat{BE}} = \frac{\mathrm{Sin}\ \widehat{GZ}}{\mathrm{Sin}\ \widehat{DG}} \cdot \frac{\mathrm{Sin}\ \widehat{AG}}{\mathrm{Sin}\ \widehat{AE}}$	From Theorem 10.	Lower to whole
$\frac{\mathrm{Sin}\ \widehat{BZ}}{\mathrm{Sin}\ \widehat{EZ}} = \frac{\mathrm{Sin}\ \widehat{BD}}{\mathrm{Sin}\ \widehat{AD}} \cdot \frac{\mathrm{Sin}\ \widehat{AG}}{\mathrm{Sin}\ \widehat{GE}}$	Intersection of planes *DZH*, *BAE*. Number not given.	Lower to upper
$\frac{\mathrm{Sin}\ \widehat{EZ}}{\mathrm{Sin}\ \widehat{BZ}} = \frac{\mathrm{Sin}\ \widehat{EG}}{\mathrm{Sin}\ \widehat{AG}} \cdot \frac{\mathrm{Sin}\ \widehat{AD}}{\mathrm{Sin}\ \widehat{BD}}$	From Theorem 12.	Upper to lower

We conclude by comparing al-Sijzī's treatment of the transversal theorem with that of his two well-known predecessors, Ptolemy and Thābit b. Qurra. Ptolemy states but two cases of the theorem and proves only one, for his interest is in providing in brief compass a useful tool for astronomers to solve such problems as that of finding the declination of the sun given its longitude.

Certainly both Thābit and al-Sijzī were also aware of the astronomical applications of the theorem and the latter writes, near the end of his treatise (279*v*: 13-14), "For it is my intention, when I have the time, to compose a detailed book on celestial arcs, in which the uses of the sought goal in regard to the transversal figure would be fulfilled." However, both men evidently saw the need of providing a complete mathematical basis for these uses. Ptolemy's attitude, on the other hand, was probably well-summarized by Thābit who wrote of him that he felt "the reader who understands could, with one example available, find the proofs of the remaining forms for himself" [1, p. 27].

Although al-Sijzī and Thābit had the same goal, their procedures differ considerably. While al-Sijzī aimed at deriving each of the twelve forms shown in Chart I by a uniform method from the corresponding plane theorems, Thābit saw that the first case described by Ptolemy was one from which all the other cases could be derived. Thus he filled in the gaps in Ptolemy's proof of the one case and proved the other basic case, stated but not proved by Ptolemy, from the first. He then went on to assert that all the other cases could be reduced to these two, following which he shows how these two cases could be proved without using the plane form of Menelaos' Theorem. Finally he concluded with a demonstration of how, given six (comparable) quantities a, b, g, d, e, w, and a relation $a:b = (g:d).(e:w)$ one could derive seventeen, and only this many, other relations, such as $a:g = (b:w).(e:d)$.

Thus Thābit's basic contribution lies in pointing out that all forms of the theorem are derivable from one form, even if such a derivation is carried out in detail only for one case, whereas al-Sijzī carried out the details of the proofs of the twelve statements given in Chart I according to a uniform procedure. With Thābit therefore the unity lay in the basic theorem while with al-Sijzī it lay in the one procedure. Both treatises, in providing unified, thorough treatments of a major theorem, were independent steps in recognizing the mathematical discipline of trigonometry.

The pair translated from al-Sijzī's treatise is entirely typical in that the twelve theorems fall into six such pairs, namely 1, 2; ...; 11, 12 – where the second member of each pair proves the case obtained from the first by inverting all three ratios. In the case of each pair the statement of the second opens with the phrase "We repeat this figure", and the proof is quite short, since al-Sijzī is able to use the same plane transversal figure as in the first.

In his previous treatise *The Compound Ratio* al-Sijzī explains that in the plane transversal theorem twelve cases arise because on the line AB there are three segments AD, DB and AB, any two of which form a ratio (in two ways), and so we obtain six different ratios from AB. Similarly, we obtain six different ratios from BE for a total of twelve, "and as for the statements of the ratios of AG and its segments, they are like the statements of the ratio of AB as far as obtaining them and similarly the statements of (the ratios of) GD are like the statements of (the ratios of) BE", [6, f. 41v : 2–4]. The corresponding twelve cases for the sphere constitute the propositions of the present work.

In this treatise al-Sijzī, unlike Ptolemy and Thābit, states each of the twelve theorems using Sines of the arcs. The proofs, however, proceed along the same lines as Ptolemy's: each case of the spherical transversal theorem in reduced to one of the plane cases, which he usually cites by number from *The Compound Ratio*. These plane cases are all generated in a uniform manner, namely by intersectiong three radii of the sphere with chords of great circles (both being produced if necessary), to obtain three points which he proves lie on a straight line by proving they lie on two planes. (As we have seen, the specification of the points is not always so clear as it might be.) This straight line is then the fourth line of a plane transversal configuration.

Chart I states the twelve propositions of al-Sijzī's work in the order he proves them, giving for each one the intersecting planes that produce the fourth line and the theorem number of the result he uses from his work on compound ratio when he cites it. The third column gives for the reader's convenience a verbal description of the ratio that is to be expressed as a compound ratio.

The chart reveals al-Sijzī's systematic treatment of the twelve propositions, in which for each of the two segments he deals first with the four cases of *tarkīb* and then with the two cases of *tafṣīl*. Were it not for one anomaly, his arrangement of the spherical propositions would follow that of the corresponding plane theorems, as the second column shows. One would rather have expected the propositions to occur in the order 3, 4, 1 and 2, but the possibility that a later writer arbitrarily re-ordered them or that some codex folios got out of order is excluded by the words "it is necessary to retain this exception for the totality of propositions in this book" in the opening part of Proposition 1, for they show this is indeed the first theorem.

and we draw (8) HG which we produce indefinitely (to some point T). We draw AE and produce it until it meets the line HT at the point T. We imagine (9) a straight line between the two points B, T so the triangle ABT is on a plane. We (also) imagine a straight line from the point D (10) to the Point T so the surface $HDZGT$ is on a plane; thus the plane $HDZGT$ cuts (11) the plane ABT in a straight line common to the two of them. But (then) the points (12)K, L, T lie on the common section and so these points lie (13) on a straight line. Thus the straight line joining the two points (14) K, T passes through the point L, and so there results here the figure (15) whose sides are related by composition, i.e. AB, AT, T [K] (L) and BE. Hence, the ratio of BK (16) to KA is as the ratio of BL to LE compounded with the ratio of ET to TA, which we proved (17) in the fifth theorem of our book on compounded ratios. However, (18) the ratio of the Sine of the arc BD to the Sine of the arc DA is as the ratio of BK to KA, as we proved by way of a lemma, and the ratio of the Sine (of the arc) BZ to (19) the Sine of the arc ZE is as the ratio of BL to LE, and the ratio of the Sine of the arc EG to the Sine of the arc GA is as the ratio of ET to TA (20); and so the ratio of the Sine of arc BD to the Sine of arc DA is as the ratio of the Sine of arc BZ to the Sine of arc ZE compounded (21) with the ratio of the Sine of arc GE to the Sine of arc GA, and that is what we wanted to prove.

He now states and proves Proposition 6.

(278r:21) We repeat this (22) figure and we say that the ratio of the Sine of the arc DA to the Sine of the arc BD (the copyist repeats the whole phrase from "ratio" to "BD") (23) is as the ratio of the Sine of the arc AG to the Sine of the arc GE compounded with the ratio of the Sine of the arc EZ to the Sine of the arc ZB. (24) Its proof: We proved concerning the preceding figure that the common section of the two planes $GDZT$, ABT is the line KLT, (25) and so the ratio of AK to KB is as the ratio of AT to TE compounded with the ratio of EL to LB – and we proved that in the sixth theorem (26) of the *Book of the Compound Ratio*.

The next four lines just apply the introductory lemmas to replace the latter ratios by ratios of Sines, and we shall not repeat them here.

Before we comment on the above, we quote for comparison Ptolemy's proof of one of the two cases he discusses, since it is exactly that proved by al-Sijzī in Propotion 5. (Since Ptolemy labels the points on the left D and B and those on the right E and G, we have changed his lettering to fit Fig. 3.) What follows is from the *Almagest* [3, p.50; lines 1-20].

From the center H of the circle draw straight lines HD, HZ and HG. Draw the connecting line AE and prolong it until it cuts the prolongation of HG at T. Similarly the connecting lines EB and AB will cut HZ and HD at L and K (respectively). Since the three points K, L and T lie in the planes of triangle ABE and the circle GZD, they lie on a straight line. The line which joins these points produces the following figure: the straight lines TK, BE, which cross at Z, are drawn in the lines TA and BA [3, p. 50].

The remainder of Ptolemy's proof is simply the application of the plane form of Menelaos' theorem and the preliminary lemmas to obtain the desired conclusion; however, the portion quoted shows plainly the dispatch with which Ptolemy defines the three crucial points T, K and L and shows they lie on a straight line. In contrast, al-Sijzī does not carefully define the two points K and L and he dwells a bit longer than Ptolemy on the fact that these, together with T, lie on a straight line, but to no more effect, for both authors leave it to the reader to convince himself that each point is both on a line in one plane and on a line in another.

each other in the point Z. I say that the ratio of GA to AE is equal to the ratio of GD to DZ compounded with the ratio of ZB to BE" and, with the same hypotheses, "the ratio of GE to EA is equal to the ratio of GZ to ZD compounded with the ratio of DB to BA" [3, p. 45]. The first case, in which one of the terms in the initial ratio is a whole segment, the Greeks called *kata synthesin* and the Arabs *tarkīb*, while the corresponding words for the other case were *kata diairesin* and *tafṣīl*. ; Al-Sijzī does not state these theorems, but refers the reader to a treatise of his that he refers to by the title *K. al-nisba al-mu'allafa* whenever he needs to refer to one of the twelve cases of the plane transversal figure. The only treatise on this topic by al-Sijzī known to us is in Leiden, MS Or. 168, and is entitled anit *fī taḥṣīl iqa' al-nisba al-mu'allafa al-ithnai ᶜashara fī'l-shakl al-qaṭṭāᶜ al-musaṭṭaḥ bi-tarjama wāḥida wa-kaifiyat al-aṣl alladhī tatawalladu minhu hadhihi'l-wujūh*: see Sezgin [5, p. 332]. However, Mr. J. Hogendijk has called our attention to the fact that this treatise ends with the sentence

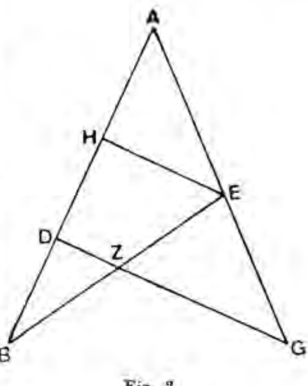


Fig. 2

استخرجت فى اول المحرم سنة شفط هجرة

and this means that it was composed on the first of Muḥarram 389 A.H. (= end of December 998 A.D.). Since we have already pointed out that al-Sijzī wrote the present *R. fī shakl al-qaṭṭāᶜ* sometime prior to 969, it follows that the *K. al-nisba al-mu'allafa* is not the treatise in Leiden, Or. 168.

Following the above lemmas al-Sijzī states and proves his twelve propositions, of which we now translate the fifth and sixth (see Fig. 3).

Proposition 5:

(278r:4) We postulate the two arcs AB AG of great circles containing the angle A and we draw arcs (5) BZE, GZD from the two points B, G meeting at the point Z. I say that the ratio of the Sine of arc BD to (6) the Sine of arc DA is as the ratio of the Sine of arc BZ to the Sine of arc ZE compounded with the ratio of the Sine of arc GE to the Sine (7) of arc GA. Its proof: We draw AB and BE and produce from the center of the circle, H, two lines HZ, HD

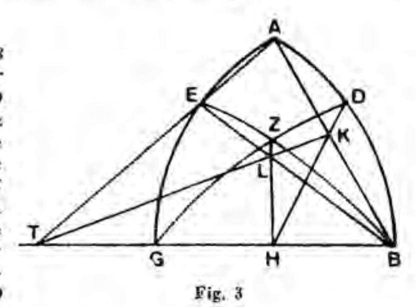


Fig. 3

and I am not unaware of the respect due of to you, but (for the fact) that it was mentioned that Abû'l-Ḥasan Thābit b. Qurra al-Ḥarrānī had (written) a book inquiring (17) into this field, called *The Book of the Transversal*. But I have not seen this book and it does not exist in this city (18) I inhabit; so I requested the book be brought to this area, so that the burden of being exposed to the notions (19) of those who (merely) leaf through (a work) may vanish from me as well as the opinion of those who really study. For a book, when it is separated from its author and is far from him who makes clear its obscurity, will not (20) lack adverse hair-splitting judgement from some people about it nor their calumnies against it, either because it conflicts with what they customarily employ in (21) explaining, abridging or expanding or (because of) other things that some of them have forbidden others to do. Thus their haste is (22) to find its author inadequate and their censure of him is in proportion to their submission to their whim. We are driven (23) to this (judgement) by this town in which we are. Indeed, the great mass of people consider the investigation of geometry blasphemous and count (21) ignorance of it a boast. They find it lawful to kill him who believes in its correctness with perserverance, as well as (in) its ability to strengthen insight, to train (25) the soul and to accustom behavior in the paths of truths. However, when the days lengthened your delay and I did not succeed (26) in what I had hoped for in obtaining that book nor any other book written on this topic, I feared that (27) I would hold in your opinion the status of one who promises but breaks (his promise). Thus I wrote this treatise and with it undertook the elucidation and epitomization (28) of what is necessary to obtain the sought goal. I shunned elaborating the superfluous. And that is where (29) I begin, relying on God the Exalted, trusting in Him.

The introduction gives no clues to the identity of the friend to whom a certain respect was due or the name of "this city I inhabit", both items we should very much like to know. It does say, however, that he wrote the work without having seen either Thābit's *Book of the Transversal* or any other work on the topic. Now Sezgin records many copies of Thābit's work, among them "Paris 2457/37 (ff. 164-170, 358 H., Abschrift von as-Siǧzī)" [5, p. 268]. This means that in 358 H. (969 A.D.) al-Sijzī saw and copied Thābit's work so this year is an upper limit of the date of composition of al-Sijzī's *The Transversal Figure*.

The body of this treatise begins with statements and proofs of two lemmas stating (see Fig. 1) that when a chord GD (GB) of a circle BGA is cut externally (inter ally) by a diameter at E (at K) then Sin GB: Sin $DB = GE : ED$ (Sin GD : Sin $DB = GK : KB$). The same lemmas stated in terms of "the chord of twice the arc", appear in the *Almagest* [3, pp. 46-7] the sole work al-Sijzī names in his preface as his source.

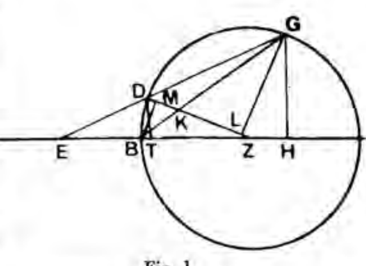


Fig. 1

Moreover, after stating these lemmas, Ptolemy states two cases of the plane transversal theorem as follows (Fig. 2) : "Within two straight lines AB and AG one draws two crossing straight lines BE and GD which cut

Al-Sijzī on the Transversal Figure

J. L. Berggren*

THE MATHEMATICIAN AND ASTRONOMER Abū Saʿīd Aḥmad b. Muḥammad b. ʿAbd al-Jalīl al-Sijzī produced, in the latter part of the 10th and early 11th centuries A.D., a series of important works of which only a few have been studied. Among his unstudied works is the *R. fi'l-shakl al-qaṭṭāʿ* (On the Transversal Figure), a work not mentioned by H. Bürger and K. Kohl in their section on the history of the transversal theorem among the Arabs in [1, pp. 47-58], perhaps because the work is known in only one copy in MS Bankipore 2468, item 40, and was only published by the Osmania Oriental Publications Bureau in 1948 [4].

In this paper we present from the treatise a translation of the introduction, the fifth and sixth theorems with their proofs, and statements of all theorems in modern notation. We close with a commentary which, among other things, compares al-Sijzī's treatment of the transversal theorem with that of Ptolemy [3] aad Thābit b. Qurra [1]. Facsimiles of the entire text appear on pp. 36-33 below.

In the translation the notation "(*m r/v:n*)" signals the beginning of line *n* of folio *m* (*recto/verso*) of Codex Bankipore 2468, while a simple "(*n*)" denotes the beginning of line *n*. We enclose emendations in square brackets and supply the original reading in parentheses immediately afterwards, while additions to the text or explanations are enclosed in parentheses. Figures 1 and 3 are copies of those in the text and the letters denoting points have been transcribed according to the system of Kennedy and Hermelink [2]. The word "Sine" denotes the medieval sine function, so that, when a is an arc of a circle of radius R, $\text{Sin}\, a = R \sin a$.

Al-Sijzī begins his treatise as follows:

(276v:8) In the name of God, the Merciful, the Compassionate. In Him there is congruity. (9) The treatise of Aḥmad b. Muḥammad b. ʿAbd al-Jalīl al-Sijzi (10) on the transversal figure. (11) May God establish through you the abode of wisdom and make easy for you the paths of achieving the goal and spare you the source of confusion, preserve you from the ruin (12) of uncertainty and make you see the places of correctness and illuminate for you the roads of your good fortune and not leave you in charge of yourself. You had, (13) may God support you, asked me sometime since for a treatise on the derivation of Sines of arcs of the sphere by way of explanation and demonstration (14) of the approach which Ptolemy described in his book the *Almagest* and I promised to reply to your request. I would not (15) have delayed for that until now, neglecting what you wanted to know, nor do I consider your worth of little value, (16)

* Simon Fraser University, Burnaby, B.C., Canada.

This and the following paper were originally submitted as one, wtich was made into the present two at the request of the editors.

شذرة عربية من كتاب مفقود لبطلميوس

ريجيس مورلون

نعرف أنّ كتاب بطلميوس « في مطالع الكواكب الثابتة والأنواء » كان قد نقل من اللغة اليونانية الى اللغة العربية ، والدليل على ذلك أن البيروني في كتابه « الآثار الباقية من القرون الخالية » يورد « كتاب الأنواء » لسنان بن ثابت بن قرة الذي اعتمد فيه على كتاب بطلميوس المتقدم ذكره ، كما لاحظ ذلك الدكتور نوكيبوار . ولدينا الجزء الثاني من كتاب بطلميوس هـذا في لغته الأصلية ولكنّ جزءه الأول لا يزال مفقودا حتّى الآن ولم تصل إلينا ترجمة هذا الجزء الأول سواء أكانت لاتينية أم عربية .

إنّ المقارنة بين نصّ من مؤلّفات البيروني ونصّ ثابت بن قرة عن رؤية الأهلّة تتيح لنا التعرف الأكيد على شذرة من هذا الجزء الأول المفقود . وبعد التقديم لهذا النصّ ، نشرح محتواه شرحاً سريعاً ثم نقدّم النص نفسه مصححاً محققاً .

١ – التقديم

في « القانون المسعودي » كتب البيروني المقالة التاسعة « من احوال الكواكب الثابتة » وفيها الباب السابع في « تشريق الكواكب وتغريبها » . في القسم الأول من هذا الباب يعرض المؤلف الأسس النظرية لهذه المسألة وفي القسم الثاني البراهين الهندسية . انّ القسم الأول هو الذي يهمنا في هذه المقالة ونجده مطبوعاً في دار النشر بحيدر اباد الدكن سنة ١٣٧٥ هـ/ ١٩٥٦ م ص ١١٢٩ – ١١٣٢ . في الصفحة ١١٣١ يقتبس البيروني برهانه من بطلميوس في كتابه « في مطالع الكواكب الثابتة والأنواء » وبعد صفحة ونصف يعطي معادلة لتغيير قيمة قوس انحطاط الشمس تحت الأفق عند ظهور كوكب من الكواكب . وهذه المعادلة نفسها يستعملها ثابت بن قرة في دراسته عن مسألة رؤية الأهلّة حيث يقول ثابت نفسه إنه اقتبسها من بطلميوس في كتابه « في ظهور الكواكب الثابتة » . نرى انّ هذا العنوان نظير العنوان الذي ذكره البيروني ، وإن كان ينقص عنه قليلا ، وانّ الاقتباسين من نفس كتاب بطلميوس :

ونتبين من ذلك انّ النصّ الذي في « القانون المسعودي » والذي يبدأ بذكر عنوان كتاب بطلميوس وينتهي في آخر شرح المعادلة المذكورة هو من هذا الكتاب المفقود وسيمكننا ان نوسّع هذه الشذرة توسيعاً قليلاً ونحن نفسّر محتوى النص لما فيه من تماسك كلّي .

نجد نص ثابت بن قرة في مخطوطة وحيدة : في المكتبة الانكليزية — لندن — رقم ٧٤٧٣ — ١١١ ظ . وهو غير منشور حتى الآن .

اما نص البيروني فهو منشور في حيدر اباد ، كما ذكرناه ، ولكن هذا النص المطبوع صعب الفهم لكل ما فيه من تصريف وتحريف ، فقابلناه بمخطوطتين من القانون المسعودي الأولى في المكتبة الانكليزية — لندن — رقم ١١٩٧ : ٢٠٥ ظ — ٢٠٦ ظ ، والأخرى في المكتبة الوطنية — باريس — رقم ٦٨٤٠ : ١٦٠ ظ — ١٦١ و .

وفيما يلي سنكتب النصين كما فهمناهما .

٢ — محتوى نص البيروني

لتسهيل فهم النص نقسمه إلى خمس فقرات .

— الفقرة الأولى —

نجد فيها مجموعة من اسس عامة ونلاحظ انها تنتهي بذكر الرصد بالأنبوب الذي يسمى هنا « البربخ » . كان العلماء العرب يستعملون هذه الآلة : كالبتاني لتحقيق رؤية الأهلّة من بداية الشهر ونظنّ أنّ هذه الآلة لم تكن معروفة قبلهم فاقتباس البيروني من مؤلفات بطلميوس لا يبدأ إلاّ عند التصريح باسمه منذ الفقرة التالية .

— الفقرة الثانية —

يستند البيروني إلى بطلميوس لكي يختار قوس انحطاط الشمس مأخذاً أساسياً لمسألة تشريق الكواكب الثابتة وتغريبها ، خارجاً عن شروط التجارب المكانية او الزمانية ونحن نجد الشرح نفسه في « المجسطي » وفي « كتاب الاقتصاص » من بطلميوس معاً . فمن المحتمل أن هذا الشرح أيضاً في كتابه « في مطالع الكواكب الثابتة والأنواء » على أنّ محتوى هذه الفقرة لا نرى فيه شيئاً جديداً بالنسبة إلى ما نعرف من ناحية أخرى .

— الفقرة الثالثة —

يذكر البيروني قيمتيْ قوسيْ انحطاط الشمس لظهور الكواكب من العظمين الأول والثاني : ١٢ و ١٥ درجة . أما هذان المقداران فلا نجدهما في « المجسطي » ولا في « كتاب الاقتصاص » على أننا نستطيع أن نستعيدهما بالحساب انطلاقاً من وصف الأرصاد في الجزء الثاني من «كتاب في مطالع الكواكب الثابتة والأنواء » لبطلميوس كما نرى ذلك في النص اليوناني المحفوظ . فإذاً يأتي محتوى هذه الفقرة من الجزء المفقود في نفس الكتاب . نجد هاتين القيمتين مستعملتين عند الكثير من العلماء العرب في دروسهم عن ظهور الكواكب.

— الفقرة الرابعة —

يذكر البيروني نقصان قوس انحطاط الشمس لظهور كوكب حينما يظهر من الجهة المقابلة للشمس على الأفق . نجد هذا الكلام في « كتاب الاقتصاص » ولكنه ها هنا يؤخذ اساساً لا بدّ من إنتقاله إلى حاله كل كوكب متنحٍ عن نقطة مسقط عمود ضياء الشمس على الأفق .

— الفقرة الخامسة —

يعطينا فيها البيروني المعادلة لتغيير قوس انحطاط الشمس لكوكب معين بحسب موضع هذا الكوكب على الأفق [انظر إلى الشكل في المقالة باللغة الفرنسية] : إذا كان h مقدار قوس انحطاط الشمس المطلق أصبح مقدارها $\frac{h}{2}$ عندما يكون الكوكب في مقابلة الشمس على الأفق وأصبح

$$h - \Delta h = h'$$

عندما يكون بعده في موضعٍ ما على الأفق d عن موضع الأفق الأضوأ

مع : $$\frac{\Delta h}{h/2} = \frac{d}{180} \quad \text{أو} \quad h' = h \cdot \frac{360 - d}{360}$$

وهذه هي المعادلة التي استعملها ثابت مورداً كتاب بطلميوس هذا .

— الختـــام —

لا تحوي الفقرة الأولى شيئاً من براهين بطلميوس وبدءاً من الفقرة الثانية نجد الاقتباس من بطلميوس ولكن ما تحتويه هذه الفقرة نجده أيضاً في كتابين من كتب بطلميوس . أما

الفقرات الثالثة والرابعة والخامسة فلا نجد محتواها في كتب بطلميوس المعروفة ونرجح أنها ذكرت في الجزء الأول المفقود من هذا الكتاب « في مطالع الكواكب الثابتة والأنواء » .

ونصل بعد هذا إلى أنّ ذلك الجزء المفقود من كتاب بطلميوس كان مصدراً مهماً لدراسات العلماء العرب عن تشريق الكواكب الثابتة أو المتحيّرة وتغريبها .

٣ – النصّان

– نص ثابت بن قرّة

... وإذا عملنا على ذلك ما حكم به بطلميوس في كتابه في ظهور الكواكب الثابتة ، أخذنا نصف حقّ القوس الثانية ، فضربناه في القوس الثالثة ، وقسمنا ما اجتمع على قف درجة ، فما خرج من القسمة نقصناه من حقّ القوس الثانية ، فما بقي فهو ما تحتاج أن تكون عليه القوس الثانية ؛ وللموضع[1] الذي الهلال به من الأفق نسمّي ذلك : حقّ القوس الثانية بحسب القوس الثالثة .

١ – في الأصل : الموضع

– نص البيروني(١)

في تشريق الكواكب وتغريبها

١ – تشريق الكواكب وتغريبها ، متى كانا فيها ممكنين ، منوط بـدائرة الضياء والاقتراب منها والتباعد عنها وقياس جرم الكوكب وعظمه ومكثه فوق الأرض، قبل طلوع الشمس أو < بعد > مغيبها ، لتغلّظ سمك(٢) الظلام حول الناظر ، فيتمكن من الإدراك على مثال تمكنه منه بالليالي عند وقوبها(٣) ، بل(٤) كتمكنه منه بالنهار في الآبار العميقة القرار أو كإدراك عظام الكواكب عند النظر إليها من تحت الأكنان(٥) الحاجبة للشمس عن الأبصار فتحقق(٦) ما <له> خُلِقَ الحاجب مشرفاً على العين(٧) ليحصل من منفعته فيها(٨) ما يضاعفه وضع الكف أو الأصابع المضمومة على نسق عظم الحاجب عند الآثار(٩) بالبصر ليصير على هيئة البربخ المنظور فيه –

٢ – هذا على اختلافه في البقاع باختلاف أهويتها وفي الأوقات في فصول السنة ، وافتنان(١٠) التجارب لذلك في مقاديرها ، وتباين المآخذ(١١) عند الأمم فيها . ولا بدّ من الاستناد في أمثال هذه الأشياء إلى بطلميوس إمام الصناعة والذي لم يدرك شأوه أحد(١٢) من

١ – الرموز المستعملة في الهوامش :
[ ] نقترح حزف ما بينهما :
< > نقترح زيادة مابينهما .
ب : مخطوطة المكتبة الوطنية في باريس .
ل : مخطوطة المكتبة الانكليزية في لندن .
ح : النص المطبوع في حيدراباد .
٢ – سمك : ح و ب / ل : شمل .
٣ – وقوبها : ل / ح و ب : وقوفها .
٤ – بل : ناقص في ح .
٥ – أكنان : ب و ل / ح : أكتاف .
٦ – فتحقق : ب و ل / ح : فيتحقق .
٧ – العين : ح و ب / ل : العينين .
٨ – فيها : ل و ب / ح : فيما .
٩ – الآثار : ب / ح و ل : الآبار .
١٠– الافتنان : ب و ل / ح : الاقتنان .
١١– المآخذ : ب و ل / ح : المأخذ .
١٢– أحد : ب و ل / ح : أحدا .

الجماعة، فيقول إن ما يشاهد من انتصاب الفجر والشفق دليل على أنهما كائنان على دائرة مـــن دوائر الارتفاع ، ومن المعلوم أن كونهما بالشمس وشعاعها . فتلك الدائرة مارّة بالشمس ومنها انحطاطها الذي هو أقصر أبعادها عن الأفق تحت الأرض حينئذ . ولذلك لقّب بالانحطاط لأنه نظـــير الارتفاع فوق الأرض فاختلاف الوضـــع يفرّق بينهما ، ولاخفاء بأن نشوء عمود الفجر وفناء عمود الشفق يكون على تقاطع دائرة هذا (١٣) الانحطاط من الأفق . وإذ هما ضياءان في قطعة من الجو معلومة فأوساطهما أشدّ بياضا وبالنور أشدّ استحصافا (١٤) من حواشيهما، واستتار الكوكب(١٥) بهما (١٦) بحسب الاقتراب من منتصفيهما(١٧) بالطول . ولأجل هذا وقع الاعتبار في هذا الباب على قوس الانحطاط بمقتضى التجربة في كل موضع .

٣ – وقد عني بطلميوس ومن تقدمه بمعرفة مقدار الانحطاط فوجدوه للكواكب المرتّبة في العظم الأوّل خمسي برج وللمرتّبة في العظم الثاني نصف برج ولم(١٨) يتهيّأ لهم للأقدار الباقية تحصيل(١٩) مثله حتّى قال بطلميوس في كتابه في مطالع الكواكب الثابتة والأنواء ما أحكيه : إن الكواكب التي سماها القدماء خفية مثل كواكب السهم والدلفـــين والثريّا ، وإنا لم نتعرّض لهـــا لأن ظهورها ، أوّل ما يظهر ، عســـر التمييز ، [و] لم يستعملها القدماء بالرصد ولكن بالتخمين ، فيجب أن يضاف ظهورها إلى ظهور ما يقاربها من المضيئة الطالعة وقتئذ . والمقداران الموجودان للعظمين المذكورين فهما(٢٠) عندكون الكوكب على دائرة انحطاط الشمس حين(٢١) يعلو الساتر(٢٢) فتسرع(٢٣) رؤيته ، وأمّا إذا تنحّى الكوكب وقت الرؤية عن تلك الدائرة ولم يكن(٢٤) طلوعه على تقاطعها مع

١٣– هذا : ب و ل /ح : هذه .
١٤– استحصافا : ب و ل /ح : باستحصاء .
١٥– الكوكب : ب و ل /ح : الكواكب .
١٦– بهما : ب و ل /ح : وهما .
١٧– منتصفيهما : ل /ح و ب : منتصفها .
١٨– ولم : ب و ل /ح : وما .
١٩– تحصيل : ب و ل /ح : يحصل .
٢٠– فهما : ب و ح / ل : فيهما .
٢١– حين : ب و ح / ل : حتّى .
٢٢– الساتر : ب و ل /ح : السائر .
٢٣– فتسرع : ب و ل /ح : فليسرع .
٢٤– ولم يكن : ب و ح / ل : وليكن .

الأفق فإن المقدار(٢٥) من انحطاطه يتغيّر(٢٦) بمن حاله لتنحّي الكوكب عن الموضع المضيء الذي كان يخفيه(٢٧) إلى(٢٨) المظلم الذي يبديه .

٤ — وبطلميوس أسّس لنقصان هذا (٢٩) الانحطاط أساساً لا بدّ من الإياذ بحكايته ، ذكر أن من تقدّمه لم يميزوا(٣٠) بين مقدار انحطاط الكوكب لأوّل ظهوره بالصباح وبين مقداره لآخر(٣١) ظهوره بالمساء من المشرق ولم يفطنوا لمـــا فطن له من الفرق بينهما على ظهور ذلك بشهادة الحسّ له ولما تقصّى(٣٢) الحال كعادته في الاستقصاء وجد أحدهما ضعف الآخر . ومعلوم إذا مثّلنا بكوكب من القدر الأوّل أن قوس انحطاطه في المغرب إذا كانت إثني عشر جزءاً فهو(٣٣) على طرف الرؤية الضيّقة و(٣٤) على شفا الخفاء أعني بضيقها(٣٥) أن قوس الانحطاط مهما قصرت عن هذا المقدار بطلت الرؤية وإذا زادت عليه اشتدّت(٣٦) الرؤية وخرجت عن تتبّع الحال وتدقيق الحساب وإتعاب البصر في طلبه . فإذا متى كان بعد الكوكب عن الشمس أكثر ، كانت رؤيته أسهل ، لتباعده عن ضياء الشمس المخلّف فوق الأرض واقترابه من السواد المستدير المنبعث في أوّل الليل من جانب المشرق حتى إذا صار البعد نصف دور كان الكوكب في وسط ذلك الظــلام فصار انحطاط الشمس وقتئذ لأوّل الرؤية على أصغر مقاديره ، وقد قلنا أن بطلميوس وجده بالاستقراء على نصف ما كان عليه عند آخر الرؤية في المغرب فهو(٣٧) إذن للكواكب التي في العظم الأوّل ستة أجزاء والتي في الثاني سبعة أجزاء ونصف جزء ، و(٣٨) سببه كما

٢٥— المقدار : ل و ح / ب : المقدر .
٢٦— يتغير : ل و ب / ح : يتغيم .
٢٧— يخفيه : ل و ح / ب : تخفيه .
٢٨— الى : ل و ب / ح : أي .
٢٩— هذا : ل و ب / ح : هذه .
٣٠— أي القدماء كما ذكر من قبل .
٣١— مقداره لآخر : ل و ب / ح : مقدار الآخر .
٣٢— تقصّى : ل و ب / ح : يقضي .
٣٣— فهو : ل و ب / ح : وهو .
٣٤— و : ناقص في ل .
٣٥— بضيقها : ل و ب / ح : تضيقهما .
٣٦— اشتدت : من اقتراحنا موافقة للمعنى / ح : فسدت / ل و ب : فشدت .
٣٧— فهو : ل و ب / ح : وهو .
٣٨— و : ناقص في ل و ح .

ذكرنا(٣٩) استحكام الظلام حوله وازدياده واقترابه من الناظر وجمعه البصر خلاف الشفق في تفريقه البصر ببياضه وضيائه .

٥ — ثم إنه أجرى نقصانات الانحطاط مناسبة(٤٠) لهذا الاساس وهو أنه صيّر قدر نقصان الانحطاط عن المقدار الموضوع أوّلا كقدر بعد الكوكب عن الشمس من نصف الدور ، فتجاوز حينئذ عمود الضياء الكائن على دائرة الارتفاع إلى الكوكب المتنحّي عنه في اوّل الظهور والاختفاء ، وجعل نسبة نقصان الانحطاط إلى فضل مابين مقداريه في طلوعه الصباحي والمسائي كنسبة بعد الكوكب في الأفق عن تقاطع دائرة الضياء معه إلى مائة وثمانين .

٣٩– ذكرنا : ب و ح – ل : ذكر .
٤٠– مناسبة : ب و ح / ل : متناسبة .

par rapport à la valeur trouvée en premier lieu, comme quantité [de cette diminution] pour le cas où la distance entre l'étoile et le soleil est d'un demi-cercle. Il passe alors de [la situation où l'étoile se trouve sur] la zone lumineuse[37] située sur le cercle de hauteur à [la situation] où elle s'en trouve écartée lors de sa première apparition ou de sa première disparition; il prend alors le rapport de la diminution de l'arc de dépression à la différence entre ses deux valeurs trouvées lors de l'apparition de l'étoile à l'est le matin et le soir, et il égale ce rapport au rapport de la distance, prise sur l'horizon, entre l'étoile et l'intersection du cercle de luminosité [du soleil] avec l'horizon, à cent quatre-vingt.

37. *ʿamūd al-ḍiyāʾ*: cf. note 32.

dépression] et de l'horizon, la valeur de l'arc de dépression du soleil est modifiée parce que l'étoile se trouve écartée de la zone lumineuse qui la cachait, et [penche] vers la zone obscure qui lui permet de se manifester.

§ 4 Ptolémée, à propos de la diminution de la valeur de cet arc de dépression, a établi un principe qu'il nous faut exposer: il a mentionné que ceux qui l'ont précédé n'ont pas fait de distinction entre la valeur de cet arc de dépression pour une étoile lors de sa première apparition le matin et entre la valeur qu'il prend lors de la dernière apparition de cette même étoile sur l'horizon est,[35] et qu'ils n'ont pas réalisé ce que lui a réalisé: la différence entre les deux telle qu'elle apparaît au témoignage des sens; en poussant très loin la précision, selon son habitude, il a trouvé que l'une deux est le double de l'autre.

Si nous prenons, par exemple, une étoile de première grandeur, nous savons que lorsque l'arc de dépression du soleil, à l'ouest, est de douze degrés, cette étoile est à la limite de la très faible visibilité, à la frange de l'occultation; je veux dire par "très faible visibilité" que lorsque l'arc de dépression du soleil diminue tant soit peu au-dessous de cette valeur, la visibilité disparaît, et que lorsqu'il augmente au-dessus de cette valeur, la visibilité se confirme et l'on n'a plus besoin d'examiner soigneusement la situation, ni de faire un calcul délicat, ni de se fatiguer le regard à la recherche de l'étoile.

Ainsi, lorsque la distance entre le soleil et l'étoile augmente, sa visibilité est plus facile parce qu'elle se trouve éloignée de la lumière que le soleil laisse derrière lui au-dessus de l'horizon et qu'elle se trouve rapprochée de l'obscurité qui, au début de la nuit, a son origine à l'est et qui s'avance d'un mouvement circulaire;[36] si bien que lorsque la distance [entre l'étoile et le point le plus brillant de l'horizon] est d'un demi-cercle, l'étoile se trouve au milieu de cette obscurité, et à ce moment-là l'arc de dépression du soleil est à sa valeur minimum pour la première apparition de cette étoile. Nous avons dit précédemment que Ptolémée, après une recherche précise, a trouvé que cet arc est la moitié de ce qu'il est pour la dernière visibilité à l'ouest; cet arc est donc de six degrés pour les étoiles de première grandeur, et de sept degrés et demi pour celles de deuxième grandeur. Comme nous l'avons rappelé, la raison en est que la densité d'obscurité, qui va en croissant et en se rapprochant de l'observateur, concentre le regard de celui-ci du côté opposé à celui de la lueur du crépuscule qui, elle, dilue son regard à cause de sa blancheur et de sa luminosité.

§ 5 Ensuite il traite les diminutions de cet arc de dépression conformément à ce principe de base: il prend la quantité de la différence de l'arc de dépression

35. L'auteur prend les deux cas où l'étoile apparaît du côté est, à six mois d'intervalle environ, au lever puis au coucher du soleil. Dans le commentaire précédent, pour une plus grande clarté de la figure, nous faisons le contraire: le soleil est à son coucher et l'étoile apparaît à l'ouest, puis à l'est. les deux situations présentent des résultats identiques.

36. Le point diamétralement opposé, sur l'horizon, au "point le plus brillant", est alors présenté comme source d'obscurité.

terre à ce moment-là; c'est pour cette raison qu'on l'appelle "arc de dépression": c'est le symétrique d'un "arc de hauteur" au-dessus de la terre, ce qui les différencie, c'est leur situation respective. Il est évident que la croissance progressive de la clarté de l'aube, ou la décroissance progressive de la clarté du crépuscule[32] se fait sur l'intersection de cet arc de dépression du soleil avec l'horizon.

Chacun de ces deux phénomènes se présentant comme une clarté dans une zone déterminée de l'atmosphère, le centre de ces deux zones est plus blanc et d'une luminosité plus intense que leurs bords, et une étoile se trouve masquée par ces zones de clarté selon sa proximité de leur centre. Pour traiter ce problème au cours, de ce chapitre, nous prendrons en considération l'arc de dépression [du soleil], nous conformant ainsi à des résultats d'expériences faites en quelque lieu que ce soit.

§ 3 Ptolémée et ses prédécesseurs ont porté attention à la connaissance de la valeur de cet arc de dépression du soleil et l'ont trouvé, pour les étoiles de première grandeur, égal à $\frac{2}{5}$ de signe,[33] [soit $\frac{2 \times 30}{5} = 12^o$], et, pour les étoiles de deuxième grandeur, égal à la moitié d'un signe, [soit $\frac{30}{2} = 15^o$]. A leurs yeux, les autres grandeurs ne se prêtent pas à un résultat analogue, et Ptolémée, dans son *Livre sur le lever des étoiles fixes et les anwā'*, en vient à dire ce que je cite ainsi: il ya des étoiles que les anciens ont appelées cachées, comme le Flèche ou le Dauphin ou les Pleiades,[34] et nous ne nous en sommes pas préoccupés, car leur première apparition est difficile à distingue ; les anciens n'ont pas traité leur cas par observation directe, mais par simple estimation: il faut mettre leur apparition en relation avec l'apparition de l'une de celles qui leur sont proches, parmi les étoiles brillantes qui se lèvent en même temps.

Les deux quantités trouvées [ci-dessus] sont celles qui correspondent aux deux grandeurs mentionnées, lorsque ces étoiles sont sur le cercle de dépression du soleil, au moment où la lueur qui les masquait se dissipe et où leur visibilité s'affirme.

Mais dans le cas où l'étoile, lorsqu'elle devient visible, se trouve à l'écart de ce cercle, et où son apparition ne se fait pas sur l'intersection de [l'arc de

---

en plusieurs endroits une expression condensée, mot à mot: "dépression de l'étoile", dans le sens précédent; nous rétablissons chaque fois: "arc de dépression du soleil".

32. *ʿamūd al-fajr wa ʿamūd al-shafaq*: malgré les termes employés, le sens paraît être purement classique, sans nuance technique.

33. *Burj*: unité de mesure d'arc correspondant à un signe du Zodiaque: 30°.

34. Nous trouvons effectivement la mention des levers et couchers héliaques de ces trois étoiles faibles chez un prédécesseur de Ptolémée: Geminos, *Introduction aux phénomènes*, édition et traduction G. Aujac, (Paris: Budé, 1975), pp. 100-108, cet auteur faisant systématiquement référence aux observations de ses devanciers.

2- Texte d'al-Bīrūnī.

Levers et couchers héliaques des étoiles fixes.

§ **1** Le [problème] du lever et du coucher héliaque des étoiles, dans les cas où ces deux phénomènes sont possibles, se pose par rapport au cercle de luminosité [du soleil];[27] il est lié à la proximité ou à l'éloignement de ce cercle, et aussi à la taille de l'étoile, à sa "magnitude" et à son "arc au-dessus de l'horizon",[28] avant de lever du soleil ou après son coucher: il y a épaississement de la couche d'obscurité autour de l'observateur, celui-ci peut avoir la même faculté de perception que lorsque la nuit s'obscurcit ou plutôt la même que, de jour, à l'intérieur de puits profonds, ou encore sa faculté de perception est analogue à celle qu'il peut avoir pour les astres très lumineux lorsqu'ils sont observés dessous une protection qui voile le soleil aux regards; se trouve alors matérialisé ce pour quoi a été créé le sourcil au-dessus de l'oeil: une telle protection en double d'efficacité, comme lorsque l'on pose la paume de la main ou les doigts joints sur l'arcade sourcilière ou moment où l'oeil reçoit une image;[29] on retrouve ainsi le même procédé que celui des tubes à travers lesquels on peut observer.

§ **2** [Les résultats de l'observation de ce phénomène] sont variables en fonction des régions et de la variété de leur climat, en fonction de la diversité des conditions d'expérience et de leurs résultats numériques, en fonction de la disparité des éléments de reférence choisis selon les diverses nations.[30] Pour de tels phénomènes, il n'y a pas d'autre solution que de se rapporter à Ptolemée, le maître de cet art, personne ne l'ayant rejoint à son très haut niveau. Il dit que l'observation de ce qui se passe à l'aube et au crépuscule prouve que ces deux phénomènes se situent sur un cercle de hauteur, et l'on sait que tous les deux tirent leur existence du soleil et de ses rayons.

Ce cercle de hauteur passe par le soleil et c'est sur lui que l'on prend son "arc de dépression",[31] qui est sa plus courte distance à l'horizon sous la

27. *Dā'irat al-ḍiyā'*, expression reprise en fin de texte: il s'agit ici du cercle de hauteur du soleil.

28. *Al-makth fawqa'l-arḍ*: pour une étoile, c'est l'équivalent de "l'arc de jour" du soleil, cf. al-Battānī, *op. cit.*, vol. 3, p. 3, *l.* 4-5; pp. 48-49; p. 199. *l.* 16. De même que la connaissance de "l'arc de jour" du soleil permet, par l'intermédiaire de l'équation du jour, de connaître le lieu où il se lève ou se couche sur l'horizon, de même la connaissance de cet arc, pour une étoile fixe, permet de connaître sa place sur l'horizon, à son coucher ou a son lever, lorsque l'on connaît la latitude du lieu.

En prenant un autre sens de *makth*, et en coupant le texte de façon différente, nous pourrions interpréter ce passage comme:,, Le temps écoulé entre le lever ou le coucher du soleil, et le lever ou le coucher de l'étoile"; mais le paramètre ainsi défini n'interviendrait plus dans la suite du texte, nous avons alors préféré retenir l'interprétation précédente.

29. *ʿinda'l-āthār bi'l-baṣar*: il s'agit de l'influence de ce type de procédé sur la vision.

30. C'est-à-dire les différents grands cercles sur lesquels on peut effectuer les mesures des arcs: écliptique, équateur ou cercle de hauteur.

31. Il s'agit toujours, dans ce texte, de la valeur de l'arc de dépression du soleil pour que l'étoile devienne visible, c'est-à-dire la valeur de ,,l'arcus visionis" de cette étoile .Par la suite, nous trouvons

et de deuxième grandeur, et la formule de modification de "l'arcus visionis". Il serait bon de reprendre les calculs de Vogt en y incluant ces deux éléments;[25] sur les quelques sondages faits dans son tableau général, la différence entre les chiffres qui peuvent être ainsi calculés et ceux qui sont tirés du deuxième livre du *Phaseis* n'excède pas un demi degré; mais il faudrait tout recalculer pour que ce soit probant, en n'oubliant pas cependant que la liste que nous trouvons dans ce deuxième livre n'est pas une liste de valeurs "d'arcs de dépression" du soleil, mais une liste de dates d'apparitions ou de disparitions d'étoiles. Il faudrait alors intégrer dans le calcul une erreur possible d'une journée dans la date signalée, erreur qui se reporterait sur la valeur de l'arc de dépression du soleil, étant donné le mouvement propre de ce dernier. Compte tenu de tous ces éléments, il semble ainsi, contrairement à ce que dit Vogt,[26] que Ptolémée raisonne ici à partir de valeurs fixes pour les "arcus visionis" absolus des étoiles mentionnées. D'autre part il n'y a qu'un type de calcul pour les quatre phases des étoiles fixes: première ou dernière apparition sur l'horizon est, première ou dernière disparition sur l'horizon ouest; ce calcul n'est dépendant que de deux données: la valeur absolue de "l'arcus visionis", constante liée à la luminosité de l'étoile, et la distance, prise sur l'horizon, entre cette étoile et le point le plus brillant de l'horizon, avant le lever du soleil ou après son coucher.

Enfin cette identification nous permet de reconnaître dans le premier livre du *Phaseis* un référence importante pour un certain nombre d'astronomes arabes dans leurs études sur les levers et couchers héliaques des étoiles fixes et des planètes.

III *Traduction.*

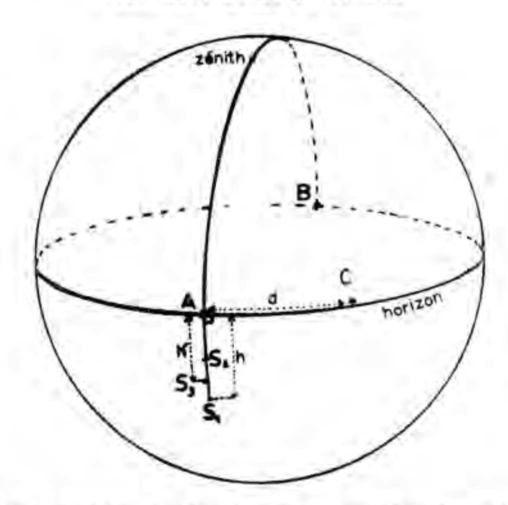
1- Texte de Thābit b. Qurra.

... Si nous appliquons à ce problème ce qu'a arrêté Ptolémée dans son *Livre sur l'apparition des étoiles fixes*, nous prenons la moitié de la valeur requise du deuxième arc, nous la multiplions par le troisième arc, nous divisons ce produit par cent quatre-vingt degrés, nous soustrayons ce quotient de la valeur requise du deuxième arc, le résultat est ce dont a besoin le deuxième arc [pour que le croissant soit visible].

Nous appelons ce résultat "valeur requise du deuxième arc en fonction du troisième arc", pour l'endroit où se trouve le croissant sur l'horizon.

25. H. Vogt, *op. cit.*, pp. 54-61, fait un tableau précis et complet de ses calculs sur toutes les données du deuxième livre du *Phaseis*. Dans le cours de son article il avait proposé une formule de calcul pour H', "l'arcus visionis" modifié, en fonction de l'élongation soleil-étoile, E. Nous venons de définir d et h', il faudrait alors remplacer E par d dans la quatrième colonne et H' par h' dans la sixième colonne.

26. H. Vogt, *op. cit.*, p. 17.



A, *B*, *C*, sont trois étoiles de même grandeur: *A* et *B* situées sur le grand cercle de hauteur du soleil, en des points opposés de l'horizon, *C* en un point quelconque de cet horizon, à une distance angulaire *d* du "point le plus brillant".

A apparaîtra lorsque le soleil sera en S_1, à une distance *h* de l'horizon, *B* lorsqu'il sera en S_2, à une distance $h/2$ de l'horizon, et *C* lorsqu'il sera en S_3, à une distance $h' = h - \Delta h$ de l'horizon, avec:

$$\frac{\Delta h}{h/2} = \frac{d}{180} \quad \text{soit } h' = h \cdot \frac{360 - d}{360}$$

Nous retrouvons ainsi la même formule que celle qu'utilise Thābit.

Conclusion

Le texte de Thābit b. Qurra nous a permis d'identifier la source d'al-Bīrūnī, et c'est sur le texte de ce dernier qu'il convient de conclure.

Dans ce fragment du *Qānūn al-masʿūdi*, le premier paragraphe pourrait ne pas avoir Ptolémée comme source. Le deuxième paragraphe s'appuie sur un raisonnement de Ptolémée qui se trouvait peut-être dans le *Phaseis*, mais que nous connaissons par ailleurs à travers *l'Almageste* et le *Livre des Hypothèses*. Par contre, le contenu des paragraphes trois, quatre et cinq ne se retrouve dans aucun des livres connus de Ptolémée, alors qu'al-Bīrūnī dit explicitement que cet auteur en est la source. L'analyse précédente montre que nous avons là une partie du premier livre, perdu en grec, du *Phaseis*,

Revenons rapidement sur les deux résultats que nous y trouvons enregistrés: 12° et 15° comme valeurs des "arcus visionis" des étoiles de première

livre du *Phaseis*.[21] Nous avons ainsi, dès le début de ce paragraphe, une trace du premier livre perdu, juste avant le mention de son titre. Ces deux valeurs sont admises par al-Bīrūnī dans la suite du chapitre correspondant, et par un certain nombre d'autres auteurs arabes.[22]

L'allusion aux astres plus faibles, dont on ne peut estimer l'apparition qu'en rapport avec celles des étoiles brillantes qui leur sont proches, se retrouve dans l'introduction au second livre du *Phaseis*,[23] avec la mention de cinq étoiles faibles dont les trois qui sont mentionnées ici. Dans cette introduction au second livre nous retrouvons exactement le même thème qu'ici: Ptolémée s'excuse de ne pas avoir noté, dans ses listes d'apparitions, ces étoiles plus faibles qu'avaient notées les anciens, car ceux-ci l'avaient fait par estimation seulement, non par observation directe; Ptolémée déclare se limiter aux observations des étoiles de première et deuxième grandeurs.

Paragraphe 4.

La diminution de la moitié de la valeur de l'arc de dépression du soleil, lorsque l'étoile passe du "point le plus brillant de l'horizon" au point qui lui est opposé sur la sphère céleste, est signalée sans commentaire dans le *Livre des Hypothèses*.[24] Ici, la mention de cette diminution n'est pas donnée simplement comme le résultat brut d'une observation, mais comme la source d'un principe de base à étendre à toutes les étoiles qui se trouvent situées en un point quelconque de l'horizon, ce qui prépare directement le formule du paragraphe suivant.

Paragraphe 5.

La formule de modification de l'arcus visionis", pour une étoile en un point quelconque de l'horizon, est constituée d'une égalité très simple entre deux rapports: la valeur de "l'arcus visionis" passe de h à $h/2$ lorsque la distance d entre l'étoile et le "point le plus brillant de l'horizon" passe de 0 à 180°, et la diminution de h pour l'étoile en un point quelconque est considérée comme linéaire.

Faisons la figure dans la situation que donne Ptolémée, lorsque le soleil se lève ou se couche, les deux cas étant équivalents.

21. Cf. H. Vogt, *Der Kalender des Claudius Ptolemäus* (Heidelberg: S. B. der Heidel. Akad. der Wissenschaften, Abh. 15, 1920). Les résultats des calculs ainsi effectués, p. 16, donnent pour les valeurs maxima "d'arcus visionis" des étoiles de première et deuxième grandeur, respectivement, 12;24 et 15;12. Seules les valeurs maxima sont à retenir, étant donné les éléments nouveaux présentés ici.

22. Cf. la note 8 ci-dessus.

23. Cf. l'édition de J. L. Heiberg, *op. cit.*, p. 12-13.

24. Cf. Goldstein, *op. cit.*, texte arabe p. 34, *l.* 14-17, et, en p. 9, une traduction anglaise légèrement incorrecte, car il s'agit dans le texte de tous les astres qui peuvent être en opposition avec le soleil, et non des planètes supérieures seulement. Cette différence entre les deux textes pourrait être un argument pour l'antériorité du *Livre des Hypothèses* sur le *Phaseis*.

L'observation à travers un tube et son influence sur le regard étaient connues dans le monde grec: nous trouvons chez Aristote des principes généraux très semblables à ceux que reprend ici al-Bī-ūnī: "La personne qui abrite ses yeux avec la main, ou qui regarde par un tube, ne distinguera ni mieux ni moins bien les nuances des couleurs, mais elle verra plus loin. En tout cas, du fond d'un trou ou d'un puits, il arrive qu'on aperçoive des étoiles."[18]

Les astronomes arabes ont appliqué ce principe aux observations astronomiques. Ptolémée l'avait-il fait avant eux? Il serait tentant d'en voir une trace dans le texte présenté ici, mais rien ne nous permet de le conclure de façon suffisamment sûre, à partir des seuls éléments que nous possédons pour le moment.

La reprise par al-Bīrūnī du raisonnement de Ptolémée ne commencerait alors qu'au paragraphe suivant avec la mention de son nom.

Paragraphe 2.

Al-Bīrūnī s'appuie sur l'autorité de Ptolémée pour justifier son choix de l'arc de dépression du soleil sous l'horizon, et donner ainsi un "arcus visionis" qui puisse être une constante liée à la luminosité de chaque astre, indépendante des coordonnées de lieu d'observation, de la place du soleil sur l'écliptique et des conditions d'observation: la valeur de l'arc de dépression peut être considérée comme un critère universel pour un astre de grandeur connue.

Nous trouvons ce raisonnement dans *l'Almageste* et dans le *Livre des Hypothèses*;[19] il se trouvait aussi probablement dans le premier livre du *Phaseis*, mais nous n'avons là aucun élément nouveau par rapport à ce que nous pouvons connaître par ailleurs.

Paragraphe 3.

Nous avons ici la mention de la valeur de "l'arcus visionis" pour les étoiles de première et de deuxième grandeur: respectivement 12° et 15°. Ces deux chiffres ne sont ni ceux de *l'Almageste* ni ceux du *Livre des Hypothèses*,[20] mais ils peuvent être retrouvés par un calcul à partir des données chiffrées du second

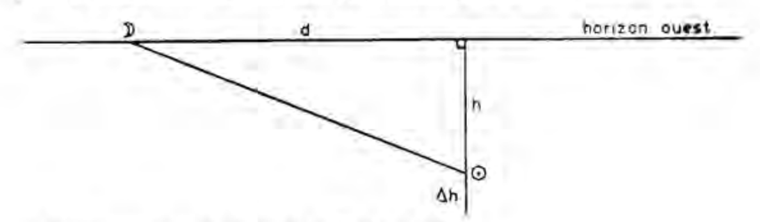
18. Aristote, *De Gener. An.*, V, 1, 780b, (cité par R. Eisler, *op. cit.* p. 324, note 12); la traduction française donnée ici est celle de P. Louis (Paris: Budé, 1961), p. 183.

19. Dans l'*Almageste*, livre VIII, chapitre 6, et livre XIII, chapitre 7. Traduction française: Halma, *Composition mathématique de Claude Ptolémée*, (Paris, 1813-1816; réimp. Paris: Hermann, 1927), vol. 2, pp. 108-113 et 416-422.

Dans le *Livre des Hypothèses*, cf. B. R. Goldstein, "The Arabic Version of Ptolemy's *Planetary Hypotheses*", *Transactions of the American Philosophical Society*, N. S., 57, 4, (1967); texte arabe p. 34, *l.* 8-10, traduction anglaise p. 9.

20. Dans l'Almageste, Ptolémée donne des valeurs "d'arcus visionis" pour les planètes seulement: en VIII, 6, il ne donne, pour les étoiles fixes, que les principes généraux du calcul. Dans le *Livre des Hypothèses*, (*op. cit.*, texte arabe p. 34, *l.* 11 et trad. anglaise p. 9), Ptolémée donne la valeur (approximative) de 15° pour "l'arcus visionis" des étoiles de première grandeur, et ne fait aucune mention de celles de deuxième grandeur.

(*ḥaqq*) du deuxième arc". Lorsque d n'est pas nul, il cherche quelle est la diminution Δh de cette valeur absolue, étant donné l'éloignement du croissant du "point le plus brillant de l'horizon", et il calcule $h' = h - \Delta h$.



Il applique alors la fo.mule de Ptolémée:

$$\Delta h = \frac{\frac{h}{2} \cdot d}{180} \qquad \text{soit } h' = h\ \frac{360 - d}{360}$$

Il appele h' "la valeur requise (*ḥaqq*) du deuxième arc en fonction du troisième arc".

2- Texte d'al-Bīrūnī.

Le texte est divisé ,pour des raisons de commodité, en cinq grands paragraphes correspondants à des unités de sens.

Paragraphe 1.

Nous y trouvons un ensemble de principes très généraux. La plus grande partie de ce paragraphe est orientée vers la mention de l'observation des astres à travers des tubes destinés à éliminer la lumière parasite.[15] Ce procédé avait été utilisé par al-Battānī, et repris par al-Bīrūnī lui-même, pour la recherche sur l'horizon du premier croissant lunaire.[16]

Nous n'avons retrouvé, actuellement, aucune mention chez Ptolémée de la description ou de l'utilisation de tubes pour les observations astronomiques en tant que telles: ni dans ses oeuvres d'astronomie, ni dans son *Optique*.[17]

15. La question des tubes d'observation a été étudiée par R. Eisler, "The Polar Sighting Tubes", *Archives Internationales d'Histoire des Sciences*, XXVIII, 6, (1949), 312-332: leur utilisation dans le monde grec est possible, sans être certaine, par contre la tradition chinoise connaissait ce mode d'observation depuis longtemps déjà (l'auteur se réfère là aux travaux de Needham).

16. Cf. Al-Battānī, *Opus astronomicum* (*al-zīj al-ṣābī*), édition, traduction latine et commentaire par C.A. Nallino, 3 vol., (Milan: Hoepli, 1899-1907), vol. 3 p. 137-138) (texte arabe), vol. 1, p. 91 (traduction) et p. 272 (commentaire). Al-Bīrūnī décrit le tube de façon précise dans le *Qānūn*, *op. cit.*, pp. 962-965, où le tube est appelé, comme ici, *barbakh*, alors qu'al-Battānī utilise le terme *unbūb*.

17. Cf. A. Le jeune, *Euclide et Ptolémée, deux stades de l'optique géométrique grecque*, (Louvain: Bibliothèque de l'Université, 1948), et, du même auteur: *L'optique de Claude Ptolémée*, (Louvain: Publications Universitaires, 1956).

est: *Phaseis aplanōn asterōn kai sunagōgē episēmasiōn*. Chez Ptolémée, au premier sens, le mot *phasis* signifie "apparition d'une étoile qui se lève";[12] ce mot grec peut alors être traduit aussi bien par *ẓuhūr* que par *maṭāliʿ*. *Aplanōn asterōn* se traduit par *al-kawākib al-thābita*; *sunagōgē* signifie "collection"; *episēmasiai* se traduit exactement par l'arabe *anwāʾ*".[13] Le titre du livre tel que le donne al-Bīrūnī est alors une traduction presque littérale du titre grec, et celui que donne Thābit, bien que légèrement tronqué, est pratiquement identique.

La formule présentée par al-Bīrūnī et le développement qui la prépare sont donc également tirés du *Phaseis*. Dans la mesure où l'on ne retrouve pas ces différents éléments dans le deuxième livre de cet ouvrage, nous pouvons dire que la partie étudiée ici de ce chapitre du *Qānūn* nous offre un fragment non négligeable du premier livre, perdu en grec, du *Phaseis*.

Le texte de Thābit est encore inédit, nous le donnons tel qu'il a été préparé pour l'édition, à partir du manuscrit unique de la British Library, daté de 639/1241-1242.

Le texte d'al-Bīrūnī a été imprimé à Hyderabad, mais cette édition demande à être corrigée; les corrections proposées sont faites à partir de la lecture de deux manuscrits du *Qānūn al-masʿūdī*: Londres, B.L.1197, *ff.* 205 *v.*, *l.* 25-206 *v.*, *l.* 2 et Paris, B.N. ar. 6840, *ff.* 160 *v.*, *l.* 9-161 *r.*, *l.* 4.[14]

Ces deux textes sont donnés dans la partie arabe tels qu'ils ont été traduits.

II *Contenu de ces deux textes.*

1- Texte de Thābit.

Pour comprendre le fragment ci-dessous, il faut le replacer dans son contexte: pour poser le problème de la première visibilité du croissant lunaire, Thābit avait défini trois arcs: le "premier arc", distance angulaire lune-soleil, détermine la portion éclairée du croissant lunaire, donc la luminosité de ce croissant; le "deuxième arc" est l'arc de dépression du soleil sous l'horizon, le croissant sera visible si ce deuxième arc est au moins égal à "l'arcus visionis" du croissant; le "troisième arc" est la distance, prise sur l'horizon, entre le lune à son coucher et le "point le plus brillant de l'horizon", pied de la perpendiculaire abaissée du soleil dur l'horizon.

Appelons d le "troisième arc" et h "l'arcus visionis" du croissant lunaire, valeur minimum du "deuxième arc". Pour $d = 0$, la lune se couche à la verticale du soleil, et Thābit détermine dans ce cas la valeur absolue de h pour une luminosité donnée du croissant, il appelle cette valeur: "valeur requise

12. Dans un sens plus large, au pluriel, le mot *phaseis* inclut aussi le sens de *krupsis*, la disparition de l'étoile qui se couche.

13. Pour l'équivalence entre ces deux termes, voir la note de Sachau, *op. cit.*, p. 428.

14. Ces deux manuscrits sont parmi les meilleurs de la tradition manuscrite du *Qānūn al-masʿudī*; celui de Londres est daté de 570/1174-1175, et celui de Paris de Ramadan 501/Mai 1108.

d'identifier de façon sûre un fragment du premier livre perdu du *Phaseis*. Nous y trouvons en particulier deux éléments souvent repris par les auteurs arabes dans leurs études sur les levers et couchers héliaques des étoiles fixes et des planètes:[8] d'une part 12° et 15° comme valeurs des "arcus visionis"[9] pour les étoiles de première et de deuxième grandeur, et d'autre part une formule de modification de "l'arcus visionis" d'une étoile en fonction de sa place sur l'horizon au moment de son coucher.

Après une présentation de ces deux textes, nous en analyserons rapidement le contenu avant d'en proposer une traduction.

I *Présentation des textes.*

Thābit b. Qurra cite une formule de "Ptolémée dans son livre sur l'apparition des étoiles fixes" (*Baṭlamiyūs fī Kitābihi fī ẓuhūr al-kawākib al-thābita*) et il l'applique à la modification de "l'arcus visionis" du croissant lunaire en fonction de son éloignement du "point le plus brillant de l'horizon".

Al-Bīrūnī, dans son chapitre sur "Le lever et le coucher héliaques des étoiles fixes" (*fī tashrīq al-kawākib wa-taghrībihā*)[10] consacre la première partie de son développement aux bases théoriques de l'étude de ce phénomène et la seconde partie à un ensemble de démonstrations géométriques. Seule la première partie nous intéresse ici. Nous y trouvons une citation de "Ptolémée dans son livre sur le lever des étoiles fixes et les *anwā*" (*Baṭlamiyūs fī kitābihi fī maṭāli*ᶜ *al-kawākib al-thābita wa'l-anwā*'), puis, sur deux pages environ, un développement qui est relativement indépendant du paragraphe précédent et qui prépare une formule de modification de la valeur de "l'arcus visionis" des étoiles fixes en fonction de leur éloignement du "point le plus brillant de l'horizon", juste après le coucher du soleil. Al-Bīrūnī dit explicitement que ce dernier développement vient de Ptolémée mais ne précise pas de quel livre il s'agit; or la formule qu'il donne est celle-là même qu'utilise Thābit. Comparons alors les titres que citent ces deux auteurs avec le titre complet du livre de Ptolémée, tel que nous le trouvons dans l'édition grecque de Heiberg,[11] qui

---

paraîtra prochainement dans l'ensemble des oeuvres scientifiques de cet auteur, sous la direction de R. Rashed, que je remercie ici pour son amical soutien.

Pour Thābit b. Qurra, cf. *Dictionary of Scientific Biography*, (New York: Scribner, 1970-1978), XIII, pp. 288-295.

7. Imprimé en 3 volumes à Hyderabad: Dā'iratu-l-maᶜārif-il-Osmānia, 1954-1956.

8. E. S. Kennedy m'a signalé, entre autres, le texte anonyme: Paris, B.N., ar. 2523, ff. 29v-30r, dans lequel nous trouvons, comme chez al-Bīrūnī, l'adoption des deux valeurs suivantes et celle de la formule finale de modification de "l'arcus visionis".

9. En voir la définition ci-dessous, dans le texte traduit, au paragraphe 2, et la note 31.

10. Al-Bīrūnī, *op. cit.*: traité IX, chapitre 7, pp. 1129-1139; la partie traduite ci-dessous se trouve pp. 1129-1132.

11. Il s'agit là du titre le plus complet parmi ceux que l'éditeur a trouvés dans la tradition manuscrite grecque.

Fragment arabe du premier livre du *Phaseis* de Ptolémée.

Regis Morelon*

Le *Phaseis* de Claude Ptolemée est considéré comme l'une de ses oeuvres mineures. Le premier livre de cet ouvrage est perdu en grec, mais nous possédons le texte original du second livre qui nous présente, après une introduction générale, une liste du lever et du coucher héliaques de différentes étoiles , selon le calendrier de l'année égyptienne, avec les prévisions météorologiques liées à ces phénomène.[1] Le terme arabe "*anwā*'" recouvre cet ensemble de significations, c'est ce terme que nous emploierons sans le traduire.[2]

Le *Phaseis* avait été très tôt traduit en arabe: il est cité par Masᶜūdī dans son *Kitāb al-tanbīh wa-l-ishrāf*;[3] et dans son livre *Al-āthār al-bāqiya ᶜan al-qurūn al-khāliya*,[4] al-Bīrūnī cite le *Kitāb al-anwā*' de Sinān b. Thābit b. Qurra, qui a été identifié par O. Neugebauer comme une reproduction partielle de deuxième livre du *Phaseis*.[5]

Le rapprochement entre un texte de Thābit b. Qurra sur la visibilité du croissant[6] et un passage du *Qānūn al-masᶜūdī* d'al - Bīrūnī[7] nous permet

* 20 Rue des Tanneries, 75013, PARIS. Je remercie les responsables de l'Institut d'Histoire des Sciences Arabes, Université d'Alep ,et ceux de l'Institut Français de Damas pour toutes les facilités qu'ils m'ont accordées lors de mon année de recherches à Alep. En particulier, je suis très reconnaissant au Pr. E. S. Kennedy pour l'aide qu'il m'a apportée et pour toute la documentation personnelle qu'il a eu la gentillesse de mettre à ma disposition.

1. Claudii Ptolemaei, *Opera quae extant omnia*, vol. II, *Opera astronomica minora*, éd. J. L. Heiberg, (Leipzig: Teubner, 1907), pp. 1-67.

2. Pour la signification précise de ce terme, et les travaux des astronomes arabes dans ce domaine, cf. C. A. Nallino, *ᶜilm al-falak*, (Rome, 1911), pp. 117-140, (Conférences 18 et 19).

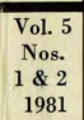
3. Imprimé à Bagdad (1357/1938), pp. 15-16: ,,... Claude Ptolémée a fait mention de cela dans le *Tetrabiblos* et dans son *Livre sur les anwā*', dans lequel il mentionne le temps qu'il fait pour tous les jours de l'année et ceux de ces jours où se produisent les levers et couchers héliaques des étoiles''. (Ce texte est signalé par Nallino, *op. cit.*, p. 134). Al-Masᶜūdī est mort autour de 345/956.

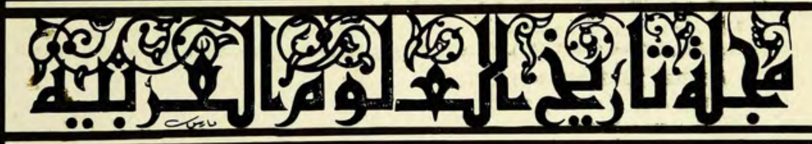
4. Edité par C. E. Sachau, (Leipzig, 1923). Traduction anglaise: C. E. Sachau, *The Chronology of Ancient Nations*, (London, 1879; réimp. Frankfurt: Minerva, 1969).

5. Cf. O. Neugebauer, ,,An Arabic Version of Ptolemy's Parapegma from the *Phaseis*'' *Journal of the American Oriental Society*, 91, 4, (1971), p. 506. Pour l'analyse détaillée de ce texte, voir: J. Samsó ''Las *Phaseis* de Ptolemeo y el *Kitāb al-anwā*' de Sinān b. Thābit'', *Al-Andalus*, 41 (1976), 15-48 et 471-479.

6. Thābit b. Qurra, *Kitāb fī ḥisāb ru'yat al-ahilla*, Londres, British Library, 7473 ad., ff. 108r - 113r; le passage en question se trouve f. 111*v*, *l*. 13-17. J'ai terminé l'édition du texte complet qui

JOURNAL for the HISTORY of ARABIC SCIENCE


Vol. 5
Nos.
1 & 2
1981



University of Aleppo

Institute for the History of Arabic Science

Aleppo,Syria